



УНИВЕРЗИТЕТ „КИРИЛ И МЕТОДИЈ“ ВО СКОПЈЕ
АРХИТЕКТОНСКИ ФАКУЛТЕТ



Теодора Стретко Михајловска

**ПАРАМЕТАРСКО ПРОЕКТИРАЊЕ НА ЛАЦИ И ЛУШПИ СО
ПРИМЕНА НА ГРАФИЧКА СТАТИКА**

- Докторски труд -

Скопје
2026

КОМИСИЈА ЗА ОДБРАНА

МЕНТОР:

проф. д-р Ана Тромбева-Гаврилоска
Архитектонски Факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

ПРЕТСЕДАТЕЛ:

проф. д-р Огнен Марина
Архитектонски Факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

ЧЛЕНОВИ:

проф. д-р Бојан Каранаков
Архитектонски Факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

проф. д-р Владимир Витанов
Градежен Факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

проф. д-р Александар Петровски
Архитектонски Факултет
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

НАУЧНА ОБЛАСТ:

Архитектонско инженерство
(научното подрачје: Инженерство и технологија,
научно поле: Градежништво,
научно потполе: Архитектура)

ДАТУМ НА ОДБРАНА:

Докторанд:

м-р ТЕОДОРА СТРЕТКО МИХАЈЛОВСКА, инж. арх

Тема:

ПАРАМЕТАРСКО ПРОЕКТИРАЊЕ НА ЛАЦИ И ЛУШПИ СО ПРИМЕНА НА
ГРАФИЧКА СТАТИКА

Изјавувам дека докторскиот труд го изработив самостојно, дека уредно ги цитирам сите користени извори и литература и дека трудот не е користен во рамките на други универзитетски студии или за стекнување на друго звање.

Изјавувам дека електронската верзија на докторскиот труд е идентична со отпечатениот докторски труд.

ТЕОДОРА МИХАЈЛОВСКА, с.р.

Параметарско проектирање на лаци и лушпи со примена на графичка статика

Теодора Стретко Михајловска
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Архитектонски Факултет

– А п с т р а к т –

Истражувањето развива параметарски метод за дефинирање на форма на конструкции кои пренесуваат товари исклучиво преку притисок, со цел проширување на примената на графичката статика за случаи под дејство на хоризонтални сили. Методот се заснова на реципрочна поврзаност меѓу дијаграмите на форма и сили и овозможува дефинирање на фуникуларни форми кои одговараат на условите на статичка рамнотежа при комбинирани товарни случаи.

Во дводимензионалниот контекст е развиена постапка за графичко дефинирање и контрола на линијата на потисок при истовремено вертикално и хоризонтално дејство, за дадените гранични услови, со што се обезбедува параметарско моделирање на конструктивниот систем во состојба на рамнотежа. Тродимензионалната екстензија се базира на конструирање полиедарски дијаграм на сили и воспоставување стратегии за расчленување на резултантниот полигон, преку кои се дефинира потисна мрежа што ја опишува рамнотежата на системот под комбинирани товари.

Резултатите потврдуваат дека развиениот метод овозможува параметарско дефинирање на форми кои го опишуваат однесувањето на конструкцијата при дејство на хоризонтални сили. Истражувањето го проширува доменот на графичката статика и ја утврдува како ефикасна методолошка рамка за параметарско проектирање на конструкции во притисок и интегрирано дефинирање на архитектонската и конструктивната форма.

Клучни зборови: лушпи, лаци, графичка статика, дефинирање на форма, параметарско проектирање

Parametric design of arches and shells using graphic statics

Teodora Stretko Mihajlovska
Ss. Cyril and Methodius University in Skopje
Faculty of Architecture

– A b s t r a c t –

The research develops a parametric method for defining the form of compression-only structures, aimed at extending the application of graphic statics to cases involving horizontal forces. The method is based on the reciprocal relationship between form and force diagrams and enables the definition of funicular forms that satisfy the conditions of static equilibrium under combined loading cases.

In the two-dimensional context, a procedure is developed for the graphical definition and control of the thrust line under simultaneous vertical and horizontal actions, for the given boundary conditions, providing a parametric modelling approach to the structural system in equilibrium. The three-dimensional extension is based on the construction of a polyhedral force diagram and the establishment of strategies for subdividing the resultant polygon, through which a thrust network representing the equilibrium of the system under combined loading is defined.

The results confirm that the developed method enables the parametric definition of forms that describe the structural behavior under horizontal forces. The research broadens the domain of graphic statics and establishes it as an effective methodological framework for the parametric design of compression-only structures and the integrated definition of architectural and structural form.

Key words: shells, arches, graphical statics, parametric design, form-finding

Содржина

Апстракт	v
Abstract	vii
Содржина	xi
Номенклатура	xiv
Листа на слики	xvii
Листа на табели	xxvii
1 Вовед	1
1.1 Контекст на истражувањето	3
1.2 Дефинирање на проблемот	4
1.3 Предмет на истражувањето	5
1.4 Преглед на претходни истражувања	5
1.4.1 Графичка статика	8
1.4.1.1 Историски развој на графичката статика	8
1.4.1.2 Компјутерска имплементација на графичка статика	11
1.4.1.3 Тродимензионална графичка статика	12
1.4.2 Методи за дефинирање на форма	14
1.4.2.1 Физички модели за дефинирање на форма	16
1.4.2.2 Компјутерски имплементирано дефинирање на фуникуларна форма	17
1.4.3 Графичка статика како метод за дефинирање на фуникуларна форма	22
1.4.3.1 Предности на компјутерски имплементирана графичка статика	22
1.4.3.2 Идентификувани празнини во досегашните истражувања	23
1.5 Цели на истражувањето	25
1.6 Методологија на истражувањето	25
1.7 Организација на истражувањето	26
1.8 Придобивки од истражувањето	26
2 Дефинирање на форма на лаци при дејство на хоризонтална сила	29
2.1 Анализа и дефинирање форма на лаци	31
2.1.1 Дефинирање на потисна линија на лак со примена на графичка статика	31
2.2 Преглед на методи за анализа на лаци под дејство на хоризонтална сила	35

2.2.1	Дефинирање на потисна линија на лак под дејство на вертикален и хоризонтален товар	36
2.3	Метод за дефинирање на форма на лак преку примена на дводимензионален дијаграм на сили	39
2.3.1	Влијание на иницијалната геометрија на лакот врз потисната линија	41
2.3.1.1	Сегментирање на иницијалниот лак	45
2.3.1.2	Материјална ефикасност	49
2.3.1.3	Максимална сила на притисок	54
2.3.1.4	Максималната должина на потисна линија	56
2.3.2	Дефинирање на дијаграм на сили на лак под дејство на хоризонтален товар од различни насоки	60
2.3.2.1	Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница	60
2.3.2.2	Дефинирање на форма напрегната на притисок преку внатрешна делба на дијаграмот на сили	64
3	Дефинирање на форма на лушпи при дејство на хоризонтална сила	71
3.1	Анализа и дефинирање форма на лушпи	73
3.2	Дефинирање на потисна површина на лушпа со примена на графичка статика	74
3.2.1	Надворешна статичка рамнотежа на системи од паралелни сили	75
3.2.2	Дефинирање на тродимензионален план на сили на лушпа	79
3.2.2.1	Видови методи на поделба на полигони	81
3.2.2.2	Примена на методи за поделба на резултантен полигон	86
3.2.2.3	Понатамошна делба на резултантниот полигон	90
3.2.2.4	Влијание на фуникуларноста во дијаграмот на сили врз дефиницијата на потисната мрежа	93
3.3	Преглед на методи за анализа на лушпи под дејство на хоризонтална сила	96
3.3.1	Дефинирање на потисна површина на лушпа при дејство на вертикален и хоризонтален товар	97
3.4	Дефинирање на дијаграм на сили на лушпа при дејство на наизменичен хоризонтален товар	101
3.4.1	Ротација на полигонот на резултантата	101
3.4.2	Хоризонтално дејство во ортогонални правци	102
3.4.3	Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница	105
3.5	Споредба на резултати добиени со тродимензионална графичка статика и динамичка релаксација	113
3.5.1	Влезни параметри и гранични услови	113
3.5.2	Споредба на геометријата на фуникуларна и релаксирана мрежа	115
3.5.2.1	Хоризонтални разлики во положбата на јазлите	115
3.5.2.2	Вертикални разлики во положбата на јазлите	120
3.5.2.3	Вкупни просторни разлики во положбата на јазлите	123
3.5.3	Споредба на пренос на аксијални сили на притисок	129
3.5.4	Глобална дистрибуција на сили и глобални максимуми	132
3.5.4.1	Дистрибуција на сили по сегменти со локални максимуми	136
3.5.4.2	Глобални разлики во интензитет на сили	141
3.5.4.3	Разлики во пренос на сили по сегменти	146
3.5.4.4	Интегрирана анализа на глобални и локални разлики	152

4	Нумеричка анализа и валидација на лаци и луспи дефинирани со графичка статика	159
4.1	Аналитичко моделирање на лаци дефинирани со графичка статика . . .	161
4.1.1	Нумеричка интерпретација на фуникуларните форми	161
4.1.1.1	Избор на показател за проверка на фуникуларното однесување	162
4.1.2	Гранични вредности за интерпретација на фуникуларното однесување	162
4.2	Нумеричка анализа на лаци	163
4.2.1	Анализа на лаци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок	164
4.2.2	Анализа на лаци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа	174
4.2.3	Анализа на лаци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок	183
4.3	Аналитичко моделирање на луспи дефинирани со графичка статика . . .	192
4.3.1	Нумеричка интерпретација на резултати на фуникуларни форми . . .	193
4.4	Нумеричка анализа на луспи	194
4.4.1	Анализа на распределба на внатрешни статички големини	194
4.4.2	Анализа на распределба на коефициент на фуникуларност	197
4.4.3	Анализа на сегменти кои ја надминуваат гранична вредност на коефициентот на фуникуларност	199
4.4.4	Дијаграми на внатрешни статички големини	202
5	Заклучоци и препораки за идни истражувања	211
5.1	Заклучоци	213
5.2	Препораки за идни истражувања	217
	Библиографија	219
A	Псевдокод и визуелни алгоритми на постапките за дефинирање на форма	227
B	Дијаграми на форма и дијаграми на сили на лаци	237
B	Дијаграми на форма и дијаграми на сили на луспи	249

Номенклатура

ГОЛЕМИ ЛАТИНСКИ БУКВИ

A	површина зафатена од линиите на потисок
C_i	тежиште на сегментот i
E_i	екстрадос на сегментот i
F_{DR}	аксијална сила на притисок определена со динамичка релаксација
F_{3DGS}	аксијална сила на притисок определена со графичка статика
F_{\max}	максимална сила на потисок
I_i	интрадос на сегментот i
L	должина на работ по релаксација
L_0	иницијална должина на раб
L_{\max}	максимална должина на сегмент на потисна линија
M	нападен момент
N	аксијална сила
T	трансверзална сила
W_v	интензитет на вертикален товар
W_h	интензитет на хоризонтален товар

МАЛИ ЛАТИНСКИ БУКВИ

d	релативно поместување на двете потисни линии
f	коэффициент на фуникуларност
g	земјино забрзување
h	висина на лак, лушпа
k	коэффициент на еластичност на пружина

Номенклатура

m	наклон на нападна линија
n	број на сегменти
s	распон
t	вкупни просторни отстапувања
x, y, z	координати во декартов координатен систем

ГРЧКИ БУКВИ

α	параметар што го дефинира соодносот помеѓу резултатите од глобалната и сегментната анализа
β	агол што нападната линија на резултантата го зафаќа со вертикалата
Δ	широчина на сегмент
θ	агол што го зафаќа линијата дефинирана од две последователни тежишта C_i и C_{i+1} со вертикалата
ϕ	агол на тангентата на лакот во зоната на лежиштето

Листа на слики

Слика 1.1	Концертна сала Walt Disney, архитект Frank Gehry, 2003 година:а) конструкција, б) завршен изглед на екстериер	3
Слика 1.2	Хронолошки приказ на истражувања чија тема е графичка статика	7
Слика 1.3	Цртежи од <i>De Beghinselen der Weeghconst</i> на Stevin [6]	8
Слика 1.4	Цртежи на фуникуларни полигони во <i>Nouvelle Mécanique ou Statique</i> на Varignon [7]	9
Слика 1.5	Страници од <i>Le figure reciproche nella statica grafica</i> на Cremona [15]	10
Слика 1.6	Стандардизирани дводимензионални решетки и дијаграми на сили од Bow [16]	10
Слика 1.7	Интерактивна онлајн алатка за графичка статика eEquilibrium [20]	11
Слика 1.8	Излез од RhinoVAULT: (а) дефинирана форма на лушпа напрегната на притисок; (б) дводимензионална реципрочна форма; (в) дијаграм на сила [21]	12
Слика 1.9	Векторска тродимензионална графичка статика: (а) рамнински дијаграм на сили и неговата проекција (преклопени); (б) дијаграм на форма; (в) тродимензионален дијаграм на сили [27]	13
Слика 1.10	Полиедарска тродимензионална графичка статика: (а) дијаграм на сили и дијаграм на форма (преклопени); (б) дијаграм на сили; (в) дијаграм на форма	13
Слика 1.11	Комплексна разгранета тродимензионална структура: (а) дијаграми на сили; (б) дијаграм на форма [35]	14
Слика 1.12	Аналогијата помеѓу лак и висечки синџир на Хооке: (а) цртеж на Poleni; (б) анализа на предложениот метод [43]	15
Слика 1.13	Илустрации од Varignon на фуникуларни полигони и нивните соодветни дијаграми на сили [7]	16
Слика 1.14	Cripta de la Colònia Güell: (а) фотографија (пресликана) од висечкиот модел; (б) скица на Gaudí исцртана врз пресликана фотографија; (в) изградениот објект [44]	16
Слика 1.15	Физички модели: (а) висечка ткаенина од Isler; (б) жичана мрежа на Multihalle од Otto	17
Слика 1.16	Германски павилјон на Монреал ЕХРО 1967: (а) модел за дефинирање на форма [47] (б) фотографија од павилјонот [46]	17
Слика 1.17	Можниот проектантски простор според Sobek: (а) претставен со пресекот S на двете множества A и F ; (б) пресекот S е посеопфатен за истражување благодарение на дигитални алатки за дефинирање на форма [52]	18
Слика 1.18	Дефинирање на форма при гравитационо оптоварување: (а) физички модел од Isler; (б) дигитална репродукција на методот [54]	19
Слика 1.19	Примена на методот на динамичка релаксација на мембрана [57]	20
Слика 1.20	Мрежи во рамнотежа конструирани со метод на концентрација на сили [61]	21

Слика 2.1	Дефинирање на нападна линија на резултанта на произволен лак . . .	32
Слика 2.2	Анализа на рамнотежа на лак: (а) можна потисна линија и еквивалентна ланчаница; (б) дијаграм на сили; (в) рамнотежа на сегмент од лак	33
Слика 2.3	Фуникуларен лак и соодветен дијаграм на сили: (а) надворешна статичка рамнотежа; (б) рамнотежа на внатрешни статички големини на јазол	34
Слика 2.4	Дефинирање форма на лак при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) можна потисна линија и еквивалентна ланчаница; (б) дијаграм на сили; (в) рамнотежа на сегмент од лак	37
Слика 2.5	Рамнотежа на јазол на потисната линија	38
Слика 2.6	За иницијален параболичен лак: (а) потисната линија и еквивалентниот висечки синџир; (б) статичка рамнотежа прикажана преку дијаграм на сили; (в) рамнотежа на еден сегмент на лакот	40
Слика 2.7	Геометриски приказ: (а) иницијална геометрија на лак; (б) дефинирана форма со минимална зафатена површина од линиите на потисок	42
Слика 2.8	Промени во иницијалната геометрија на лак при поместување на пресликаната потисна линија	43
Слика 2.9	Сегментирање на лаци: (а) кружен лак без корекции; (б) кружен лак со корекции на големината на сегменти и положба на лежиште . . .	46
Слика 2.10	Сегментирање на лаци: (в) катенарен лак со минимални корекции на големина на сегменти; (г) параболичен лак кај кој корекции не се потребни	46
Слика 2.11	Број на можни сегменти на делба зависни од интензитетот на хоризонталниот наспроти вертикалниот товар за различни иницијални геометрии на лакот	47
Слика 2.12	Анализа на облик на лак: (а) сегментирање; (б) потисни линии . . .	48
Слика 2.13	Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок A при различно релативно поместување d [%] кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g	49
Слика 2.14	Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок A за различно релативно поместување d [%] при хоризонтално забрзување 0,30 g: (а) катенарен; (б) параболичен; (в) кружен лак	51
Слика 2.15	Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок A за различно релативно поместување d [%] кај параболичен лак при хоризонтално забрзување од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	53
Слика 2.16	Споредба на максимална сила на притисок F_{max} при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g	54
Слика 2.17	Дијаграм на сили: (а) катенарен лак; (б) параболичен лак; (в) кружен лак и (г) преклопување на дијаграмите	55
Слика 2.18	Споредба на максимална должина на линијата на потисок L_{max} за различно релативно поместување d [%] при хоризонтален товар 0,30 g: (а) катенарен облик на лак; (б) параболичен облик на лак; (в) кружен облик на лак	56
Слика 2.19	Споредба на максималната должина на страна на верижен полигон L_{max} при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g	57

Слика 2.20	Споредба на вредности на критични елементи при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g	59
Слика 2.21	Поделба на дијаграмот на сили зависно од различни вредности на релативното поместување d : (а) $d = 0$; (б) $d \neq 0$; (в) $d = \max$	61
Слика 2.22	Сегменти на иницијалниот лак кои ги дефинираат горната и долната граница на дефинираната форма на лак	61
Слика 2.23	Дефиниција на лак при хоризонтален товар од 0,30 g: (а) поделба на иницијалниот дијаграм; (б) дефиниција на долна граница; (в) дефиниција на горна граница	63
Слика 2.24	Дијаграми на форма и сила за вертикални товари со внатрешна делба на дијаграмот на сила: (а) делба на надворешните товари; (б) делба на дијаграмот со тежишните линии (според [95])	64
Слика 2.25	Варијации на дијаграм на форма: (а) можни дефиниции на дијаграмот на форма; (б) дијаграм на сили	65
Слика 2.26	Внатрешна поделба на дијаграм на сили при хоризонтален товар од 0,30 g:(а) горна граница (ектрадос); (б) долна граница (интрадос); (в) целокупната форма	66
Слика 2.27	Варијации на форма на лак при хоризонтален товар од 0,15 g и соодветните дијаграми на сила : (а) $d = 0$; (б) $d \neq 0$ поместување на потисните линии што зафаќа минимална површина; (в) $d = \max$	68
Слика 3.1	Мрежа на потисок на параболична лушпа дефинирана со пресликување на моделот на мрежа од висечки синџири преку хоризонтална референтна рамнина	75
Слика 3.2	Конструкција на тродимензионален план на сили: (а) Просторна поставеност на систем од паралелни сили; (б) Дефинирање на зеднички рабови на полигони; (в) Графичко определување на резултанта; (г) Дефинирање на полигон на резултанта; (д) Дводимензионален векторски план на сили; (е) Тродимензионален полиедарски план на сили	76
Слика 3.3	Иницијална фуникуларна конструкција: (а) Дијаграм на сили, внатрешна и надворешна статичка рамнотежа; (б) Дијаграм на форма	78
Слика 3.4	Фуникуларна конструкција: (а) Дијаграм на сили, внатрешна и надворешна статичка рамнотежа; (б) Дијаграм на форма	78
Слика 3.5	Директно определување на точка p : (а) рамнини нормални на линиите кои ги поврзуваат лежиштата; (б) пресечната линија која го определува правецот $m - m$	79
Слика 3.6	Дијаграм на форма на надворешна статичка рамнотежа и реципрочен дијаграм на сила со резултантен полигон за различен број на предвидени лежишта: (а) три; (б) четири; (в) пет; (г) шест	81
Слика 3.7	Видови поделби базирани на карактеристични точки	83
Слика 3.8	Видови поделби базирани на рабови	83
Слика 3.9	Видови поделби базирани на темиња	84
Слика 3.10	Видови поделби базирани на полиња, односно параметризација	85
Слика 3.11	Видови поделби базирани на паралелни внатрешни полигони	85
Слика 3.12	Рекурзивна поделба на полигон	86
Слика 3.13	Иницијална поделба на резултантен полигон базиран на карактеристична точка, тежиште: (а) квадратен резултантен полигон; (б) петоаголен резултантен полигон	87

Слика 3.14	Иницијална поделба на резултантниот полигон базирана на темиња: (а) петоаголен резултантен полигон; (б) седмоаголен резултантен полигон	88
Слика 3.15	Иницијална поделба на резултантниот полигон базиран на впишан полигон: (а) паралелен полигон; (б) ротиран паралелен полигон	89
Слика 3.16	Воспоставување на релација помеѓу аналогијата на Нооке за висечка мрежа и иницијалната поделба на дијаграм на сили базирана на впишан паралелен полигон	90
Слика 3.17	Поделба базирана на ротиран впишан полигон секундарно поделен преку неговото тежиште	92
Слика 3.18	Поделба базирана на ротиран впишан полигон дискретизиран на мрежа од квадратни полиња	92
Слика 3.19	Пренос на товари кај вкрстен свод: (а) може пат на пренос на товари, (б) алтернативен пат на пренос на товари, (в) дискретизација на товари која соодветно ги моделира структурните дејства прикажани во двата случаи	94
Слика 3.20	Дискретизација на ротиран впишан полигон базирана на ортогонална мрежа од квадратни полиња	94
Слика 3.21	Дискретизација на ротиран впишан полигон базирана на фуникуларна мрежа од квадратни полиња	95
Слика 3.22	Фуникуларна диискретизација на полигони	95
Слика 3.23	Рамнотежа на јазол на потисната мрежа	98
Слика 3.24	Ротација на полигон на резултантата: (а) хоризонтален полигон при вертикално натоварување; (б) ротиран полигон, нормален на правецот на резултантата	102
Слика 3.25	Потисни мрежи дефинирани при дејство на вертикален и пропорционален хоризонтален товар: (а) во насока $-x$, (б) во насока $-y$, (в) во насока $+x$ и (г) во насока $+y$	103
Слика 3.26	Дефинирање на потисна мрежа при дејство на хоризонтален товар во два ортогонални правци со наизменични насоки	104
Слика 3.27	Линии на пресек на потисни мрежи дефинирани при дејство на хоризонтален товар во два ортогонални правци со наизменични насоки	105
Слика 3.28	Поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили според линијата на пресек помеѓу две преклопени потисни мрежи: (а) линија на пресек; (б) рамнини низ полот O паралелни на рамнините нормални на сегментите од пресечната линија; (в) линија на поделба на дијаграмот на сили; (г) полигони на поделба определени со соседни точки од пресечната линија и полот O ; (д) полиедри што го претставуваат преносот на сили од пресечените сегменти; (е) сегменти на потисната мрежа добиени со реципрочно решавање.	107
Слика 3.29	Поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили на четири дела добиена со преклопување на дијаграмите што одговараат на хоризонтален товар во два меѓусебно нормални правци и во наизменични насоки	108
Слика 3.30	Тродимензионални дијаграми на сили добиени со поделба на иницијалниот дијаграм и нивните реципрочни потисни мрежи.	109
Слика 3.31	Поделба на потисни мрежи и соодветни дијаграми на сили дефинирани при дејство на вертикален и пропорционален хоризонтален товар: (а) во насока $-x$, (б) во насока $-y$, (в) во насока $+x$ и (г) во насока $+y$	110

Слика 3.32	Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница	111
Слика 3.33	Поделба на полиедар од дијаграм на сили со цел формирање на врска помеѓу долната и горната граница: (а) иницијална поделба; (б) второстепена поделба и (в) третостепена поделба	112
Слика 3.34	Потисини мрежи на лушпа дефинирани со примена на методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар	114
Слика 3.35	Потисини мрежи на лушпа дефинирани со примена на методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација при дејство на константен вертикален товар и хоризонтален товар со интензитет: (а) 0,15g; (б) 0,30g; (в) 0,45g	115
Слика 3.36	Вкупно хоризонтално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на распон L; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки	116
Слика 3.37	Вкупно хоризонтално отстапување помеѓу соодветни јазли определено со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на распон L; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g	118
Слика 3.38	Вкупно хоризонтално отстапување на положбата на јазли помеѓу потисни мрежи добиени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар споредено со комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар	119
Слика 3.39	Вкупно вертикално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на максимална висина h; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки	120
Слика 3.40	Вкупно вертикално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на максимална висина h; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g	122
Слика 3.41	Вкупно вертикално отстапување на положбата на соодветни јазли помеѓу потисните мрежи определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар наспроти комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар.	123
Слика 3.42	Вкупно отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на нормализирано евклидово растојание; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки	124

- Слика 3.43** Вкупно отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на нормализирано евклидово растојание; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g 126
- Слика 3.44** Вкупно отстапување на положбата на соодветни јазли помеѓу потисните мрежи определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар наспроти комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар 127
- Слика 3.45** Скаларни мапи на компонентални и вкупни разлики за вертикални и хоризонтални товари 128
- Слика 3.46** Нумерирани рабови на потисна мрежа, групирани по сегменти вдоль насоките y_0-y_9 и x_0-x_9 ; табела на вредност на коефициент s применет за нормализација на распределба на силите при дејство на вертикален товар 130
- Слика 3.47** Нумерирани рабови на потисна мрежа, групирани по сегменти вдоль насоките y_0-y_9 и x_0-x_9 ; табели на вредност на коефициент s применет за нормализација на распределба на сили при дејство на различни интензитети на хоризонтален товар 131
- Слика 3.48** Споредба на максимални вредности на аксијални нормализирани сили дефинирани со примена на динамичка релаксација F_{DR}^* и аксијални сили дефинирани со примена на графичка статика F_{3DGS} : (а) на ниво на целата мрежа при дејство на вертикален товар; (б) Нумерирана топологија на мрежата; (в) Детален приказ на интервал за рабови од 0 до 20 132
- Слика 3.49** Споредба на максимални вредности на аксијални нормализирани сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и аксијални сили дефинирани со метод на графичка статика F_{3DGS} : (а) на ниво на целата мрежа при дејство на вертикален и хоризонтален товар; (б) Детален приказ на интервал од раб 80 до раб 100 и од раб 170 до раб 180; (в) Нумерирана топологија на мрежата 134
- Слика 3.50** Скаларни мапи на интензитет на аксијални сили за потисни мрежи дефинирани преку метод на графичка статика и преку метод на динамичка релаксација 135
- Слика 3.51** Споредба на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и метод на графичка статика на F_{3DGS} , при дејство на вертикален товар со максимални вредности на ниво на сегменти во x и y правец; (а) Групирани аксијални сили по сегменти; (б) Нумерирана топологија на сегменти; (в) Детален приказ на интервал 0–40 136
- Слика 3.52** Споредба на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и метод на графичка статика на F_{3DGS} , со максимални вредности на ниво на сегменти во x и y правец; (а) Групирани аксијални сили по сегменти при дејство на различен интензитет на хоризонтален товар; (б) Детален приказ на интервал од раб 9 до раб 44 (в) Нумерирана топологија на сегменти; (г) Детален приказ на интервал од раб 99 до раб 170 138

- Слика 3.53** Споредба на аксијални сили дефинирани при дејство на вертикален товар и комбиниран вертикален и хоризонтален товар со максимални вредности на сегменти во y правец: (а) Метод на графичка статика на F_{3DGS} ; (б) Метод на динамичка релаксација F_{DR}^* 139
- Слика 3.54** Споредба на аксијални сили дефинирани при дејство на вертикален товар и комбиниран вертикален и хоризонтален товар со максимални вредности на сегменти во x правец: (а) Метод на графичка статика на F_{3DGS} ; (б) Метод на динамичка релаксација F_{DR}^* 140
- Слика 3.55** Скаларни мапи на интензитет на аксијални сили по сегменти за потисна мрежа 141
- Слика 3.56** Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика: (а) процентуална разлика со обележани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на разлика 142
- Слика 3.57** Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики 143
- Слика 3.58** Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,30g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики 144
- Слика 3.59** Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,45g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики 145
- Слика 3.60** Процентуална разлика со нотирани максимални вредности на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g, 0,30g и 0,45g 146
- Слика 3.61** Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика 147
- Слика 3.62** Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,15g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика 149
- Слика 3.63** Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика 150

Слика 3.64	Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика	151
Слика 3.65	Процентуална разлика на локални максимални вредности на аксијалните сили дефинирани со примена на методот на динамичка релаксација и примена на методот на графичка статика по сегменти	152
Слика 3.66	Интегрирани резултати за распределба на аксијални сили на притисок и процентуални разлики помеѓу применетите методи при дејство на вертикален товар во зависност од параметарот α	154
Слика 3.67	Интегрирани распределби на аксијалните сили определени со методот на графичка статика, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности во зависност од параметарот α	155
Слика 3.68	Интегрирани распределби на аксијалните сили определени со методот на динамичка релаксација, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности во зависност од параметарот α	156
Слика 4.1	Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	171
Слика 4.2	Дијаграми на трансверзални сили на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	172
Слика 4.3	Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	173
Слика 4.4	Деформираны облици на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	174
Слика 4.5	Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	180
Слика 4.6	Дијаграми на трансверзални сили на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	181
Слика 4.7	Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	182
Слика 4.8	Деформираны облици на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	183
Слика 4.9	Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	189
Слика 4.10	Дијаграми на трансверзални сили на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	190
Слика 4.11	Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	191

Слика 4.12	Деформирани облици на лаџи дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g	192
Слика 4.13	Дијаграми на аксијални сили: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul	203
Слика 4.14	Дијаграми на трансверзални сили во однос на оска у: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul	205
Слика 4.15	Дијаграми на трансверзални сили во однос на оска z: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul	206
Слика 4.16	Дијаграми на нападни моменти во однос на оска у: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul	208
Слика 4.17	Дијаграми на нападни моменти во однос на оска z: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul	209
Слика А.1	Визуелен алгоритам за дефинирање на форма на лаџи	231
Слика А.2	Визуелен алгоритам за дефинирање на форма на лушпи	235
Слика Б.1	Лак А_015g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	239
Слика Б.2	Лак А_030g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	240
Слика Б.3	Лак А_045g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	241
Слика Б.4	Лак А_015g_opt: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	242
Слика Б.5	Лак А_030g_opt: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	243
Слика Б.6	Лак А_045g_opt: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	244
Слика Б.7	Лак А_015g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	245
Слика Б.8	Лак А_030g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	246
Слика Б.9	Лак А_045g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	247
Слика В.1	Лушпа S_015g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	251
Слика В.2	Лушпа S_030g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	252
Слика В.3	Лушпа S_045g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма	253

Листа на табели

Табела 2.1	Споредба на параметри кај катенарен, параболичен и кружен лак . . .	44
Табела 4.1	Нумерички резултати од МКЕ анализата на лаци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок	165
Табела 4.2	Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f	168
Табела 4.3	Нумерички вредности за сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешни статички големини при релативно отстапување на коефициентот f	169
Табела 4.4	Нумеричка анализа на лаци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа	175
Табела 4.5	Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f	177
Табела 4.6	Нумерички вредности сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешни статички големини при релативно отстапување на коефициентот f	178
Табела 4.7	Нумерички резултати за лаци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок	184
Табела 4.8	Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f	186
Табела 4.9	Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f	187
Табела 4.10	Вредности на внатрешните статички големини за модели на лушпи	195
Табела 4.11	Вредности на коефициентот на фуникуларност и учество на сегментите кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност	198
Табела 4.12	Број и процент на сегменти кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност по компонентите y и z , поединечно или истовремено	199
Табела 4.13	Вредности на внатрешни статички големини и коефициент на фуникуларност за сегментите со најголемо надминување на граничната вредност	200
Табела 4.14	Вредности на внатрешни статички големини и коефициент на фуникуларност за сегменти со најголеми аксијални сили кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност	201

Глава 1

Вовед

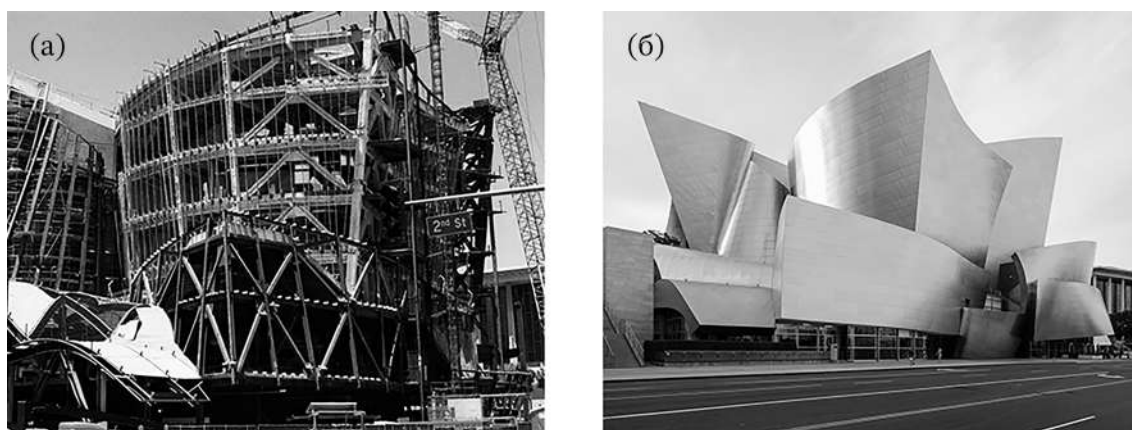
Во оваа глава е контекстуализирана основната тема на дисертацијата и се дефинирани мотивацијата, оригиналноста и релевантноста на спроведеното истражување. Изградена е почетната основа за истражувањето и поставено е првичното разграничување на тематските и методолошките пристапи. Понатаму, поставени се проблемот и предметот на истражувањето со осврт на тенденциите во развојот на графичката статика, конкретно тродимензионалната компјутерски имплементирана полиедарска графичката статика.

Пред почетокот на ова истражување собрани се околу 100 трудови, публикации и дисертации, врз основа на кои, е направен прегледот на литература поврзан со областа на трудот. Имајќи го предвид предметот на истражување на оваа докторска дисертација, направен е пресек на позначајните досегашни истражувања, фокусирајќи се на развојот и современата примена на графичката статика како метод за дефинирање на архитектонската форма.

Составен дел на оваа глава е поширокиот осврт на целите на истражувањето, кои се резултат на анализата направена на досегашните истражувања, со намера да се даде јасна претстава за потенцијалот за примена графичката статика. Врз основа на поставените цели дефинирана е методологијата на истражувањето и презентирана е организацијата на истражувањето. На крајот од оваа глава, се дискутира за важноста и релевантноста на истражувањето во контекст на современите проектантски пристапи во архитектурата и се сумираат придобивките од истражувањата спроведени во оваа докторска дисертација.

1.1 Контекст на истражувањето

Во последните три децении, подемот на компјутерски помогнатото проектирање и моделирање овозможи развој на нов формален јазик во архитектурата. Од раните 1990-ти овој дигитален пресврт [1] значително ги прошири можностите за изразување на архитектите преку формална слобода во процесот на компјутерското проектирање, додека новите градежни материјали и технологии на градба овозможија виртуелно проектираните решенија да станат изградена реалност. Меѓутоа, ваквото проектирање на архитектонска форма со сложена геометрија често се заснова првенствено на формални пристапи, изоставувајќи ги важните аспекти поврзани со носивите перформанси и ефикасната материјализација. Како резултат на изоставувањето на овие аспекти, развиени се софистицирани техники за дигитална рационализација и оптимизација за да се поедностават сложените архитектонски форми, придонесувајќи за зголемена ефикасност на изградбата [2]. Овие техники на конструктивна рационализација вообичаено се применуваат по завршување на фазата на архитектонско проектирање и имаат за цел геометриски да изменат делови од архитектонскиот проект за да ја олеснат неговата реализација без да предизвикаат суштински промени во предвидената архитектонска форма и концепт. Имено анализата на конструктивниот систем предвиден со архитектонскиот проект следи после фазата на архитектонското проектирање, ограничувајќи се на димензионирање на конструктивните елементи, водејќи сметка промените во целокупниот проект да бидат минимални. Во раната фаза на архитектонско проектирање конструктивните аспекти честопати се целосно исклучени, резултирајќи со форма која диктира неефикасна искористеност на материјалот. Неискористеноста на материјалот не може да биде компензирана преку рационализација на претходно проектирана форма, при што еднонасочениот процес резултира со тешка конструкција, загуба на материјал и комплексни детали, **Слика 1.1**. Scheurer [2] коментирајќи го ваквиот пристап кон проектирањето го опишува како обид за избегнување на повторувачки, фабрички, ортогонални и здодевни форми, кој резултира со комплексна реализација и зголемена потреба за работна сила.



Слика 1.1: Концертна сала Walt Disney, архитект Frank Gehry, 2003 година:а) конструкција, б) завршен изглед на екстериер

Историски гледано, фазата на проектирање се одвивала преку паралелен процес на формално и конструктивно размислување, спротивно на моменталниот пристап на проектирање на конструкциите. Меѓусебната врска помеѓу архитектонската форма и носивата конструкција е особено изразена кога носивите карактеристики зависат од архитектонската форма, односно кога потребната стабилност и носивост на конструкцијата уште во архитектонскиот проект не треба да бидат предвидени преку акумулација

на материјал, туку преку формата и конструктивниот систем. Римските лачни системи, готските сводови и лушпите од бетон се историски примери за симултан пристап кон архитектонското проектирање на формата и носивата конструкција.

Бетонските лушпи од дваесеттиот век и денешните дигитално проектирани сложени геометрии делат сличен формален јазик на флуидност и закривеност, но имаат суштински разлики во структурните перформанси. Геометриите на слободна форма на архитектурата на крива површина првенствено произлегуваат од основниот процес на дигитално моделирање, додека формите на лушпите кои пренесуваат товари преку мембрански сили на притисок се засноваат на комбиниран архитектонски и инженерски пристап, односно *метод на дефинирање на форма*. Првичните идеи за методите за дефинирање на форма биле развиени преку размислување за дефинирање на идеална форма на лак [3], при што нивното проектирање е параметарски процес кој ги поврзува архитектонските концепти и реалните носиви барања.

Во време пред широката употреба на компјутери во архитектурата, преку употреба на физички модели, биле развиени првите тродимензионални методи за дефинирање на форма. Денес, компјутерски имплементирани методи за дефинирање форми сè повеќе ги надминуваат физичките пристапи во проектирањето на форми поради нивната флексибилната и ефикасна употреба. Меѓутоа повеќето неодамна развиени алатки кои се базираат на нумерички методи обезбедуваат ограничен увид во основната методологија за дефинирање на форма и се потпираат на повратни информации од корисничкото искуство за односот помеѓу дадените влезни барања и добиените резултати. Поради тоа, дигиталните алатки треба да обезбедат доволна и флексибилна контрола врз целокупната форма, при што истовремено треба да бидат транспарентни и разбирливи, за проектантите да можат правилно да го интерпретираат процесот на дефинирање форма и неговите резултати.

Во споредба со алатките базирани на нумерички методи, алатките базирани на геометрија, преку употреба на графичка статика, овозможуваат попрецизен процес на проектирање во рамките на разбирлив сет на структурни ограничувања. Дополнително, современата графичката статика, промовира целосен, интуитивен и транспарентен процес на дефинирање на форма преку примена на графички техники на тродимензионални проблеми. Графичкиот пристап обезбедува геометриска репрезентација на формата и силата, и на тој начин помага проектантот да стекне структурно знаење и подобро разбирање на формата. Разбирање на структурно ограничениот процес на проектирање е одлучувачки за проектантот успешно да го насочи истражувањето на формата во посакувана насока.

1.2 Дефинирање на проблемот

Параметарското дефинирање на форма врз основа на сили води кон дефинирање на нови структурни типологии и можности за проектирање, кои не само што се просторно сложени и секогаш се ограничени да бидат во статичка рамнотежа, туку и се ослободени од какви било претходни предрасуди кон познатите геометрии или типологии. Графичката статика дозволува следење на нова парадигма, формата ја следи силата, при што се добива голема слобода во обликувањето на формата, а истовремено се запазува статичката рамнотежа на конструкцијата уште при раните фази на проектирањето. Тековните истражувања, како за дефинирањето на фуникуларни форми, така за и имплементација на тродимензионална графичка статика, доминантно го нагласуваат влијанието на вертикалните товари, што резултира со недоволно разбирање на влијанието од хоризонталните товари.

Клучните претпоставки на истражувањето се базираат врз претходно собирање податоци и преглед на научна литература, со цел да се идентификува празнина и да се дефинира истражувачкиот проблем:

Имплементација на методите на графичка статика во проектирање на конструкцијата за специфични товарни случаи на фуникуларни форми, кои вклучуваат дејство на хоризонтална сила.

1.3 Предмет на истражувањето

Во науката и праксата веќе постојат добро развиени и воспоставени нумерички методи за анализа на конструкции, но истовремено истражувањето на графичката статика продолжува да биде релевантно и важно, особено имајќи ја предвид денешната парадигма „проектирање преку анализа“. И покрај тоа што, зголемената пресметковна моќ на компјутерите го промовира методот на конечни елементи за анализа на конструкции, при што софтверот на конечни елементи може да ја анализира речиси секоја геометрија и да даде голем број податоци; градиентите на бојата и нумеричката повратна информација, не обезбедуваат непосреден увид во геометрискиот однос помеѓу формата и силите.

Една од идентификуваните празнини во досегашните истражувања поврзани со примена на методите на графичка статика за анализа на конструкции е дејството на хоризонталните сили врз статичката рамнотежа. Почетна точка при анализа на статичката стабилност е влијанието на гравитационите вертикални товари, но во исто време дејството на хоризонталните товари, не може да биде занемарено, доколку се спроведува комплетен метод за дефинирање на формата.

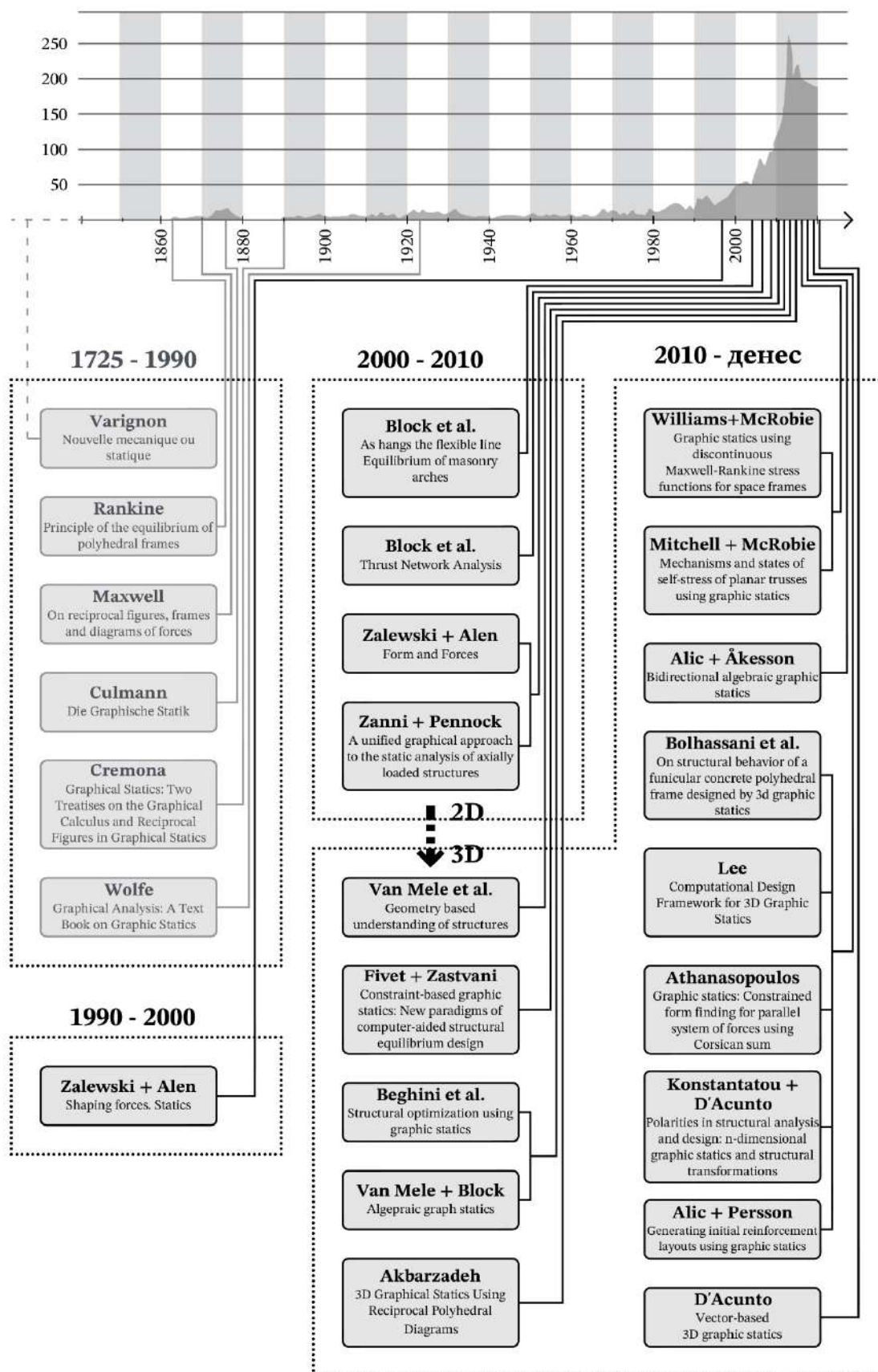
Во фокусот на ова истражување е имплементација на методите на графичката статика и преку нови пристапи приближување на статичките проектни проблеми до архитектите-проектанти со користење на геометријата на дијаграмите на силите како катализатор за проектирање, анализа и оптимизација. Ваквата примена на графичка статика овозможува истражување на нов пристап во архитектонското проектирање воден од силата и откривање на можности ослободени од какви било претходно познати типологии на конструктивниот систем. Оттука, предмет на истражување на овој труд е:

Истражување на формата и примената на реципроцитетни тродимензионални полиедарски дијаграми на сили за дејство на хоризонтални товари, како дополнување и порширување на примената на графичката статика во доменот на архитектонското дефинирање на формата.

1.4 Преглед на претходни истражувања

Прегледот на литературата го разгледува развојот и примената на графичката статика во процесот на проектирање на конструкциите. Од направениот хронолошки пресек на литературата од оваа област може да се заклучи дека во текот на изминатите три децении годишниот број на напишани публикации за графичка статика се зголемува со експоненцијална стапка, **Слика 1.2**. Основните принципи на графичката статика датираат од 18-тиот век, а денес компјутерската графичка статика и тродимензионалната графичка статика, како нови области на истражување со многу истражувачки можности, треба да бидат развивани во иднина, што укажува дека истражувањето е поставено во рамки на област која континуирано се развива преку современи истражувања.

Прегледот на литература е конципиран во три целини, врз основа на кои се изнесени заклучоците и идентификувана е празнината на досегашните истражувања од областа. Првата целина претставува резиме на еволуцијата на графичката статика и неодамнешниот развој на тродимензионалната компјутерската графичка статика, хронолошки поделен во три сегменти. Втората целина од прегледот на литература ги разгледува методите за дефинирање на форма, опфаќајќи го нивниот историски развој и современа употреба. Третата целина ја дискутира улогата на графичката статика како метод за дефинирање на формата во процесот на проектирање на просторни, тридимензионални фуникуларни форми. На крајот се изнесени заклучоците од направениот преглед и идентификувана е празнината во досегашните истражувања од областа.



Слика 1.2: Хронолошки приказ на истражувања чија тема е графичка статика

1.4.1 Графичка статика

Графичката статика, пристап заснован на геометрија кој ја поврзува формата на носивата конструкција со распределбата на внатрешните сили, темели на примената на два геометриски прикази, **дијаграмот на формата** и **дијаграмот на силите**. Првиот приказ ја претставува геометријата на конструкцијата на решеткаст носач, вклучувајќи ги надворешни сили, додека вториот приказ ја претставува статичката рамнотежа на јазлите на решеткастиот носач, при што двата дијаграма се меѓусебно зависни, односно промената на дијаграмот на формата се одразува на дијаграмот на силите и обратно.

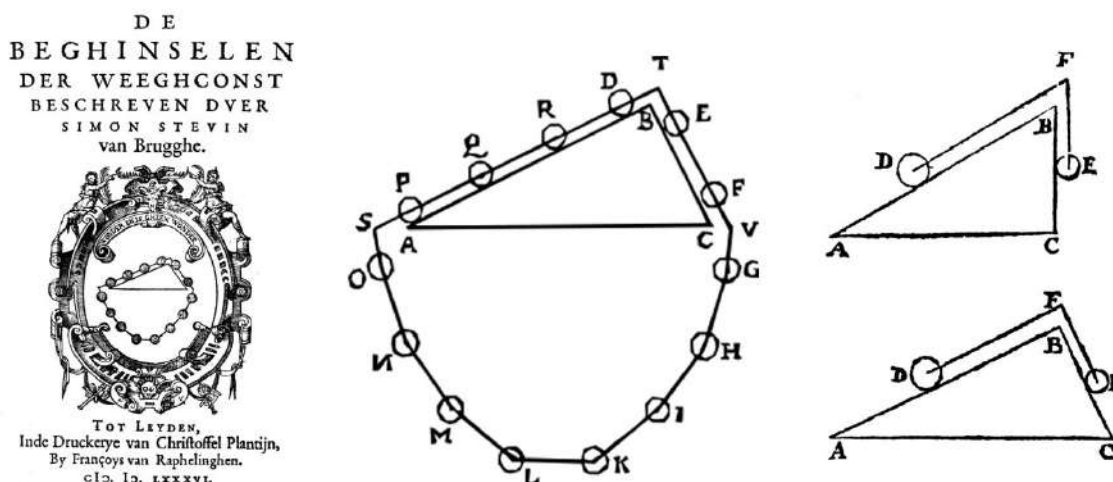
Литературата која прави историски пресек на развојот на графичката статика е поделена хронолошки во три сегменти. Првиот сегмент се фокусира на литературата која ги истражува основните принципи и методи на графичката статика, почнувајќи од нејзиното основање во 16-тиот век, па сè до крајот на 20-тиот век.

Вториот сегмент ја разгледува литературата од крајот на 20-тиот век која бележи обновен интерес за ова поле, особено преку интеграцијата со компјутерските технологии, кои овозможуваат не само поефикасна примена на класичните принципи, туку и проширување на нивната примена во анализа и проектирање на комплексни конструкции.

Третиот сегмент ги опфаќа најновите достигнувања во областа на тродимензионалната графичка статика, од крајот на 20-тиот век до денес. Во овој период, истражувањата ги применуваат тродимензионалните дијаграма на форма и сили за анализа и проектирање на сложени конструкции, користејќи напредни дигитални алатки.

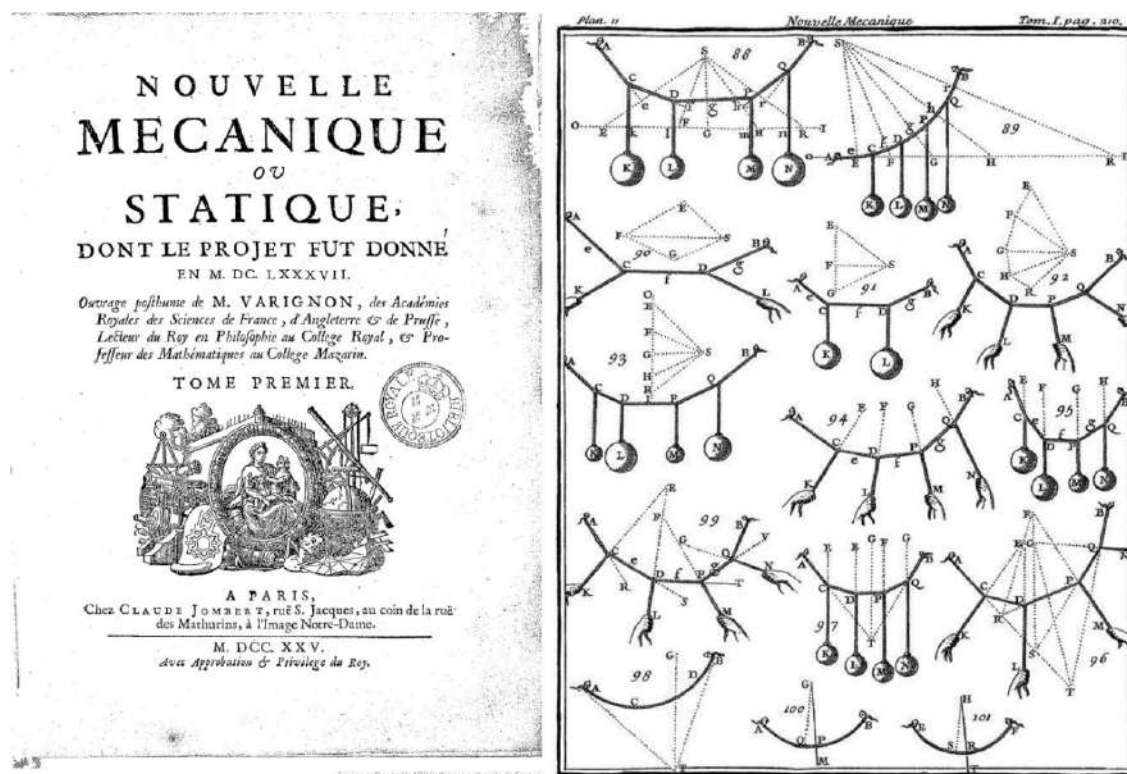
1.4.1.1 Историски развој на графичката статика

Во деталниот историски пресек на графичката статика презентирани во *The History of the Theory of Structures* од Kurrer [4] и *Symmetrie Gruppe Dualität* од Scholz [5], се наведува дека почетоците на графичката анализа на сили датираат уште од 16-ти век. Првиот значаен придонес се припишува на Simon Stevin, кој во 1586 година [6] графички го прикажал балансот на силите на наклонети рамнини користејќи дијаграма на пондерирани јажиња, заклучувајќи дека силите на двете страни на наклонетите рамнини се во рамнотежа ако големината на силата на секоја страна е пропорционална со должината на страната, Слика 1.3.



Слика 1.3: Цртежи од *De Beghinselen der Weeghconst* на Stevin [6]

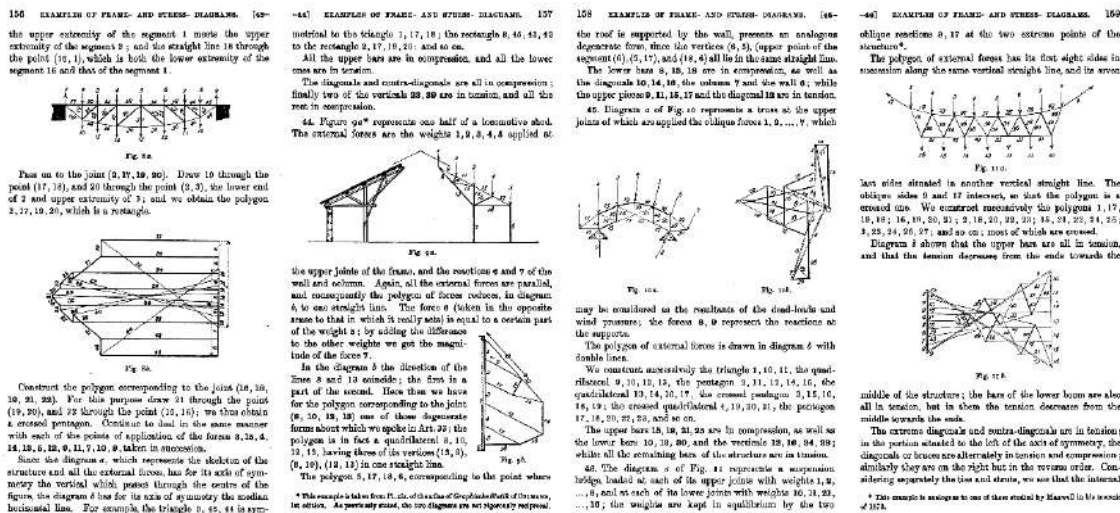
Во еден од првите примери поврзани со графичката статика, *Nouvelle Mécanique ou Statique* [7], Varignon за прв пат ги вовел клучните термини: **фуникуларен полигон** и **полигон на сили**. Преку употребата на полигон, односно **дијаграм на сили**, Varignon ја опишал статичката рамнотежа на внатрешните сили во едноставни структури, како и на системи со суспендирано, нееластично јаже со прикачени тежини. Во овие примери, формата што ја зазема јагето под дејство на силите го претставува **фуникуларниот полигон**, кој визуелно ја прикажува интеракцијата помеѓу надворешните и внатрешните сили, Слика 1.4.



Слика 1.4: Цртежи на фуникуларни полигони во *Nouvelle Mécanique ou Statique* на Varignon [7]

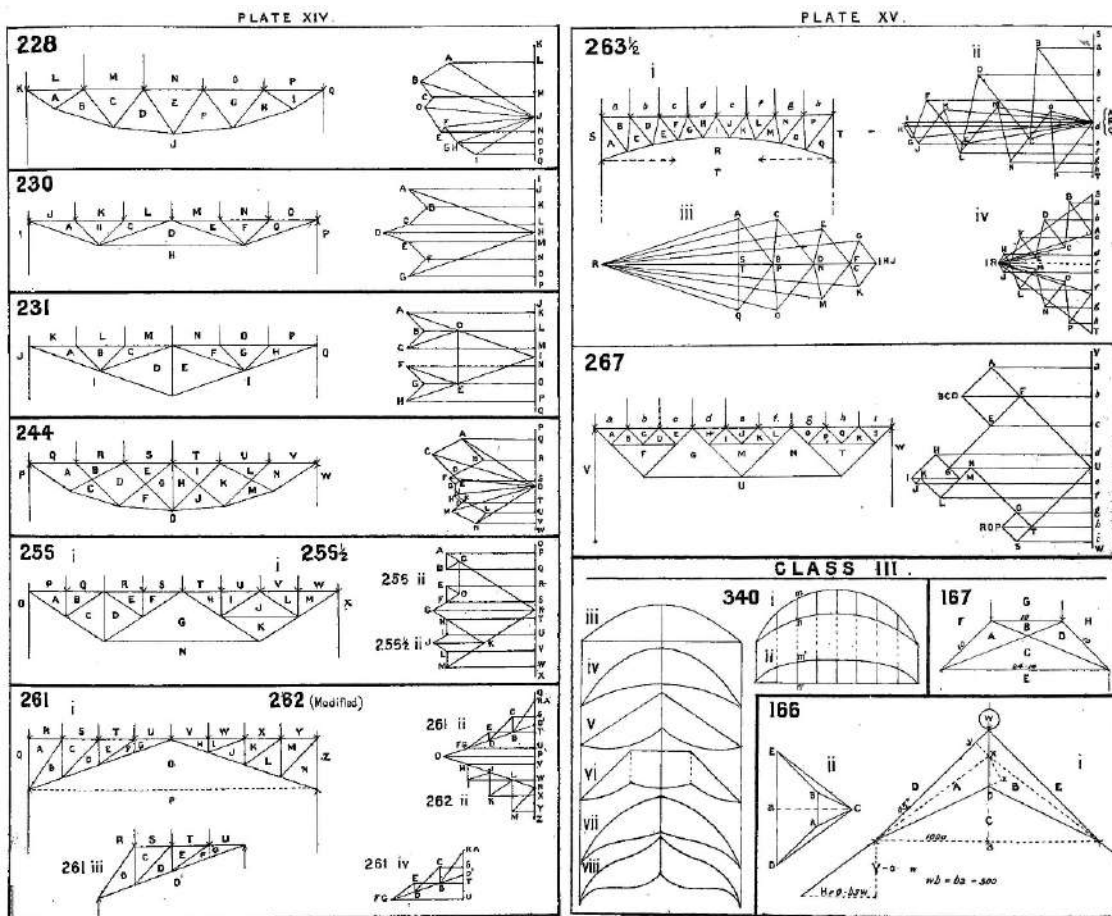
До почетокот на 19. век, концептите на полигон на сили биле користени од страна на повеќе истражувачи за да се визуелизира, анализира и објасни рамнотежата на систем од сили. Poncelet [8] во 1822 година користел полигон на сили за определување на центарот на гравитација, Lamé и Clapeyron [9] во 1828 година го примениле истиот метод за анализа на куполата на катедралата Св. Исак, а во 1858 година, Rankine [10] презентирал како полигони на сили може да се применуваат за пресметување на внатрешните сили кај статички определени решетки.

Графичките методи за анализа на статичката рамнотежа формално се воведени во полето на инженерство како „графичка статика“, преку книгата на Culmann, *Die Graphische Statik* [11], воспоставувајќи дека фуникуларниот полигон и соодветниот полигон на сили се меѓусебно заменливи, односно истите се реципрочни дијаграми [6], [7]. Теоријата за реципрочна врска помеѓу фуникуларната форма и дијаграмот на силите е воспоставена во публикациите на Maxwell [12], [13]. Врз основа на графичките методи на Culmann и теоријата на Maxwell за реципрочни дијаграми, Cremona го воспоставил графичкиот метод за конструирање на реципрочни дијаграми [14], проширувајќи ја примената на графичките методи за анализирање на преносот на силите кај решетки [15].



Слика 1.5: Страници од *Le figure reciproche nella statica grafica* на Cremona [15]

Појдноставувањето на примената во пракса на графичките методи е прикажана во монографијата *The Economics of Construction in Relation to Framed Structures* на Bow [16], во која се презентирани селекција на различни форми на дводимензионални дрвени решетки при различни натоварувања и нивните соодветни дијаграми на сили Слика 1.6.



Слика 1.6: Стандардизирани дводимензионални решетки и дијаграми на сили од Bow [16]

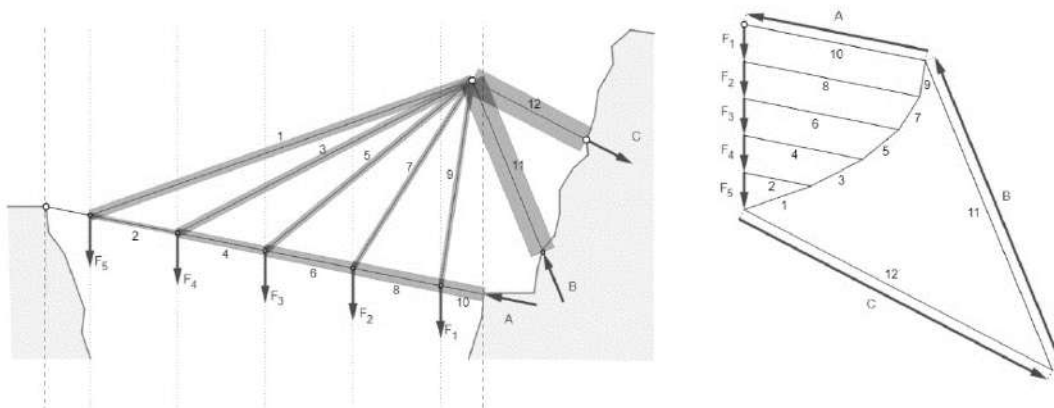
Во текот на доцниот 19-ти век, графичката статика била дополнително популаризирана поради нејзината примена како комплементарна техника за анализа на конструкции од леано железо [4]. Во споредба со традиционалните конструкции изведени во комбинација на камен и дрво, конструкциите од леано железо се формирани од низа линиски елементи кои се аксијално напрегнати од сили на притисок или затегнување. Рамнотежата на сили, проектирањето и анализата на ваквите сложени носиви форми може графички да биде определена, применувајќи ја графичката статика, без примена на комплицирани нумерички методи и пресметки. Сеопфатен текст за примена на дотогаш познатите методи и нивна илустрација преку конкретни примери е презентиран од страна на Wolfe [17] во *Graphical Analysis: A Text Book on Graphic Statics*, која хронолошки е последна референца од разгледуваниот период.

Кон крајот на 20-тиот век започнала примената на армираниот бетон за изведба на конструкциите, кај кои носивите елементи се сложено напрегнати. Методот на графичка статика е соодветен за анализа на конструкции од линиски елементи кои носат само аксијални сили, како резултат на тоа, методите за проектирање и анализа на армиранобетонските конструкции постепено сè повеќе се засноваат на нумерички методи базирани на линеарна алгебра.

1.4.1.2 Компјутерска имплементација на графичка статика

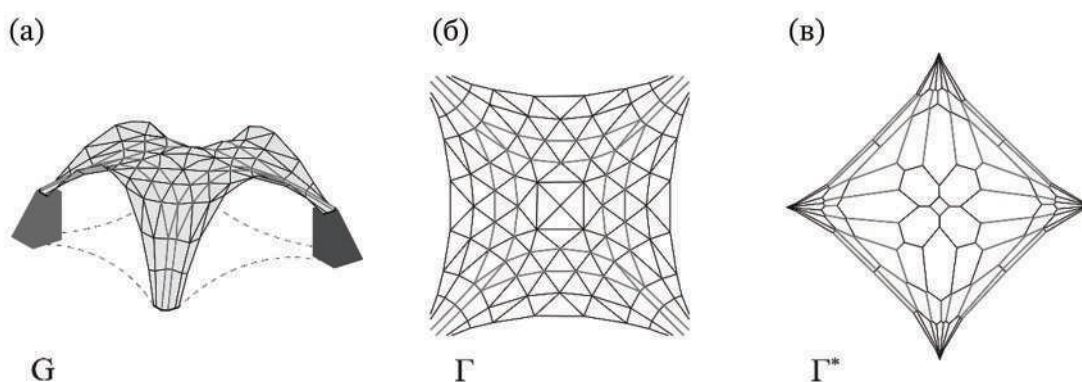
Во последните години зголемениот интерес за истражување во полето на графичката статика пред сè се должи на новите методи на „истражување преку проектирање“, како и можностите кои произлегуваат кога графичката статика се комбинира со напредните софтвери за алгоритамски и компјутерски помогнато проектирање. Софтверските алатки за тродимензионално моделирање, кои се применуваат во архитектонското проектирање, овозможуваат истражување на структуралниот дизајн користејќи тродимензионална графичка статика, на начин кој не евозможен преку дводимензионално рачно или компјутерско цртање на дијаграмите.

Инхерентните параметарски квалитети на графичката статика најпрвин се имплементирани преку развојот на дводимензионалните софтверски апликации, како ActiveStatics [18], InteractiveTHRUST [19] и eEquilibrium [20], кај кои за конструирање на интерактивните цртежи се користи параметарски софтвер. Генерираните цртежи овозможуваат интеракција и визуелизација во реално време, но бараат претходно програмирање и познавање на графичката статика. Модификациите на софтверската топологија на постоечкиот цртеж се сложени, што го ограничува истражувањето на нови архитектонски форми и често бара целосна реконструкција на интерактивниот цртеж.



Слика 1.7: Интерактивна онлајн алатка за графичка статика eEquilibrium [20]

Преминот од дводимензионален простор кон имплементација на графичка статика во тродимензионален простор е започнат со RhinoVAULT [21], заснована на анализа на мрежата на потисок, имплементирана како дополнителна компонента за параметарскиот софтвер Rhinoceros3D [22]. Истата претставува интерактивна алатка за дефинирање на лушпа во слободна форма со помош на реципрочни дијаграми, Слика 1.8, при што се применува т.н. мрежа на потисок која ја претставува просторна рамнотежа на силите на притисок. RhinoVAULT манипулира со тродимензионална форма користејќи хоризонтални проекции на дискретизирани лушпи за да конструира интерактивна дводимензионална форма и дијаграми на сили во рамнина, и во таа смисла не претставува вистинска имплементација на тродимензионална графичка статика. Иако истовремено се обезбедува контрола и на формата и на силите уште во раните фази на проектирање, товарите можат да бидат само вертикални, при што RhinoVAULT е ограничена на многу специфична типологија на фуникуларни лушпи.

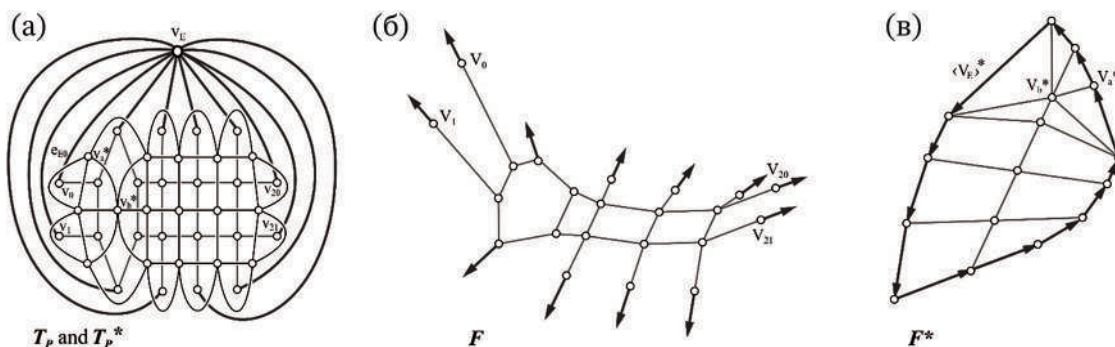


Слика 1.8: Излез од RhinoVAULT: (а) дефинирана форма на лушпа напрегната на притисок; (б) дводимензионална реципрочна форма; (в) дијаграм на сила [21]

1.4.1.3 Тродимензионална графичка статика

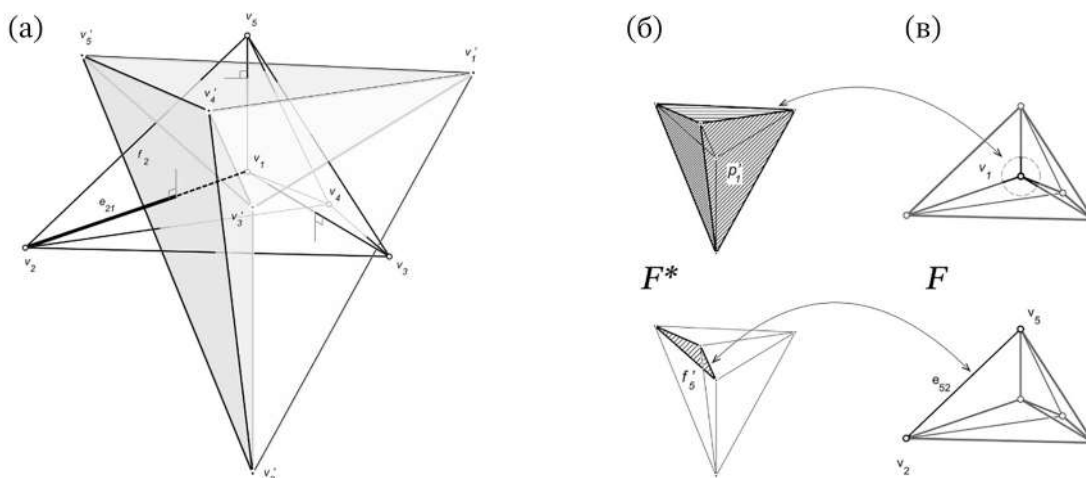
Можностите за тродимензионално моделирање имплементирани во денешните параметарски софтвери овозможуваат современите истражувања од областа на графичката статика да бидат фокусирани кон нејзин развој во трета димензија применувајќи различни пристапи и методи. Во овој контекст методите се категоризираат во три главни пристапи: проективен, композитен и целосно тродимензионален [23], во чии рамки дополнително се издвојуваат два главни методи, метод базиран на полиедри и метод базиран на вектори.

Рамнотежата на просторните сили векторската тродимензионална графичка статика ја решава применувајќи пондерирани вектори [24], односно т.н. „реципрочни дијаграми на Стемона“ [25] или „тродимензионални Стемона дијаграми“ [26]. При тоа определувањето на рамнотежата на сили на еден јазол е јасна, за разлика од конструирањето на целосен дијаграм на сили за тродимензионална структура, каде резултат се нејасни преклопувачки вектори и дијаграм на сили кој не е реципрочен на дијаграмот на формата. За да се воспостави паралелна врска помеѓу формата и дијаграмот на силите [27] потребни се дополнителни нумерички пресметки со што се негираат интуитивните и транспарентни аспекти на графичката статика, Слика 1.9. Базирањето на тродимензионалната графичка статика на вектори се заснова на аргументот дека методот е конзистентен на оригиналните техники на дводимензионалната графичка статика, користејќи ги должините на векторите за да се претстави интензитетот на силите, меѓутоа векторите во тродимензионален простор не лежат во иста рамнина, при што нивната вистинска должина станува непрегледна.



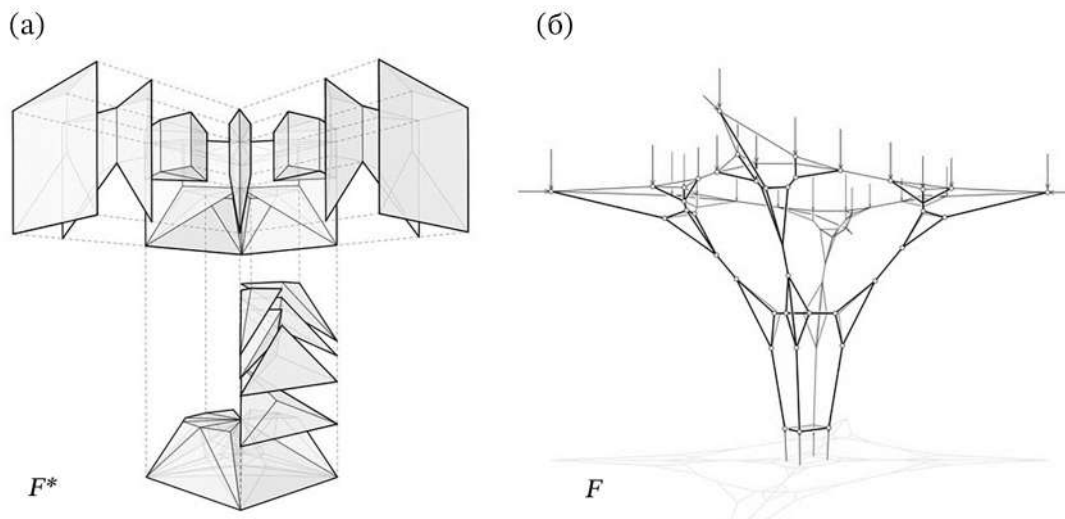
Слика 1.9: Векторска тродимензионална графичка статика: (а) рамнински дијаграм на сили и неговата проекција (преклопени); (б) дијаграм на форма; (в) тродимензионален дијаграм на сили [27]

Тродимензионалната графичка статика заснована на полиедарски претстави на рамнотежата на силите, базира на истражувањата на Rankine [28] и Maxwell [13]. Уште во 1864, во трудот со наслов *Principle of the Equilibrium of Polyhedral Frames*, Rankine предложил можна реципрочна врска помеѓу формата и преносот на сили во тродимензионален простор, за што Maxwell воспоставил геометриска процедура за конструирање тродимензионални реципрочни дијаграми. Иако Maxwell и Rankine во нивните текстови го користат терминот „рамка“ (анг. frame), McRobie [26] истакнува дека анализите се однесуваат на решеткасти носачи кај кои елементите пренесуваат само аксијални сили, суштински разликувајќи се од денешната употреба на терминот „рамка“ кој подразбира конструкција со крути врски која ги пренесува сите внатрешни статички големини, вклучително и нападни моменти. Во дводимензионалната графичката статика, интензитетот на аксијалната сила на елементи на решетка е претставен преку должината на соодветниот раб во дијаграмот на силите, додека во истражувањето на Maxwell и Rankine, површините и ориентациите на лицата во полиедарскиот дијаграм на сили ги претставуваат насоките и големините на силите во соодветните членови на тродимензионалната решетка. Врз основа на овој пристап, за определена полиедарска решетка во статичка рамнотежа, може да се конструира реципрочен тродимензионален дијаграм на сила од поединечни затворени полиедарски ќелии, каде што секоја ќелија ја дефинира рамнотежата на силите што дејствуваат на еден специфичен јазол на решетката **Слика 1.10**.



Слика 1.10: Полиедарска тродимензионална графичка статика: (а) дијаграм на сили и дијаграм на форма (преклопени); (б) дијаграм на сили; (в) дијаграм на форма

Акбарзаде [29] [30], комбинирајќи ги карактеристиките и предностите на современиот параметарски софтвер графички ги разјаснува предлозите на Maxwell и Rankine преку тродимензионални дијаграми и визуелизации, додека нивна поконкретна имплементација е направена преку дополнителните компоненти за Rhinoceros3D [31], PolyFrame [32] и 3DGS [33], кои всушност претставуваат имплементација на реципрочните дијаграми на силата и формата, **Слика 1.11**. Најсеопфатна компјутерска основа базирана на тродимензионална графичката статика која применува полиедарски дијаграми на сили е опишана од Lee [34], развивајќи генерализирана теоретска основа, поткрепена со формулација на структури на податоци за решавање на широк опсег на проблеми со рамнотежа вклучувајќи просторни системи на сили.



Слика 1.11: Комплексна разгранета тродимензионална структура: (а) дијаграми на сили; (б) дијаграм на форма [35]

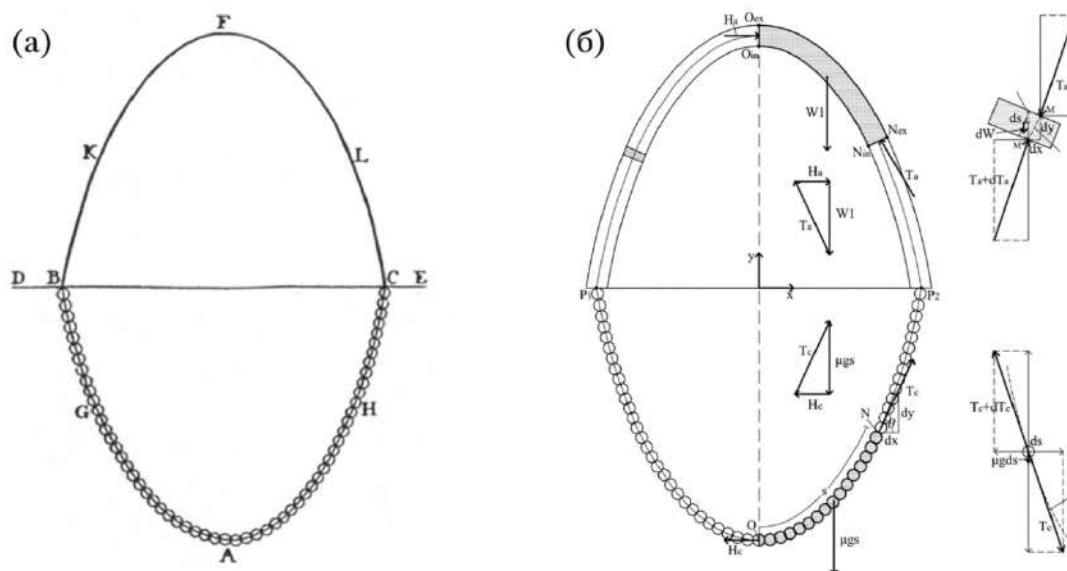
Во изминатите неколку години, имплементирани се бројни софтверски апликации за проектирање со примена на тродимензионална графичка статика, меѓу кои дефинирање на формата преку итеративни поделби на полиедрите на силите [36], [37], тестирање на модели на просторни структури кои носат само на сили на притисок [38], како и целосна материјализација на структура дизајнирана со тродимензионална графичка статика [39]. Покрај истражувањата насочени кон проектирање и дефинирање форма, McRobie и Konstantatou [40] воспоставуваат генерализирана теоретска основа за тродимензионална графичка статика, поврзувајќи ја со фундаменталните принципи на конструктивното инженерство. Нивните истражувања презентираат n -димензионални методи на реципрочна конструкција со помош на проективна геометрија [41], дијаграми за суми на Минковски во однос на теоремата за пренос на натоварување на Максвел [26], ја адресираат нецелосноста на Ранкиновиот реципрочитет, како и ја дискутираат генерализацијата на тродимензионална графичка статика за какви било тродимензионални решетки [26], [40].

1.4.2 Методи за дефинирање на форма

Методите за дефинирање на формата претставуваат напреден процес во кој параметрите експлицитно се контролираат, со цел дефинирање *оптимална геометрија* на конструкцијата која е во статичка рамнотежа при дејство на товари предвидени во процесот на проектирање [42]. Во овој контекст, *оптимална геометрија* на конструкцијата подразбира дефинирање на облик или конфигурација на конструкција која на најефективен начин ги прифаќа и ги прераспределува нанесените товари, максимално

искористувајќи го капацитетот на напречниот пресек на конструктивните елементи со минимална употреба на материјал. Ваквиот концепт предвидува проектирање на конструкции кои го следат природниот пат на пренос на аксијални сили на притисок, односно затегнување, а се избегнува појава на нападни моменти на свиткување и трансверзални сили на смолкнување. Облиците на конструкцијата, односно формите, кои се усогласени со силите кои треба да бидат прифатени и пренесени, се нарекуваат **фуникуларни форми**. Кај **фуникуларните форми**, напрегањето по висина на непречениот пресек е рамномерно распределено, намалувајќи ја веројатноста за концентрација на напрегања и појава на слаби точки каде може да дојде до лом на конструкцијата.

Почетните методи за дефинирање на форма се засновани на принципот на висечки синџир на Хooke [3], каде пресликувајќи го обликот на висечкиот синџир, кој по дефиниција е напрегнат само на сили на затегнување, се дефинира еквивалентен лак напрегнат на сили на притисок, **Слика 1.12**. Завземената форма на синџирот го илустрира преносот на сили на притисок кај лакот, односно ја дефинира линијата на потисок [43].



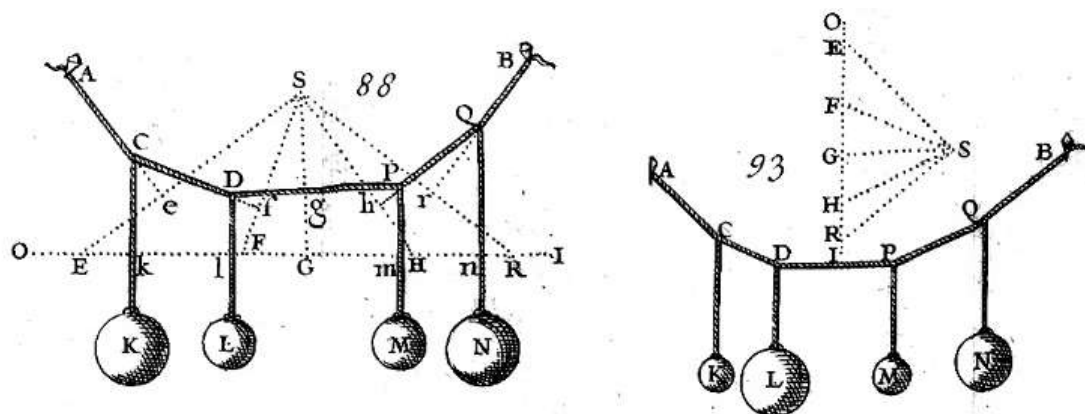
Слика 1.12: Аналогијата помеѓу лак и висечки синџир на Хooke: (а) цртеж на Poleni; (б) анализа на предложениот метод [43]

Аналогијата на Хooke е суштински поврзана со почетоците на графичката статика преку истражувањата на Varignon во кои за првпат е воведен терминот **фуникуларен полигон**, чија етимологија потекнува од латинскиот збор *funiculus*, што значи кабел или јаже. Varignon предлага графички метод за конструирање на формата на суспендирано, нееластично јаже со прикачени тежини, со што се поставуваат темелите за примена на геометриските методи во анализа на статичката рамнотежа.

Принципот на висечки синџир на Хooke, ја дефинира формата на лаци со константна дебелина под дејство на товар само од сопствената тежина. Varignon го надградува овој принцип, воведувајќи го влијанието на различни товари на суспендираното јаже. Притоа, тој ја поврзува оваа форма со концептот на **дијаграмот на сили**, со што демонстрира дека геометријата на фуникуларниот полигон е директно зависна од распределбата на товарите [7].

За јаже прицврстено во неговите крајни точки, натоварено со вертикални товари со различен интензитет нанесени во поделни точки, се формира соодветен верижен полигон, **Слика 1.13**, за кој е конструиран дијаграм на сили што ја претставува рамноте-

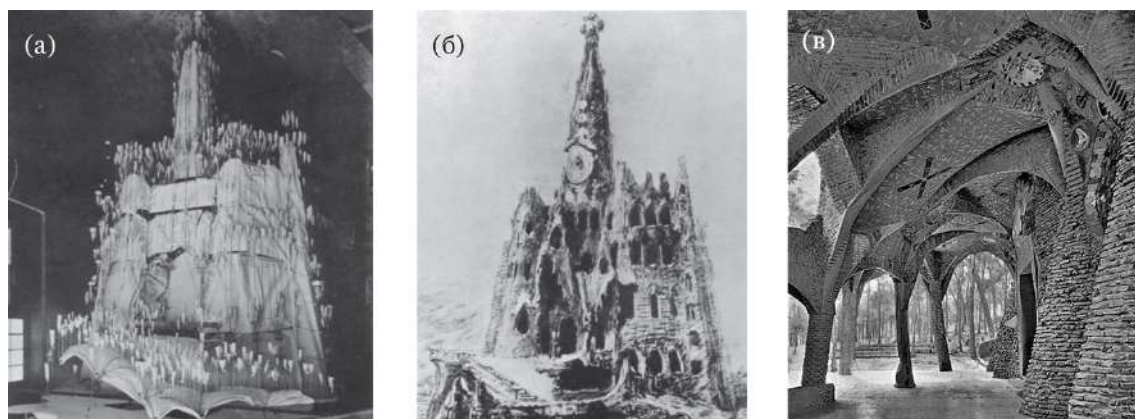
жата на секој јазол. Имено, во фуникуларниот полигон, секој од пооделните триаголници претставува рамнотежа на силите за соодветниот јазол, додека должината на секоја страна од триаголникот претставува големина на силите кои дејствуваат во соодветниот јазол. Имено, секој пооделен фуникуларен полигон постигнува единствена статичка рамнотежа за дадените гранични услови на потпирање, геометрија и условите на натоварување.



Слика 1.13: Илустрации од Varignon на фуникуларни полигони и нивните соодветни дијаграми на сили [7]

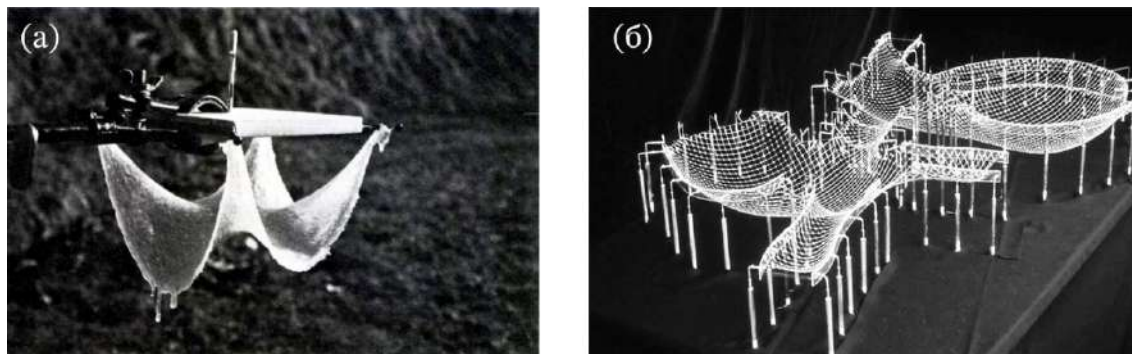
1.4.2.1 Физички модели за дефинирање на форма

Во периодот кога започнува развивањето на методите за дефинирање на формата, тродимензионалната графичка статика се наоѓала на ниво на развивање на своите теоретски почетоци. Поради тоа развојот на методите за дефинирање на формата засновани на дводимензионална графичка статика, продолжуваат да се развиваат во тродимензионален простор преку употребата на висечки физички модели. Практичната примена на висечки модели е имплементирана преку проектите на каталонскиот архитект Antoni Gaudí (1852-1926), кој во процесот на проектирање користел сложени, тродимензионални висечки модели, при тоа овозможувајќи истражување на нови облици на фуникуларни форми, Слика 1.14. За да може прецизно да се контролира обликот на моделите, Gaudí создал параметарски, структурно информиран процес на моделирање, со кој доаѓа до модификација на формата со промена на должината на жиците и распределбата на тежината.



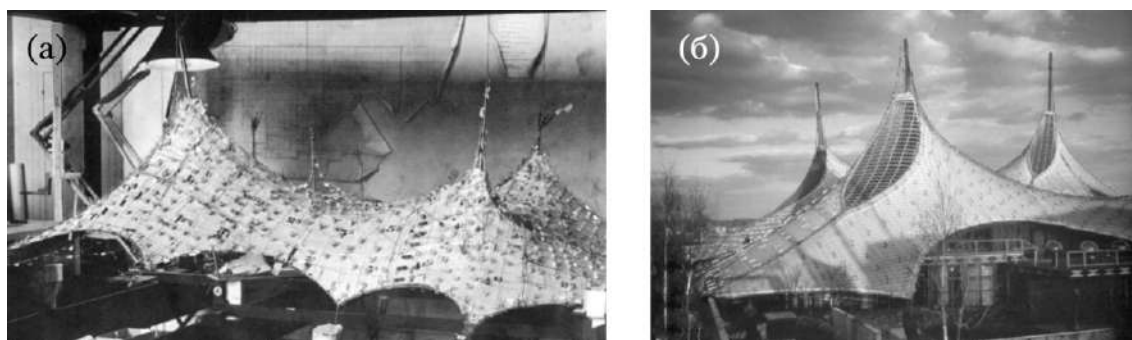
Слика 1.14: Cripta de la Colònia Güell: (а) фотографија (пресликана) од висечкиот модел; (б) скица на Gaudí исцртана врз пресликана фотографија; (в) изградениот објект [44]

До почетокот на втората половина на дваесеттиот век, примената на висечки модели била развивана од Heinz Isler (1926-2009), употребувајќи модели на висечки ткаенини при проектирање на лушпи напрегнати само на притисок [45], како и Frei Otto (1925-2015), кој користел детален модел од жичана мрежа за дефинирање на оптимизирана геометрија на лушпата на објектот Multihalle во Манхајм, Германија (1975).



Слика 1.15: Физички модели: (а) висечка ткаенина од Isler; (б) жичана мрежа на Multihalle од Otto

Имајќи предвид дека физичките модели со кои се дефинира фуникуларната форма имаат ограничена примена при анализата на преносот на сили, Isler и Otto ги прошириле нивните експериментални физички пристапи, конструирајќи детални структурни модели во соодветен размер, со цел мерење на реакциите и деформациите при различни товарни случаи. Доведувајќи ја во прашање прецизноста при мерењето на реакциите и деформациите од реалните модели, се појавила потребата за развивање на дополнителни пресметковни методи за анализа на конструкциите [46]. Имено, за да се дефинираат и генерираат шаблоните за кроење на кабелската мрежа за германскиот павилјон за ЕХРО 1967 во Монреал [47], Linkwitz спровел експериментални истражувања користејќи фотограметрија со висока резолуција, врз основа на кои го развил методот на концентрација на сили, најавувајќи го почетокот на компјутерски имплементираниот дефинирање на формата [48], [49].



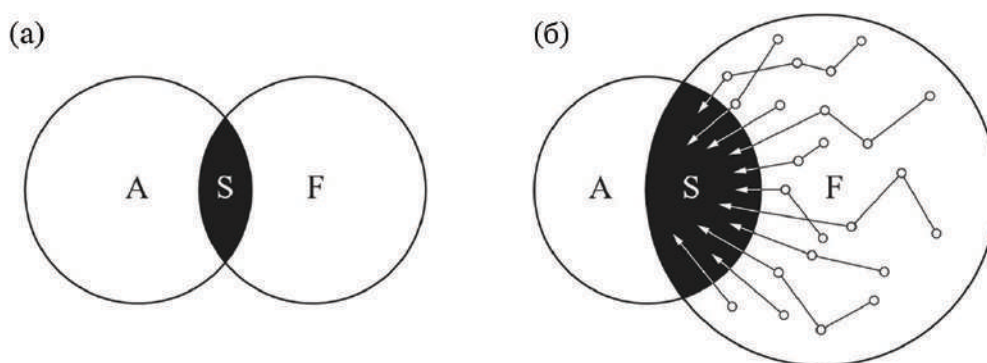
Слика 1.16: Германски павилјон на Монреал ЕХРО 1967: (а) модел за дефинирање на форма [47] (б) фотографија од павилјонот [46]

1.4.2.2 Компјутерски имплементирано дефинирање на фуникуларна форма

Дефинирањето на фуникуларната форма, кое во проектантскиот процес може да биде интерпретирано како геометриско ограничување на форми кои пренесуваат само сили на притисок, не мора да биде лимитирачки фактор во креативниот процес на проектирање, туку може да претставува двигател кој го фокусира истражувањето на проек-

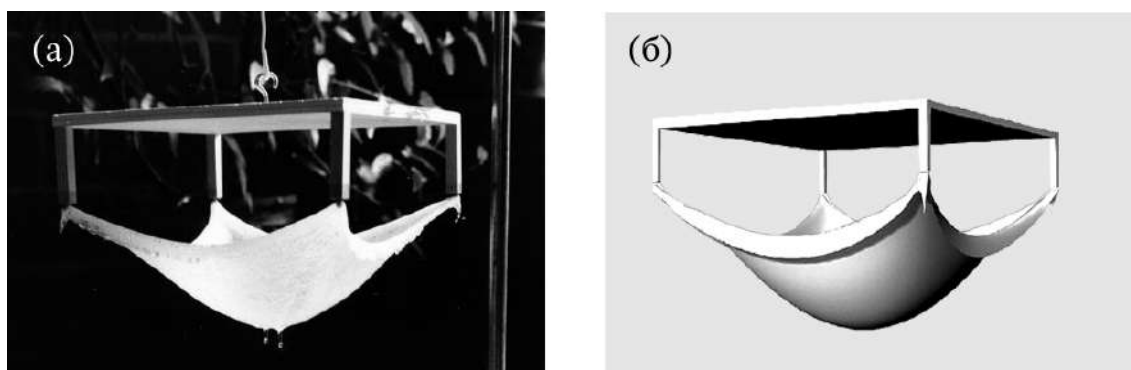
тантскиот простор [50]. Меѓутоа, зависноста помеѓу различни домени на ограничувања на формата тешко може да биде воочена, имајќи предвид дека проектантот треба да ги разбере и да ги поврзе формалните, надворешните и практичните ограничувања [51]. Воочувањето на поврзаноста на меѓусебно конкурентни ограничувања, како и наоѓањето на решенија во нивни рамки, претставува комплексен методолошки проблем, за чие надминување потребна е примена на компјутерски имплементирани методи за дефинирање на формата. Имено, без компјутерски имплементиран метод, проектантот архитект мора да има одлично стручно познавање и разбирање на конструктивните ограничувања на фуникуларните форми за да може да пристапи кон решавање на проектниот проблем.

Целта на процесот на дефинирање на форма и истражувањето на просторот за проектирање е претставен со пресекот S на двете множества A и F [52] илустриран на дијаграмот прикажан на Слика 1.17 [53], каде A претставува множество на сите можни форми прифатени од проектантот-архитект за конкретен проектантски проблем, додека множеството F претставува збир од сите можни фуникуларни форми за истиот проблем кои може да бидат истражени користејќи ги методите за дефинирање на форма. Имајќи предвид дека пресекот на множествата A и F го претставува просторот за проектирање кој ги содржи сите можни фуникуларни форми прифатени од проектантот, може да се заклучи дека колку е поголема површината на пресекот S во однос на множеството A , толку е поголема веројатноста дека процесот на проектирање ќе резултира со соодветно прифатливи резултати.



Слика 1.17: Можниот проектантски простор според Sobek: (а) претставен со пресекот S на двете множества A и F : (б) пресекот S е посеопфатен за истражување благодарение на дигитални алатки за дефинирање на форма [52]

Имајќи предвид дека современите компјутерски софтвери за тродимензионално моделирање и симулација ги надминуваат недостатоците на физичките модели, овозможувајќи попрецизно и побрзо генерирање на формата, како и лесна и брза модификација на моделот, Слика 1.18, денес дигиталната имплементација на методите за дефинирање на формата треба да резултира со зголемена контрола врз процесот на проектирање. Ова овозможува на проектантите да експериментираат со различни геометриски конфигурации и да ја оптимизираат конструкцијата за минимизирање на материјалните трошоци и подобрување на конструктивната ефикасност. Истовремено, дигиталните алатки за симулација дозволуваат брзо прилагодување на проектот според новите услови или барања, што го прави целокупниот процес на проектирање побрз. Дигиталната имплементација не само што ја зголемува ефикасноста, туку и овозможува постигнување на поголема иновација и креативност преку откривање на нови формални можности во процесот на проектирање.



Слика 1.18: Дефинирање на форма при гравитационо оптоварување: (а) физички модел од Isler; (б) дигитална репродукција на методот [54]

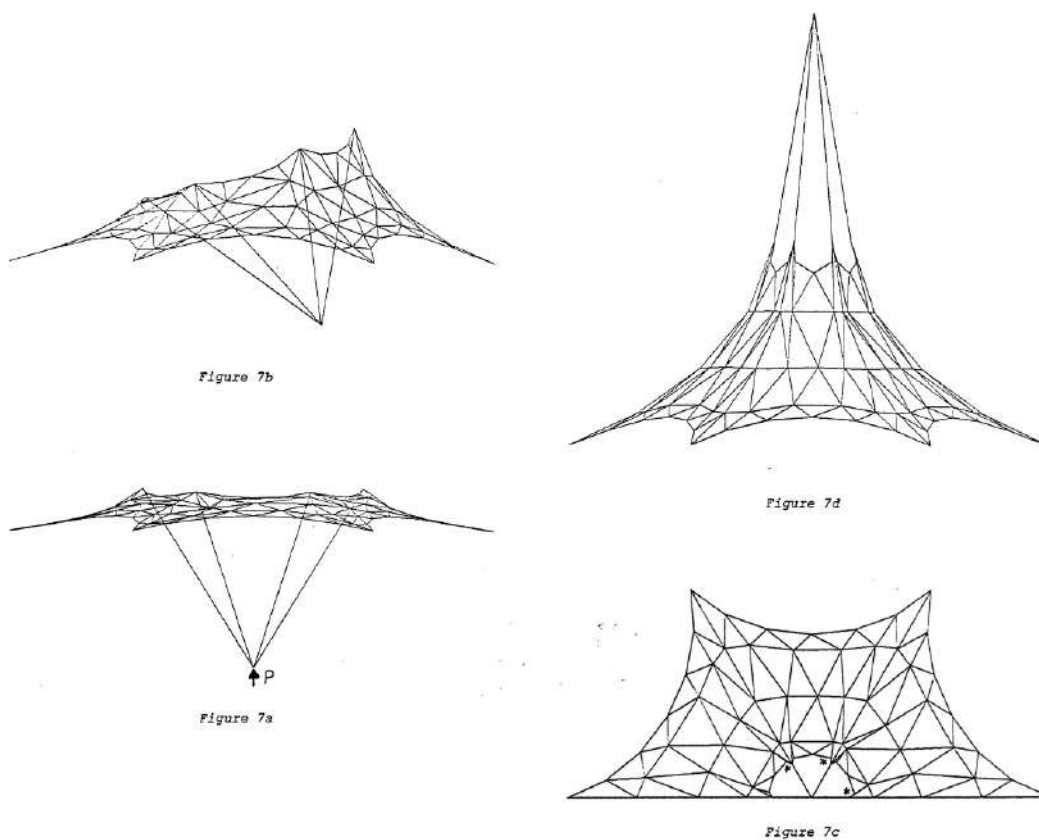
Современите компјутерски имплементирани методи за дефинирање на фуникуларни форми генерално се класифицирани во три групи [42]:

- (1) **Методи кои користат стандардни еластични и геометриски матрици на крутост** за анализа на конструкции, и се применуваат во рамки на методот на конечни елементи (Finite Element Method). Се користат во проектирање на различни видови на конструкции, каде што се вршат пресметки кои вклучуваат различни геометриски и материјални својства. Примена на матрици на крутост овозможува точна пресметка на деформациите и напрегањата, кои се користат за понатамошна оптимизација на конструкцијата.
- (2) **Методи на динамичка рамнотежа** кои го решаваат проблемот на динамичка рамнотежа дефинирајќи стабилна состојба, еквивалентна на статичката рамнотежа. Овие методи ги опфаќаат динамичката релаксација (Dynamic Relaxation), како и системите на материјални точки и пружини (Particle — Spring Systems).
- (3) **Методи на геометриска крутост** независни од материјалот, кои вклучуваат тродимензионална графичка статика и методот на концентрација на сили (Force Density Method), при што односот на силата и должината на елементот претставува основна единица врз основа на која се спроведуваат пресметките. Сите подоцнежни методи всушност претставуваат генерализација или екстензија на методот на концентрација на сили во комбинација со методот на тродимензионална графичка статика, што најдобро се отсликува преку методот за анализа на мрежа на потисок (Thrust Network Analysis).

Примената на **методот на конечни елементи** за дефинирање на форма е овозможена преку употреба на генетски алгоритми, кои ја користат дарвиновата теорија за природна селекција во итеративен процес и ги селектираат оптималните решенија во случајно множество на потенцијални решенија, комбинирајќи ги за да се дојде до подобро решение при следната итерација [55], [56]. Улогата на проектантот во ваквиот процес на проектирање е ограничена, имајќи предвид дека крајното решение е резултат на голем број чекори на нумерички итерации. Дополнително, во раната фаза на проектирање, материјалот кој треба да биде применет за изведба на конструкцијата е најчесто непознат, со што пресметковните методи за дефинирање форма кои зависат од својствата на употребениот материјал, како што се методите за дефинирање форма базирани на модели на конечни елементи и техниките за оптимизација, не се вклучени во понатамошниот преглед.

Методите на динамичка рамнотежа, како што се **методот на динамичка релаксација** и **методот на системи со материјални точки и пружини** го модифицираат проблемот дефинирајќи ја формата во динамичен проблем преку симулација на однесувањето на физичките модели, меѓутоа се разликуваат во нивниот пристап. Динамичката релаксација експлицитно не користи пружини или честички, туку се потпира на дисипација на енергија со текот на времето за да се најде рамнотежа, додека системите на материјални точки и пружини моделираат физички врски помеѓу честичките преку пружини. Динамичката релаксација е метод заснован на временски интервали кој има за цел да постигне рамнотежа преку итеративни прилагодувања, додека системите на материјални точки и пружини решаваат за рамнотежа преку разгледување на сили врз честичките и нивните меѓусебни врски.

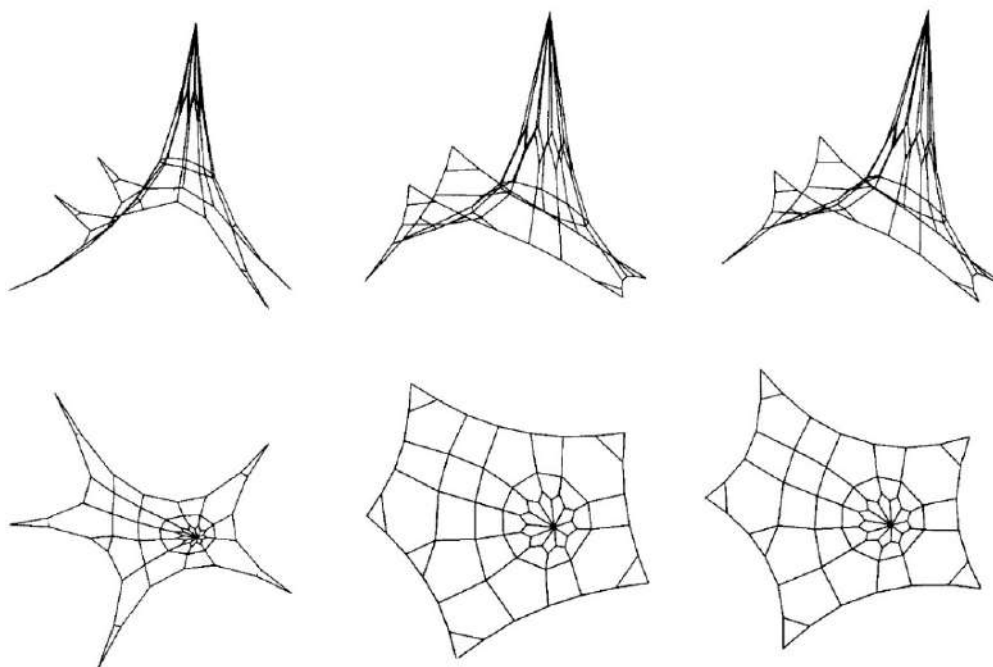
Методот на динамичка релаксација е нумеричка процедура преку која се решава систем на нелинеарни равенки [57], со цел да се следи движењето на конструкцијата во тек на време при определени товари се до постигнување статичка рамнотежа. Најчесто се користи во процесите на дефинирање на форма, особено за конструкции како што се мембрани или лушпи, каде што конечната форма се определува како резултат на дејството на предвидените товари. Системот се симулира преку итеративен процес во кој се применуваат сили на точките на конструкцијата, а нивните позиции се ажурираат на секој интервал, со цел да се намалат силите и поместувањата до постигнување стабилна конфигурација. Овој метод не бара традиционални модели на конечни елементи, што го прави идеален за примена во рани фази на проектирање, кога се бара брзо добивање на форма врз основа на специфични услови на товар и геометриски ограничувања.



Слика 1.19: Примена на методот на динамичка релаксација на мембрана [57]

Методот од систем на материјални точки и пружини за наоѓање на статичка рамнотежа дефинира топологија за мрежа од точки, јазли, во кои се распределува и концентрира масата, додека врските помеѓу материјалните точки се симулира преку линеарни еластични пружини. Методот е фокусиран на брзи и интерактивни повратни информации во виртуелна проектна средина преку употреба на напредни математички пресметувачи [58], [59], со цел да се овозможи побрза и постабилна конвергенција на резултатите. Во своите истражувања Kilian и Ochsendorf [60] применуваат техники од компјутерска графика кои се користат за симулации на ткаенина за симулирање на физички модели преку примена на систем од материјални точки и пружини.

Методот на концентрација на сили, како еден од најкористените методи за дефинирање на форма за проектирање на лушпи, мембрани и структури на кабелски мрежи, базира на одредување на статичка рамнотежа на почетна мрежа трансформирајќи го системот нелинеарни равенки во збир на линеарни равенки со користење на односот сила/должина [61], [48]. Со тоа е овозможено дефинирање на формата независно од материјалот, при што методот не се заснова само на геометриска дефиниција на рамнотежата, туку вклучува и дополнителни пресметки. Методот дефинира минимални површини, при што секој сет вредности за константна концентрација на сила резултира во единствена форма на рамнотежа.



Слика 1.20: Мрежи во рамнотежа конструирани со метод на концентрација на сили [61]

Неодамнешните проширувања и надградувања на метод на концентрација на сили за овозможување на интерактивно проектирање на конструкциите се презентирани од Zhang и Ohsaki [62], Miki и Kawaguchi [63], Tamai [64] и Tachi [65], додека во работата на Lachauer [66] формулиран е пристап за моделирање на општа рамнотежа. Block ја проширува примената на метод на концентрација на сили преку комбинирање со графичка статика, при тоа создавајќи комплетно нов метод за анализа на мрежа на потисок [67]. Истиот претставува метод за анализа и проектирање на сводови и лушпи со примена на дискретни мрежи на рамнотежа при вертикално натоварување, обезбедувајќи контролиран и интуитивен процес на дефинирање на формата на фуникуларните лушпи.

1.4.3 Графичка статика како метод за дефинирање на фуникуларна форма

Методот на графичка статика, како една од методите на геометриска крутост, за разлика од останатите методи од оваа група, нуди исклучителна транспарентност на односот помеѓу формата и дијаграмот на силите. Големината на силата едноставно претставена со должината на соодветната линија во дијаграмот на силите е паралелна на линијата во дијаграмот на формата, давајќи можност на проектантот, преку нивната меѓусебна зависност, да ги набљудува ефектите од промената на дијаграмот на формата како резултат на модификација на силата, и обратно. Дополнително, на проектантот му е овозможено да зададе ограничувања на геометријата, преку дефинирање на одредени делови од дијаграмот на силите ограничувајќи ја дистрибуцијата на внатрешните сили. Со ваквите инхерентни својства, тродимензионалната графичка статика претставува особено корисен метод за дефинирање на формата уште во раните фази на проектирањето.

1.4.3.1 Предности на компјутерски имплементирана графичка статика

Современиот интерес и напредок во полето на графичката статика се должи на нејзината компјутерска имплементација и отвара серија на можности за нејзина примена како метод за дефинирање на фуникуларна форма. Имплементацијата на методи за дефинирање на форма на употреблив и повторлив начин преку софтвер што ќе овозможи нивно независно користење е дискутирана од Witt [68], според кој имплементацијата на методите најчесто е преку концептот на црна кутија, каде внатрешниот водечки процес е непознат за корисникот. Во компјутерското инженерство, концептот на црна кутија претставува систем на влезни и излезни податоци без можност за контрола на пресметковниот процес од страна на корисникот, имајќи предвид дека неговата функција е погодна за предвидената намена без потреба за испитување [69]. До одреден степен концептот црна кутија може, да биде потранспарентен преку контролирање на влезните и излезните податоци [70], што во голем степен зависи од транспарентноста на имплементираниот метод.

Компјутерската имплементација на методите за дефинирање на формата, преку методот на концентрација на сили, методот на динамичка релаксација или методот на материјални точки и пружини, заснована на повратните информации од корисничкото искуство на односот помеѓу дадените влезни барања и добиените излезни резултати, создава компонента еквивалентна на концептот на црна кутија, ограничувајќи ја способноста за интуитивно проширување и градење на конструктивното знаење. Не обезбедувајќи го соодветното ниво на контрола и увид во основната методологија за дефинирање на форма, пред сè поради начинот на имплементација, овие методи, имаат ограничена употреба како алатки за проектирање. Особено непостоењето на експлицитна врска помеѓу формата на системот конструкцијата и внатрешните силите доведува до отежнато дефинирање на ефективните параметри потребни во процесот на проектирање на формата, генерирајќи комплексни математички концепти, без притоа да биде овозможена интуитивна примена од страна на архитектите и инженерите во процесот на проектирање. Имено, иако алатките кои произлегуваат како резултат на компјутерската имплементација на овие методи се флексибилни и разновидни, во зависност од типот на проблемот кој треба да биде решен во процесот на проектирање, не резултираат со јасни насоки за проектантот и мора да го следи пристапот на обид и грешка во процесот на проектирање. И покрај тоа што алатките нудат можност за изнаоѓање на различни дефиниции на формата, основната конструктивна логика останува тешко разбирлива, ограничувајќи го процесот на проектирање на контрола на

дефинираните форми и нивна понатамошна дополнителна анализа.

Имајќи предвид дека методот на тродимензионална графичка статика е геометриски метод, со неговото имплементирање во компјутерските софтвери се овозможува исклучително транспарентен процес на проектирање, кој овозможува продлабочено разбирање на врската помеѓу формата на конструкцијата и распределбата на внатрешните сили, намалувајќи ги или избегнувајќи ги недостатоците на концептот на црна кутија.

За разлика од другите методи за дефинирање на формата, алгоритмите на метод на тродимензионална графичка статика со кои се воспоставува врската помеѓу дијаграмот на сила и дијаграмот на форма, го автоматизираат комплексниот процес на рачно исцртување на дијаграмите, без нумерички пресметки, при што откриваат суштински аспекти од основната методологија на алатката преку употреба на тродимензионален модел во виртуелен простор. Со тоа проектантот кој ја владее постапката на генерирање на формата не се потпира на нејасни нумерички процедури, намалувајќи го ризикот од недостаток на критичка проценка на нумеричките модели и добиените резултати. Имено, примената на методот на графичка статика е во корелација дека разбирањето на основниот принцип е директно поврзано со разбирањето на процесот на проектирање и неговите ограничувања како целина, што е клучно за создавање иновативни проектантски решенија.

1.4.3.2 Идентификувани празнини во досегашните истражувања

Од анализата на досегашните истражувања може да се заклучи дека графичката статика која веќе не е ограничена на дводимензионални анализи, може да се примени во тродимензионален простор преку имплементацијата во софтвер за компјутерски помогнато проектирање, и покрај тоа што со проширување на просторните модели се зголемува сложеноста на самиот метод и генерираните дијаграми, а се намалува интуитивноста во процесот на проектирање. И покрај целта да бидат автоматизирани одредени повторливи делови од постапката на конструирање на дијаграмите на формата и силите, со кои се комбинираат графичките алгоритми за пресметковно моделирање со стратегиите за решавање, еден од главните недостатоци на тродимензионална графичка статика претставува недостатокот на конкретни методи за моделирање на полиедарски дијаграми на сили. Може да се заклучи дека иако голем дел од основната теоретска основа за полиедарската тродимензионална графичка статика е воспоставена, постои недостаток на истражувања кои се насочени кон дефинирање на конкретната форма на дијаграмот на сили за различни товарни случаи, како и јасни пристапи за негово моделирање.

Најновите достигнувања од областа на тродимензионална графичка статика, комбинирајќи ги со софистицирани стратегии за оптимизација, пред сè се фокусирани на проектирање и анализа на структури напрегнати на чист притисок, односно дефинирање на нивна оптимална фуникуларна форма. Имајќи предвид дека постојат голем број можни варијации на дијаграмот на сили, при што секоја варијација генерира различно тродимензионално решение за дадени натоварувања и гранични услови, истиот е индиректно корисен, доколку проектантот нема јасна стратегија за негова интерпретација и конструкција. Имено, во таков случај процесот на проектирање станува техника на рационализација применувајќи формални концепти, без вистинско истражување преку разбирање и насочување на формата на структурата и распределбата на силите. Дури и имплементирани во интерактивна проектантска средина, ваквите пристапи не го користат целосно потенцијалот на интуитивниот, графички пристап преку употреба на дијаграми за форма и сили.

Исто така, прегледот на достапна литература наведува на заклучок дека досегашните истражувања не се фокусирани на определување на тродимензионалната форма на дијаграми на сила при дејство на конкретни товарни случаи каде се разгледува влијанието на хоризонтални сили, односно комбинација на хоризонтални сили со вертикални сили и нивна графичка интерпретација. Оттука, со цел да се бидат проширена примената на полиедарските дијаграми на сили, надвор од тоа да бидат само алатка за визуелизација или верификација на просторната рамнотежа, неопходно е да бидат развиени методи кои ќе овозможат соодветно моделирање и манипулација со полиедарските дијаграми при дејство на различни натоварувања. Може да се заклучи дека неопходно е да бидат разгледани можностите за моделирање на тродимензионални дијаграми поврзувајќи ги со веќе познатите методи за дефинирање на фуникуларна форма, како оптимална геометрија за пренос на силите.

Ова истражување е фокусирано на дефинирање на формата во раната фаза на проектирањето, односно започнување на процесот на проектирање со истражување и создавање на нови носиви форми, наместо усовршување на веќе проектираната форма со користење на оптимизација. Оттука, истражувањето го следи природниот развој на методите за дефинирање на фуникуларните форми, од дводимензионалните лаци, преку нивната екстензија во сводови па се до нивна вистинска експанзија во тродимензионална форма на лушпа, при тоа како метод употребувајќи ја компјутерски имплементирана тродимензионална полиедарска графичка статика. При истражувањето фокусот не е поставен на формата како краен исход, туку на проширување на доменот на методот за интерпретација на поширок спектар на товарни случаи, не фокусирајќи се само на сопствената тежина на конструкцијата како единствен вертикален товар, туку разгледувајќи го и влијанието на хоризонтални сили или комбинации на хоризонтални сили со вертикални сили. Дополнително, истражени се и потенцијалите на предложениот метод за манипулација со сложени геометрии со цел да се овозможи поголема флексибилност при проектирање на фуникуларни структури.

1.5 Цели на истражувањето

Најголемиот проектантски потенцијал на графичката статика, покрај интуитивно-то, геометриско претставување на формата и силите, е дефинирање нови конструктивни системи и проектантски стратегии преку манипулации со геометријата на дијаграмите на силите. Со цел да се прошири доменот на графичката статика главна цел на ова истражување, развивање на метод кој овозможува соодветно моделирање и манипулација со полиедарските дијаграми при дејство на хоризонтални сили, дефинирани се четири основни цели на истражувањето.

Првата основна цел на дисертацијата е развивање основа за методите на тродимензионалната графичка статика заснована на реципрочни дијаграми предложени од Rankine [28] и развиени од Maxwell [13] за проектирање и анализа на фуникуларни конструктивни системи, лаци и лушпи, при дејство на хоризонтални товари.

За да се добие јасна слика за врската помеѓу дијаграмите на сила и форма, како **втора цел** е дефинирањето на геометриски постапки за конструирање и манипулација на дводимензионалниот и тродимензионалниот дијаграм на сили при комбинирано дејство на вертикални и хоризонтални товари за фуникуларни форми на лаци и лушпи, преку презентирање на стратегии за нивно ефикасно моделирање.

Трета цел на истражувањето е подобрување на врската помеѓу конструктивниот систем и архитектонската форма, како и дефинирање на нови типологии за специфични товарни случаи кои произлегуваат како резултат на примена на графичка статика.

Верификација на добиените резултати преку конвенционални методи за анализа со употреба на дијаграмите за дефинирање на серија на форми за специфични товарни случаи и испитување на дефинираните форми ја дефинира **четврта цел** на истражувањето.

1.6 Методологија на истражувањето

Имајќи ја во предвид комплексноста на поставените цели на докторската дисертација, а со цел да се даде одговор на поставените прашања, спроведени се нумерички и аналитички истражувања.

Врз основа на извршениот преглед на досегашните истражувања, а имајќи ги во предвид целите на оваа докторка дисертација, нумеричкото истражување е конципирано преку моделирање и симулации на модели во програмот Rhinoceros 3D, со цел развивање на нов пристап во дефинирање на формата на конструкцијата за дополнително истражување на карактеристиките на конструктивните системи. Врската помеѓу формата на дијаграмот на сили и формата на конструкцијата е воспоставена со примена на алгоритам во виртуелната програмска околина Grasshopper, кој за моделираните тродимензионални дијаграми на сили, како влезна информација, го зема дијаграмот на сили, а како излезна информација ја дефинира формата на самата конструкција. Испитувањето на карактеристиките на вака добиените конструкции се дефинирани со примена на нумеричко истражување.

Со цел да се дефинираат причините за однесувањето на конструкцијата при дејство на хоризонтални сили, како и како различни параметри кои се поврзани со формата на конструкцијата, влијаат врз нејзиното однесување, верификацијата на резултатите од истражувањата е добиена применувајќи нумеричка анализа, која е спроведена преку употреба на метод на конечни елементи.

1.7 Организација на истражувањето

Врз основа на поставените проблеми и предмет на истражувањето, а согласно дефинираните цели, резултатите од спроведеното истражување во оваа докторска дисертација се презентирани во **пет глави**.

Глава 1 го контекстуализира истражувањето и ги поставува проблемот и предметот на докторската дисертација. Врз основа на поставените проблем и предмет, презентирани е преглед на позначајните преглед на значајни претходни истражувања поврзани со еволуцијата на графичката статика, а подетално се испитуваат неодамнешниот развој на компјутерската тродимензионална графичка статика како метод за дефинирање на фуникуларна форма. Со намера да се даде јасна претстава за потенцијалот за примена на графичката статика, дефинирани се целите и методологијата на истражувањето. На крајот од оваа глава презентирани е организација на истражувањето и сумирани се придобивките од истражувањето.

Глава 2 го разјаснува и развива концептот на реципрочна врска помеѓу формата и силите во дводимензионален простор за дефинирање на форма на лаци при дејство на хоризонтална сила. Во неа се опишани геометриските постапки за одредување на глобалната рамнотежа за систем на сили во дводимензионален простор користејќи дијаграми на пренос на сили и дополнително се објаснети геометриските чекори за дефинирање на формата за дадени гранични услови.

Во **Глава 3** методологијата за дефинирање форма за лаци е дополнително елаборирана и трансформирана во метод што може да се користи за проектирање на лушпи. Со примена на тродимензионални дијаграми на сили дефинирана е формата на вистински тродимензионални двојно закривени двослојни лушпи при дејство на хоризонтален товар од различни насоки.

Во **Глава 4** верификувани се карактеристиките на формите добиени со методите развиени во претходните глави преку употреба на конвенционални нумерички методи. Испитувано е реалното однесување на предложените форми при дејство на товари за кои истите се проектирани во иницијалната фаза на дефинирање на формата.

Во **Глава 5** се презентирани главните заклучоци од ова истражување и се дадени препораки за дополнителни истражувања кои треба да послужат како насока за понатамошни анализи. На крајот од оваа докторска дисертација е приложен прегледот на литература користен при нејзината изработка.

1.8 Придобивки од истражувањето

Графичкото прикажување на статичката рамнотежа со помош на меѓусебно зависни дијаграми на формата и силите овозможува единствен приказ во начинот на дистрибуција на силите, подобрувајќи го интуитивното разбирање на однесувањето на конструкцијата. Преку визуелен јазик, на поразбирлив начин за разлика од конвенционалните аритметички или нумерички методи, односот помеѓу формата и дијаграмот на сила е транспарентно прикажан.

Ова истражување ги појаснува и развива концептите за геометриско претставување на рамнотежата на сили во третата димензија преку употреба на тродимензионална графичка статика за специфичен товарен случај. Преку теоретските истражувања во областа на графичка статика, се добива јасна претстава за дефинирање на соодветен софтвер и стратегија за параметарско проектирање со кој може да биде дефинирана формата на тродимензионалниот дијаграм на сили при дејство на комбинација од вер-

тикални и хоризонтални товари. Истражувањето ја визуелизира и објаснува врската помеѓу дијаграмот на сили и формата на конструкцијата, преку дефинирање на статичката рамнотежа на фуникуларните конструктивни системи.

Процесот на компјутерско претставување на архитектонскиот проект нуди можност за манипулирање со структурата во реално време преку менување на дијаграмите на силите и обратно. Комплексните аналитички анализи за одредување на тродимензионалниот дијаграм на сили и воспоставување на реципрочитетна зависност со формата на конструкцијата овозможуваат примена на симулациони методи за определување на однесувањето на конструкцијата при дејство на вертикални и хоризонтални сили без употреба од многубројни нумерички параметри.

Дополнително, конвенционалните софтвери наменети за анализа на конечни елементи и за статичка анализа се зависни од претходно проектирани форми, кои претставуваат влезни податоци на алгоритмот и се ограничени на веќе познатите системи и типологии. Ова истражување овозможува интегриран пристап на проектирање на конструктивниот систем и архитектонското проектирање уште во најраните фази на архитектонскиот проект преку методи на дефинирање на формата, кои веќе не зависат од познатите типолошки конструктивни системи. Ваквиот пристап нуди можност за оптимизација на конструктивниот систем во поширок контекст, преку компаративна анализа на оптималниот пренос на сили со другите дефинирачки аспекти на архитектонскиот проект.

Истражувањето предвидува имплементирање на графичките методи наменети за дефинирање на носивите конструкции во софтвери за параметарско проектирање, со што истото не е ограничено само на теоретска расправа. Можноста проектирањето на конструкциите во архитектонскиот проект, преку комерцијални и достапни софтверски пакети кои архитектите и инженерите ги применуваат во својата пракса, ја потенцира апликативноста на истражувањето.

Глава 2

Дефинирање на форма на лаци при дејство на хоризонтална сила

Дефинирањето на формата на лаците претставува предмет на опширни истражувања, од кои најголем дел се фокусирани на анализа на постоечки конструкции, занемарувајќи го обликувањето на различните форми на лаци, соодветно за специфични услови на товарење. Конкретно, дефинирањето на формата на лаци најчесто подразбира дефинирање на форма при дејство на вертикален товар, односно сопствена тежина на конструкцијата, додека прашањето за дефинирање на соодветна форма на лаци при дејство на хоризонтални товари се третира ограничено.

Во оваа глава презентира се метод за дефинирање на формата на лак при дејство на сопствена тежина и хоризонтален товар кој дејствува во рамнината на лакот. Претставен е краток преглед на методите за анализа на лаци под дејство на хоризонтален товар, со фокус на релевантните методи за дефинирање на форма на лаци. Постапката за дефинирање форма е базирана на анализа на потисната линија на лакот, метод на рамнотежа кој графички ја дефинира минималната дебелина на лакот при гравитација и хоризонтално натоварување. Потисната линија на лакот е дефинирана преку методолошка примена на дводимензионални дијаграми на сила, кои преку низа геометриски манипулации дефинираат форми кои можат да се спротивстават на предвидениот хоризонтален товар и сопствената тежина обезбедувајќи пренос на силите на притисок. Во анализата разгледани се хоризонтални забрзувања од 0, 15g; 0, 30g и 0, 45g; а земено е предвид и влијанието на иницијалната геометрија на лакот врз дефинираната форма.

Имајќи предвид дека лаците може да бидат разгледувани како дводимензионално поедноставување на лушпите, конзервативна претпоставка која го елиминира можниот пренос на товарите во третата димензија, имплицирајќи дека ако пресекот на лакот е стабилен без да се потпира на носивоста во третата димензија, соодветната луспа ќе биде стабилна, презентирањата методологија претставува основа за развивање на методологија за дефинирање на форми на лушпи.

2.1 Анализа и дефинирање форма на лаци

Истражувањето на формата на лаците има значајна улога во развојот на методите за дефинирање на форма, започнувајќи од публикациите на Нооке каде е наведено дека „вистинската математичка и механичка форма на лаците е пресликаната форма на висечки синџир” [3]. **Анализата на потисната линија** е метод на рамнотежа по аналогичноста на висечкиот синџир на Нооке, во кој формата на висечкиот синџир дефинира катенарна крива (катенарија), односно ја илустрира потисната линија на лакот која претставува теоретска линија на пренос на силите на притисок.

Нооке не ја дефинирал математичката равенка на катенарната крива, сметајќи ја кубната парабола за еквивалентна, ја применил во прелиминарните дизајни на лаци и куполи [71]. Формата на катенаријата математички прв ја опишал Gregory во труд објавен во 1697 година [72], со помош на Њутновиот метод на флуks-јони, потврдувајќи ги истражувањата на Нооке и проширувајќи ја нивната апликативност:

„... ништо друго освен катенаријата не ја дефинира формата на вистински легитимен лак... А кога лак во која било друга форма е стабилен, тоа е затоа што во неговата дебелина е опфатена некоја катенарија.“

Имплементирајќи ја насоката на Нооке за решавање на проблемот на идеалната статичка форма на лакот, со своето истражување Gregory ја дефинирал основата на теоријата на потисната линија: *лак чијашто оска на закривување не е формирана според потисната линија е стабилен кога потисната линија од предвидениот товарен случај лежи целосно во рамки на формата на лакот.*

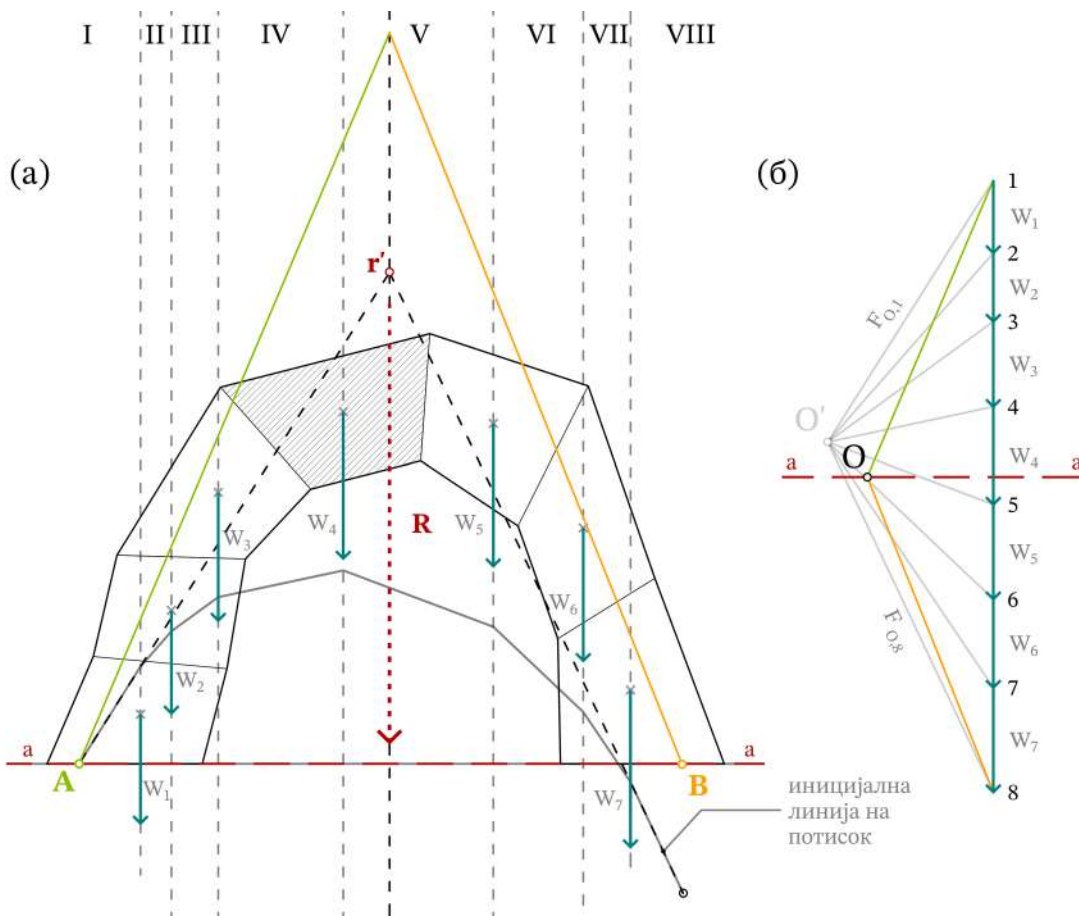
Користејќи диференцијален и интегрален калкулус формата на бескрајно тенок теоретски лак на катенаријата била дефинирана од страна на Bernoulli [73], додека определувањето на линијата на потисок за даден товарен случај било презентирano од Emerson [74] и Hutton [75], [76]. Анализата на потисната линија била ригорозно формулирана од Moseley [77], со прецизни математички дефиниции понудени од Milankovitch [78], за кој концепт е развиено аналитичко решение попрецизно дефинирано како локус на точките на притисок од страна на Ochsendorf [79].

2.1.1 Дефинирање на потисна линија на лак со примена на графичка статика

Катенарната крива на лак може да биде определена со примена на нумерички методи [61], [67], [80], [81], експериментални резултати од моделот на висечки синџир [3], [42], [43], [82], како и со примена на графички методи.

За лак со неправилна форма, **Слика 2.1**, дефинирајќи го реципрочниот дијаграм на сили може да биде конструиран верижен полигон, кој претставува апроксимација на потисната линија илустрирајќи ја статичката рамнотежа и преносот на сили. За целите на графичка анализа потребно е лакот да биде поделен на дискретни делови кои веродостојно треба да ја претставуваат неговата реална структура. Кај сиданите лаци деловите соодветствуваат на блоковите, кај монолитна структура замислените пресеци се радијални отсечоци, додека кај контрафори се претставени со хоризонтални отсечоци. При тоа различните сегменти, пропорционални на нивната соодветна тежина, се третираат како концентрирани сили кои дејствуваат по нападните линии во тежиштето на секој поодделен сегмент. Со тоа нападните линии по кои дејствуваат концентрираните сили вршат вертикална поделба на просторот на $n + 1$ полиња, каде што n е бројот на сегменти на лакот.

Големината и насоката на резултантата се определува конструирајќи верижен полигон на сили преку исцртување на план на концентрираните сили пропорционални на тежината на поодделните сегменти, W_i . Правецот се определува со исцртување на полови зраци кои започнуваат од избраниот привремен пол, произволна точка O' , а завршуваат до почетната, односно крајната точка на секој вектор. Започнувајќи од произволна точка A , која лежи на потпората на лакот во полето I , се конструира правец паралелен на половиот зрак O_1 сè до пресечната точка со нападната линија на првиот сегмент на лакот, со што се конструира првата страна на верижниот полигон од точката A до пресечната точка. Од дефинираната пресечна точка се повлекува правец паралелен на наредниот полов зрак, определувајќи пресечна точка со нападната линија на следниот сегмент, а повторувајќи ја постапката за сите полови зраци се определува иницијалната линија на потисок. Нападната линија на резултантата R минува низ пресечната точка на првата и последната верижна страна, r' , Слика 2.1.

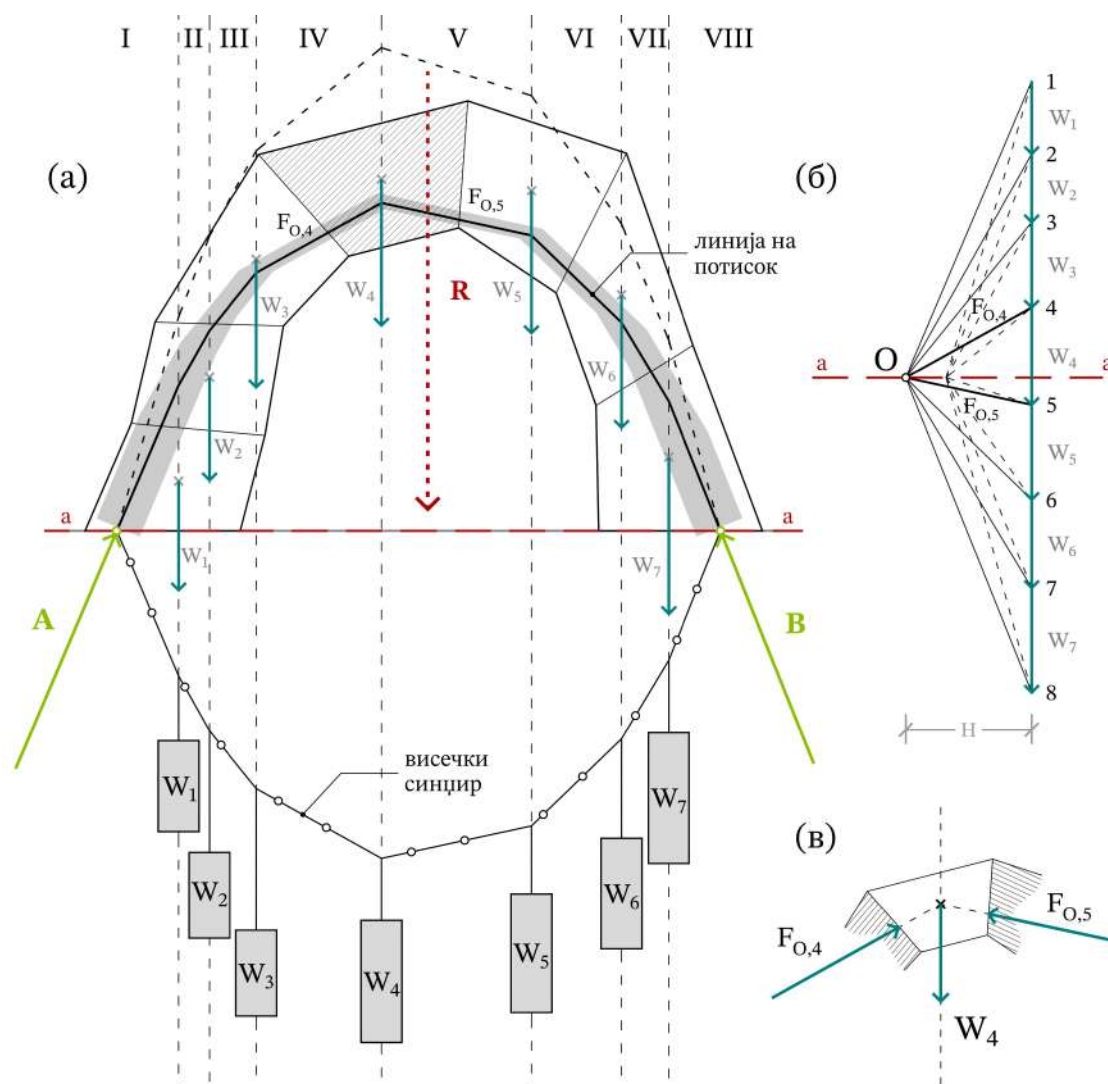


Слика 2.1: Дефинирање на нападната линија на резултантата на произволен лак

Од Слика 2.1 можеме да се заклучи дека крајната точка на верижниот полигон не лежи на потпората на лакот, со што вака конструираната иницијална линија на потисок не претставува состојбата на рамнотежа на лакот. Со цел да биде дефинирана реалната линија на потисок, во последното поле се дефинира точка B која лежи на потпората на лакот. Од дефинираните точки A и B се конструираат полуправи, чија што пресечна точка лежи на нападната линија на резултантата. Полуправите ги претставуваат почетниот и крајниот полов зрак на дијаграмот на сили, со што се дефинира конечната позиција на полот O , кој може да се поместува вдолж правецот $a - a$ паралелен на линијата која ги поврзува лежиштата A и B . При поместување на полот O , во рамки на лакот доаѓа до промена на висината и обликот на потисната линија, додека местоположбата на

лежиштата A и B останува непроменета.

Следејќи ја оригиналната аналогија на Нооке, потисната линија на висечки синџир може да биде дефинирана со прикачување на тежини еквивалентни на соодветните сегменти на лакот вдолж синџирот, **Слика 2.2 (а)**. Потисната линија која целосно лежи во рамки на формата на лакот и претставува валидна состојба на рамнотежа може да биде дефинирана преку итеративно поместување на положбата на полот O вдолж правецот $a - a$, каде што хоризонталното растојание H од полот до нападната линија на резултантата на товарите ја определува хоризонталната потисна сила во системот, со која лакот врши потисок нанадвор, **Слика 2.2 (б)**. Исто така, анализирајќи го обликот на дијаграмот на сили може да бидат изолирани различните затворени векторски триаголници кои ја прикажуваат рамнотежата на секој блок во лакот, **Слика 2.2 (в)**.

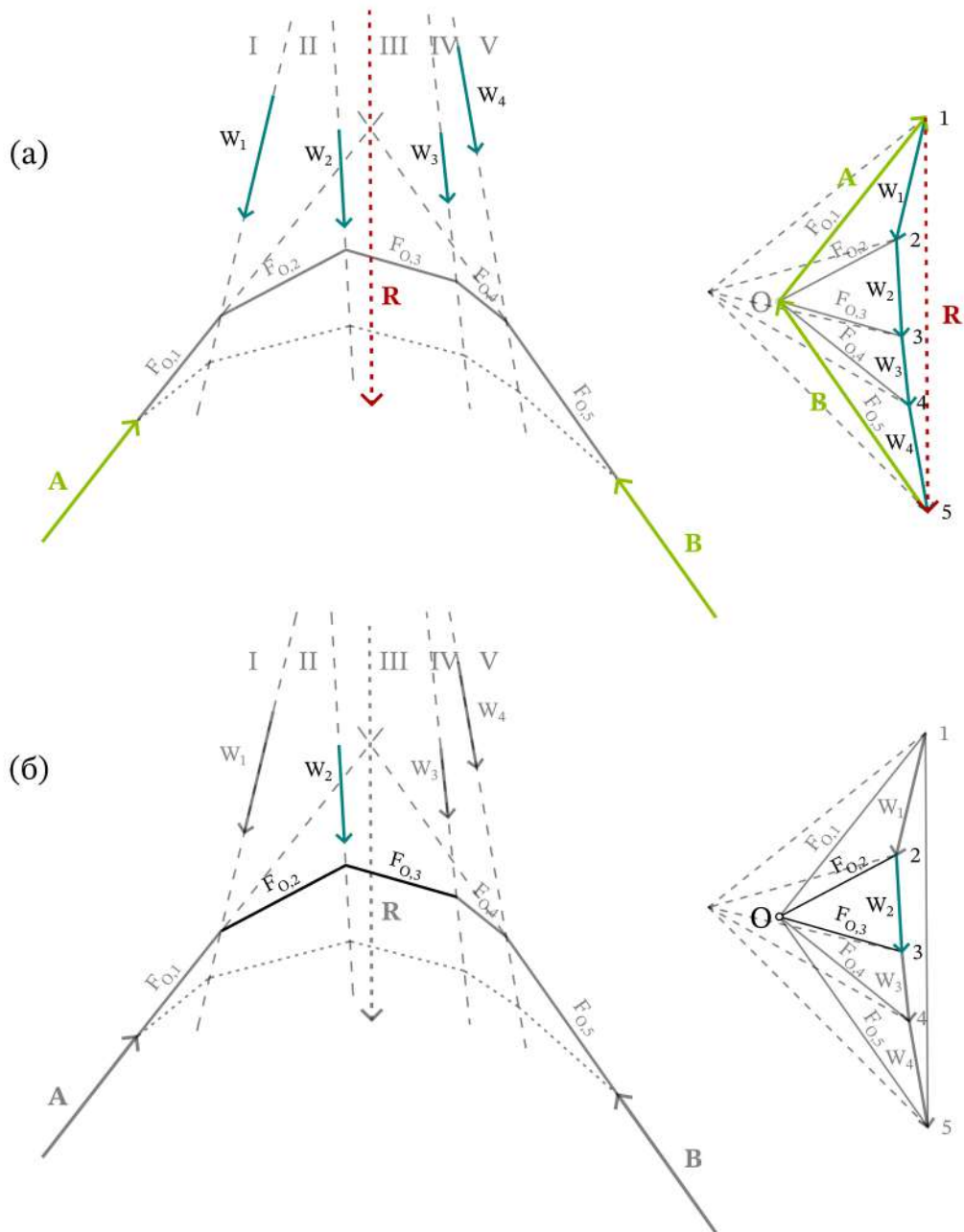


Слика 2.2: Анализа на рамнотежа на лак: (а) можна потисна линија и еквивалентна ланчаница; (б) дијаграм на сили; (в) рамнотежа на сегмент од лак

Презентираниот метод за анализа на постоечки лац може да биде применет и за дефинирање на формата на лак за даден товарен случај. За лак на кој дејствува систем од произволно ориентираните сили, **Слика 2.3**, дефиниран е соодветен дијаграм на сили, преку кој определени се реакциите во лежиштата и внатрешните сили во секој член на дијаграмот на формата. Надворешната статичка рамнотежата на товарите кои дејствуваат на лакот и реакциите во лежиштата е претставена преку триаголникот формиран

Дефинирање на форма на лаци при дејство на хоризонтална сила

од првиот полов зрак, крајниот полов зрак и резултантата, **Слика 2.3 (а)**, додека рамно-тежата на внатрешните сили во поединечните јазли е дефинирана преку внатрешните многуаголници, **Слика 2.3 (б)**. Различните фуникуларни форми, кои соодветствуваат на зададениот товарен случај, може да бидат дефинирани преку поместување на позицијата на полот O вдолж праецот кои ги поврзува двете лежишта.



Слика 2.3: Фуникуларен лак и соодветен дијаграм на сили: (а) надворешна статичка рамнотежа; (б) рамнотежа на внатрешни статички големини на јазол

Дефинираниот верижен полигон материјално може да биде претставен преку прави стапови меѓусебно поврзани со зглобови во кои дејствуваат надворешните сили, а имајќи предвид дека во стаповите дејствуваат само аксијални сили верижниот полигон е еквивалентен на висечкиот синџир.

2.2 Преглед на методи за анализа на лацци под дејство на хоризонтална сила

Интересот за истражување на идеалната форма на лакот е обновен во истражувањата на Neuman [83], поставувајќи го истражувачкиот фокус на анализа и оптимизација на лацци при дејство на вертикално натоварување, додека влијанието на хоризонталните товари врз формата на лакот е разгледувано во ограничен број на современи истражувања.

Симулирање на еквивалентен хоризонтален товар од земјотрес преку наклонување на подлогата на лакот презентирани во истражувањата на Huerta [84] и DeJong et al. [85], претпоставува намалување на напрегањето на притисок од вертикалните товари воведувајќи хоризонтална компонента. Имајќи ја предвид една од претпоставките дека не доаѓа до лом на материјалот, намалувањето на напрегањето на притисок може да биде занемарено, а лакот ќе биде стабилен доколку потисната линија е во рамки на границите на лакот.

Методот за анализа на мрежа на потисок е реформиран и проширен од страна на Marro и Rosati [86] со можност за вклучување на хоризонтални сили, занемарувајќи го реципрочниот пристап и раскинувајќи ја врската помеѓу дијаграмите на форма и сили, што доведува до намалување на апликативноста на методот за оптимизација. За да биде дефинирана формата на лацци подложни на гравитациони и хоризонтални сеизмички товари преку геометриски манипулации на потисната линија добиена како резултат на статична латерална сила, во своите истражувања Michiels и Adriaenssens [54] применуваат графичка статика, каде линијата на потисок се манипулира геометриски за да се создадат форми кои можат да прифатат и пренесат проектирани сеизмички товари исклучиво преку пренос на сили на притисок.

Детална аналитичка пресметка на линија на потисок на полукружен лак подложен на вертикално и хоризонтално натоварување, како и нумеричка проценка и оптимизација на интрадос и ектрадос на полукружни, параболични и прекршени статички определени лацци е предложена во истражувањата на Ricci et al. [87]. Во студијата на Kimura et al. [88], фокусирана на ограничувањето на влијанието на свиткување врз лакот со цел создавање лацци напрегнати на притисок, предложен е метод за оптимизација на формата на лацци со променлив напречен пресек подложени на хоризонтални товари, преку дискретизација на лаците во серија на гредни елементи со постојани напречни пресеци и минимизирање на нивната вкупна деформација. Исто така во истражувањата на Kamras et al. [89] спроведена е анализа на линиите на потисок кај параболични лацци, како и оптимизација на лацци со променлив напречен пресек при дејство на ниска гравитација.

Најголем дел од презентираниите методи базираат на комплекси нумерички калкулации, ограничувајќи ја нивната апликативност како методи за дефинирање на форма во раните проектантски фази. Од анализата на разгледуваната литература може да се заклучи дека најголем потенцијал има методот презентирани од Michiels и Adriaenssens [54], во кое истражување се применува динамичка релаксација за дефинирање на формата на лушпи, без да биде е до крај испитана врската помеѓу дијаграмот на сили и форма и истите да бидат развиени во трета димензија.

2.2.1 Дефинирање на потисна линија на лак под дејство на вертикален и хоризонтален товар

Методот за дефинирање на потисна линија на лак со примена на графичка статика, опишан во точка 2.1.1, може да биде модифициран со дополнително влијание на хоризонтални товари. Во тој случај на секој сегмент дејствува резултантната сила, односно пар од вертикална и хоризонтална сила, каде хоризонталната сила е пропорционална на влијанието на земјиното забрзување g врз вертикалната компонента, која ја претставува сопствената тежина на сегментот. Правецот на резултантната сила може да биде изразен преку аголот, α , Слика 2.4 (а):

$$\tan \alpha = \frac{W_{v,i}}{W_{h,i}} \quad (2.1)$$

каде што е:

$W_{v,i}$ - интензитет на вертикален товар кој дејствува на сегментот i ,

$W_{h,i}$ - интензитет на хоризонтален товар кои дејствува на сегментот i

, дејствуваат на секој сегмент i од лакот дејствуваат внатрешните сили од јазлите $F_{o,i}$ и $F_{o,i+1}$. Нивниот интензитет е определен од дијаграмот на сили преку должината на соодветниот полов зрак O_i односно O_{i+1} , соодветно. Рамнотежната состојба за разгледуваниот јазол е дефинирана од условот сумата на сите сили кои дејствуваат на истиот да биде еднаква на нула, определена преку проекциите на силите по две взаемно ортогонални оски. Во однос на хоризонталната оска x сумата на сили е дефинирана преку изразот 2.2, додека сумата на сили во однос на вертикалната оска y е дефинирана преку изразот 2.3.

$$W_{h,i} = F_{h,i} + F_{h,i+1} \quad (2.2)$$

$$W_{v,i} = F_{v,i} + F_{v,i+1} \quad (2.3)$$

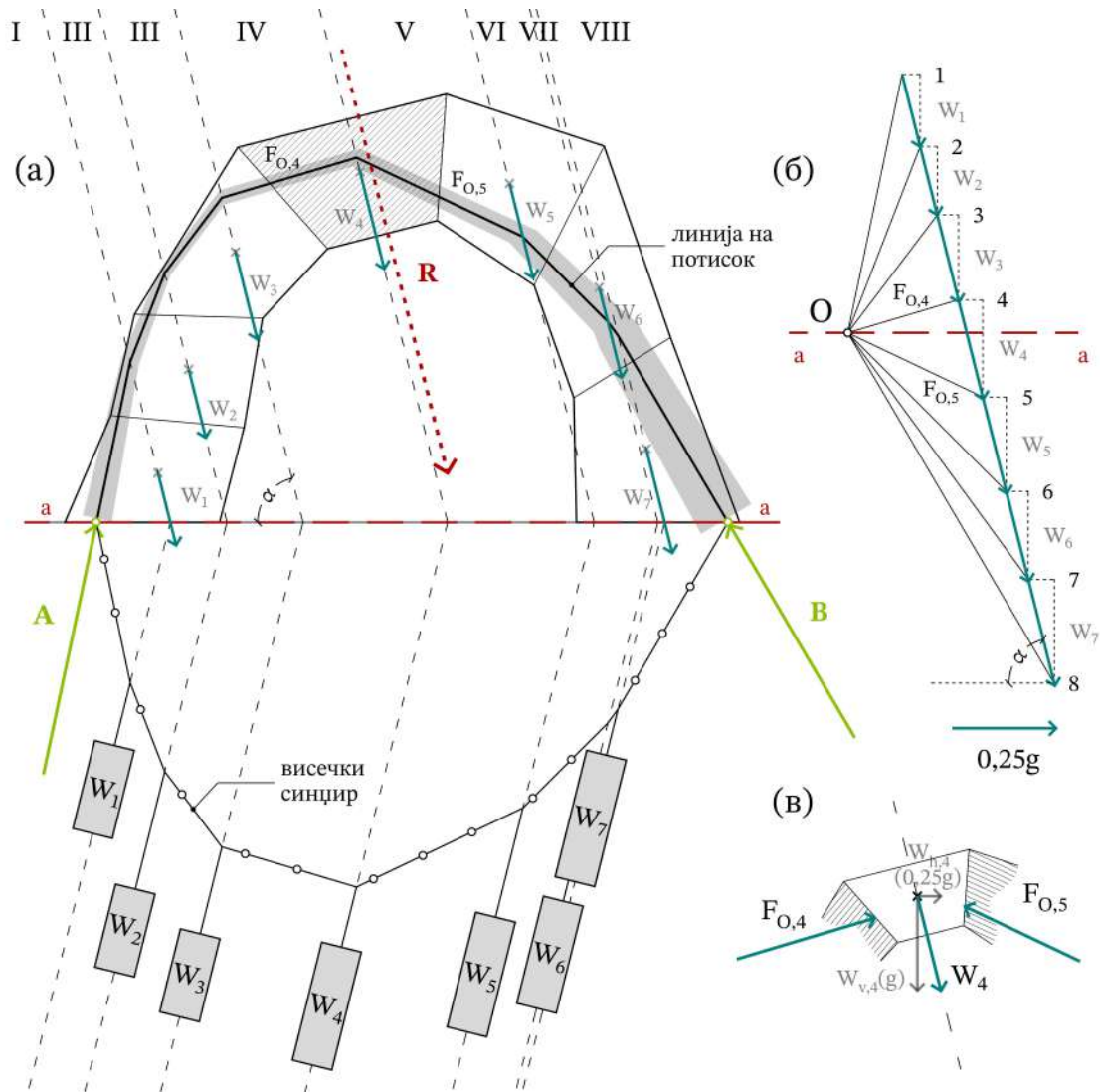
каде што е:

$F_{h,i}$ хоризонталната компонента на силата $F_{o,i}$,

$F_{h,i+1}$ хоризонталната компонента на силата $F_{o,i+1}$,

$F_{v,i}$ вертикалната компонента на силата $F_{o,i}$,

$F_{v,i+1}$ вертикалната компонента на силата $F_{o,i+1}$.



Слика 2.4: Дефинирање форма на лак при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) можна потисна линија и еквивалентна ланчаница; (б) дијаграм на сили; (в) рамнотежа на сегмент од лак

Дефинирањето на линиите на потисок кои лежат во рамки на формата на лакот при комбинирано дејство на вертикално и хоризонтално натоварување е засновано на математичката формулација дефинирана од O'Dwyer за мрежи на потисок за вертикални товари кај сводови [90], а за да опфати и дејство на хоризонтални товари, дефиницијата е проширена со истражувањата презентирани од Michiels [54].

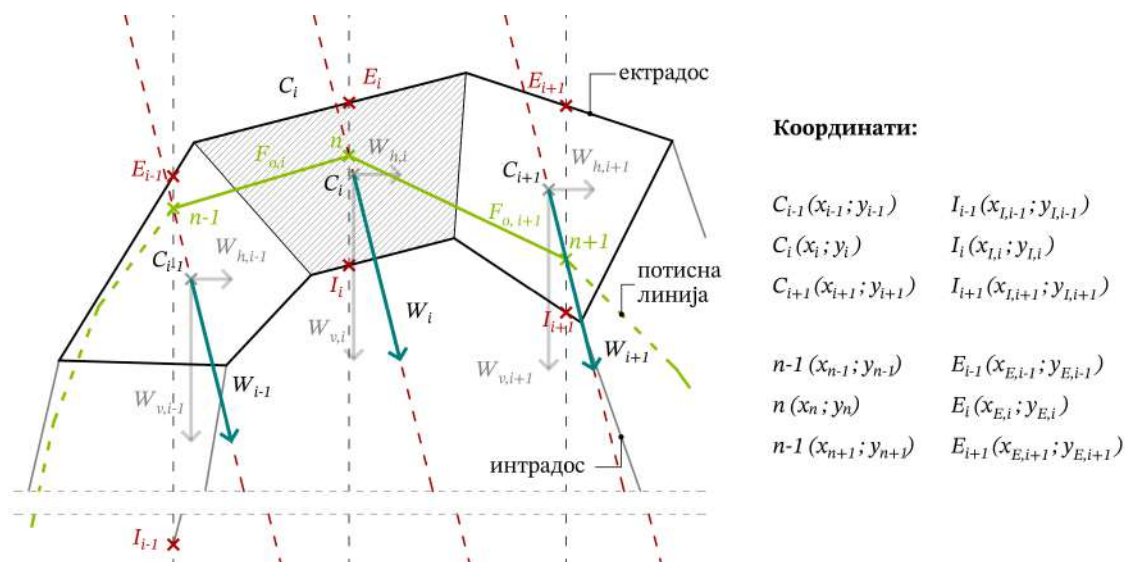
Во општ случај, лакот треба да биде дискретизиран на n сегменти, од каде следува дека линијата на потисок се дефинира преку n јазли, по еден јазол за секој сегмент, дефиниран со хоризонтална координата $x_{n,i}$ и вертикална координата $y_{n,i}$. Имено, местоположбата на јазлите е ограничена така што секој јазол треба да биде дефиниран помеѓу горна граница, интрадос $I_i(x_{I,i}, y_{I,i})$, и долна граница, ектрадос $E_i(x_{E,i}, y_{E,i})$, изразено преку висината y_i на јазолот:

$$y_{I,i} \leq y_i \leq y_{E,i}; \quad \forall y_i \quad (2.4)$$

За да биде обезбедена рамнотежна состојба, секој јазол мора да лежи на нападната линија на резултантата од вертикалниот и хоризонталниот товар на соодветниот сег-

мент, а која минува низ тежиштето на сегментот $C_i (\forall i \in \{1, \dots, n\})$. Нападната линија е определена од интензитетот на вертикалната сила еквивалентен на големината на тежината на секој блок $W_{v,i}$ и интензитетот на хоризонталната сила еквивалент на тежината од предизвиканото еквивалентно хоризонтално забрзување: $W_{h,i} = a \cdot W_{v,i}$.

За лак во статичка рамнотежа, секој јазол на потисната линија исто така мора да биде во рамнотежна состојба дефинирана како функција од вертикалните и хоризонталните координати на јазолот, x_n и y_n , товарот W_i и хоризонталните компоненти на внатрешните сили што дејствуваат на јазлите F_i .



Слика 2.5: Рамнотежа на јазол на потисната линија

Имајќи предвид дека правецот на силата $F_{o,i}$ е паралелен на линијата определена преку двата последователни јазли $n-1$ и n , дефинирани со координати $(x_{n-1}; y_{n-1})$ и $(x_n; y_n)$, соодветно, соодносот помеѓу вертикалната компонента $F_{v,i}$ и хоризонталната компонента $F_{h,i}$ го дефинира наклонот m на силата $F_{o,i}$:

$$m = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad (2.5)$$

Заменувајќи го изразот изразот 2.6 во изразот 2.2, вертикалните компоненти $F_{v,i}$ може да бидат дефинирани прекухоризонталните $F_{h,i}$:

$$F_{v,i} = F_{h,i} \cdot \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad (2.6)$$

Со замена на изразот 2.6 во изразот 2.3, вертикалната рамнотежа може да биде определена преку хоризонталната компонента на силата $F_{o,i}$ и координатите на јазлите:

$$W_{v,i} = F_{h,i} \cdot \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} + F_{h,i+1} \cdot \frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n} \quad (2.7)$$

Имајќи предвид дека интензитетот на хоризонталниот товар кој дејствува на сегментот i , $W_{h,i}$ е линеарно зависен од интензитетот на вертикалниот товар кој дејствува на сегментот i , $W_{v,i}$, при што $W_{h,i} = a \cdot W_{v,i}$, каде a е константа, изразот 2.2 за дефинирање на хоризонталната рамнотежа го добива следниот облик:

$$F_{h,i+1} = F_{h,i} + a \cdot W_{v,i} \quad (2.8)$$

Заменувајќи го изразот 2.8 во изразот 2.7, може да биде определена вертикалната рамнотежа согласно изразот 2.7, кој преформулиран во функција од y_i го добива обликот дефиниран со изразот 2.9, односно изразот 2.10:

$$W_{v,i} = F_{h,i} \cdot \frac{y_n - y_{n+1}}{x_n - x_{n+1}} + (F_{h,i} + a \cdot W_{v,i}) \cdot \frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n} \quad (2.9)$$

$$W_{v,i} = \left[\frac{F_{h,i}}{x_n - x_{n-1}} - \frac{F_{h,i} + a \cdot W_{v,i}}{x_{n+1} - x_n} \right] \cdot y_n - \frac{F_{h,i}}{x_n - x_{n-1}} \cdot y_{n-1} + \frac{F_{h,i} + a \cdot W_{v,i}}{x_{n+1} - x_n} \cdot y_{n+1} \quad (2.10)$$

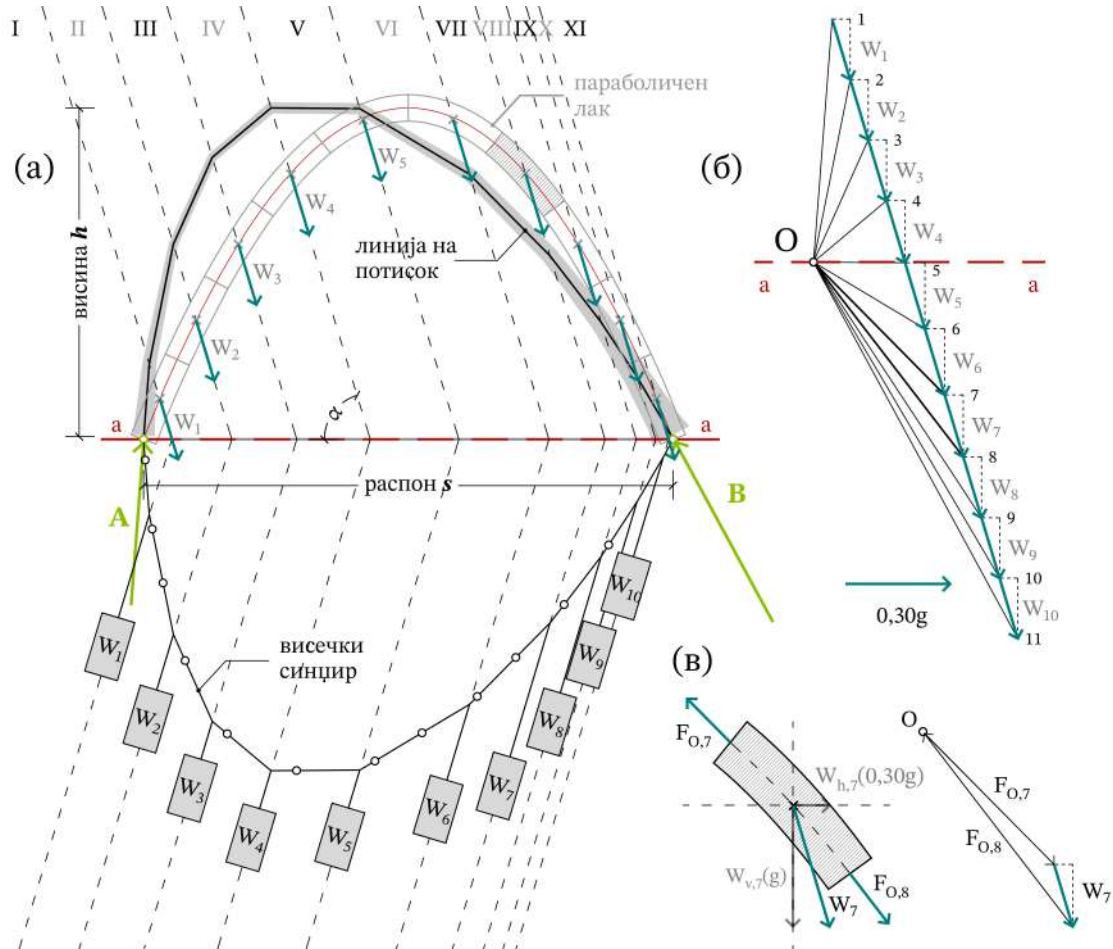
Со примена на изразите 2.9 и 2.10 може да бидат пресметани сите сили последователно за секој сегмент претпоставувајќи го интензитетот на хоризонталната компонента, $F_{h,i}$ и вертикалната компонента, $F_{v,i}$ на реакцијата и во левата потпора, при позната сопствена тежина на сегментите, $W_{v,i}$ и хоризонтално забрзување, a . Користејќи го изразот 2.7 може да биде пресметано множеството решенија на x_i и y_i координатите на секој јазол од линијата на потисок.

Изразот 2.10 имплементиран преку графичка статика, овозможува визуелна евалуација на линијата на потисок во рамките на лакот. Имено, графичката конструкција на потисната линија започнува формулирајќи план на сили на вертикалните товари, $W_{v,i}$ и хоризонталните товари, $a \cdot W_{v,i}$ и избирајќи местоположба на пол за исцртување на дијаграм на сили, што претставува еквивалентно претпоставување на двете непознати $F_{v,1}$ и $F_{h,1}$. Со тоа е овозможено одредување на сите вредности F_i , односно определување на нивните хоризонтални и вертикални компоненти $F_{v,i}$ и $F_{h,i}$, како и определување на нивните x_i и y_i координати.

Дијаграмот на сили ја претставува релацијата помеѓу вертикалниот товар, $W_{v,i}$, забрзувањето, a и внатрешната сила во јазолот, F_i . Со негова примена може да биде исцртана соодветната линија на потисок, која треба да биде вклопена во геометријата на лакот, со цел да биде определена валидната состојба на рамнотежа. Имено, доколку определената линија на потисок, за избраната местоположба на пол за исцртување на дијаграмот на сили, отстапува од границите на линијата на интрадосот $I_i = (x_{I,i}, y_{I,i})$, односно $y_{I,i} \geq y_i$ и ектрадосот $E_i = (x_{E,i}, y_{E,i})$, односно $y_i \geq y_{E,i}$, тогаш преку итеративно определување на местоположбата на соодветен пол треба да биде определена рамнотежната состојба.

2.3 Метод за дефинирање на форма на лак преку примена на дводимензионален дијаграм на сили

Методот за дефинирање на форма, презентираан во ова истражување, базира на анализа на потисната линија при дејство на комбиниран товарен случај од вертикални и хоризонтални товари во рамнината на лакот. Процесот на дефинирање на форма започнува со избор на произволен лак со распон s и висина h , предвидени во процесот на проектирање, кој се дели на n дискретни сегменти, при што секој сегмент претставувајќи еден блок. Бројот на сегменти зависи од материјалот предвиден за изведба на лакот, при што за симулација на сидан лак се користат помал број сегменти, додека за симулација на лац изведени од монолитни материјали како бетон се предвидуваат поголем број на сегменти. Линијата на потисок која ја прикажува рамнотежата на силите во лакот се дефинира преку дијаграм на сили конструирање користејќи го методот на графичка статика, Слика 2.6.



Слика 2.6: За иницијален параболичен лак: (а) потисната линија и еквивалентниот висечки синџир; (б) статичка рамнотежа прикажана преку дијаграм на сили; (в) рамнотежа на еден сегмент на лакот

Потисната линија се конструира согласно постапката дефинирана во точка 2.2.1, при што за дефинираната линија на потисок земена е предвид само една насока на хоризонталниот товар. Доколку првично дефинираниот лак не ја опфаќа соодветната линија на потисок, односно истиот не е стабилен за предвидените товари, местоположбата на полот итеративно се прилагодува со цел да биде постигната бараната висина на лакот и да биде дефинирана нова соодветна форма на лак. Методот не се потпира на симулирање на хоризонталното забрзување преку наклонување на лакот, како што е предложено во претходните истражувања [84], [85], или пресликување на потисната линија [91].

Во истражувањата на Michiels и Adriaenssens [91], за да биде определена втората линија на потисок, со која треба да биде земена предвид другата потенцијална насока, линијата на потисок се пресликува во однос на оската на симетрија на оригиналната форма на лакот. Имајќи предвид дека презентираниите истражувања не ја анализираат врската помеѓу дијаграмот на сили и конечната форма на лакот, предложениот метод презентира во ова истражување се фокусира на геометриска манипулација на иницијалниот дијаграм на сили, а со цел да бидат определени дијаграми на сили преку кои ќе се дефинира ектрадосот и интрадосот на разгледуваниот лак.

2.3.1 Влијание на иницијалната геометрија на лакот врз потисната линија

Имајќи предвид дека алгоритмот за дефинирање на форма базира на линија на потисок на произволен лак со стандардна геометрија, лац кои имаат различна иницијална геометрија ќе дефинираат различен облик на линијата на потисок. Исто така, дијаграмот на сили е сразмерен и независен од материјалот предвиден за изведба на лакот, бидејќи дефинираната форма на лакот е заснована исклучиво на рамнотежата на силите и не зависи од конкретните механички својства на материјалот, сè додека истиот може да ги пренесува внатрешните статички големини.

Анализата на влијанието кое иницијалната геометрија на лакот го има врз дефиницијата на потисната линија е спроведена на **кружен**, **параболичен** и **катенарен** облик на лац. Геометријата на лаците е дефинирана преку соодветни математички функции во зависност од распонот на лакот s и максимална висина на лакот во средината на распонот h , со координати на лежиштата $(0; 0)$ и $(s; 0)$ и координати на највисоката точка на лакот и координати на највисоката точка на лакот $(\frac{s}{2}; h)$

Формата на кружниот лак е дефинирана со функцијата:

$$y(x) = \frac{h}{2} - \frac{s^2}{8h} + \sqrt{\left(\frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}\right)^2 - \left(x - \frac{s}{2}\right)^2} \quad (2.11)$$

која е геометриски изведена дефинирајќи го радиусот R на кругот со координати на центар $C\left(\frac{s}{2}, -R + h\right)$ преку изразот:

$$R = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h} \quad (2.12)$$

Формата на параболичен лак е дефинирана со функцијата:

$$y(x) = -\frac{4h}{s^2} \left(x - \frac{s}{2}\right)^2 + h \quad (2.13)$$

Формата на катенарен лаке е дефинирана со функцијата::

$$y(x) = h - a \left[\cosh\left(\frac{x - s/2}{a}\right) - 1 \right] \quad (2.14)$$

која е зависна од вредноста на параметарот a дефиниран преку нелинеарниот израз:

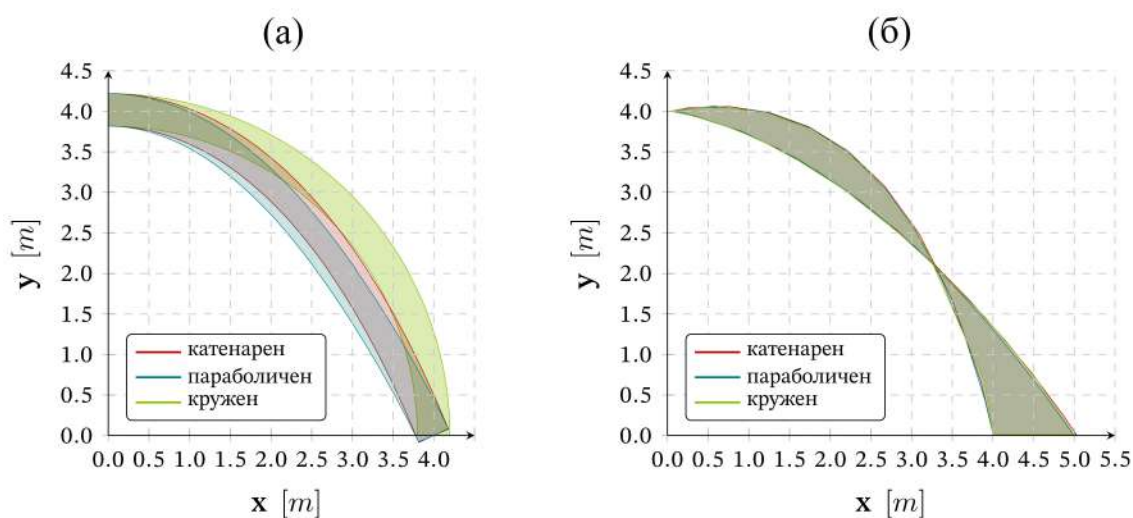
$$h = a \left[\cosh\left(\frac{s}{2a}\right) - 1 \right] \quad (2.15)$$

Имајќи предвид дека изразот нема возможно аналитичко решение, со примена на Њутн-Рафсонова метода, преку итеративен нумерички алгоритам, се дефинира вредноста за a , со максимално отстапување од 0,03% од иницијалната вредност на соодносот помеѓу висината и распонот.

Реалните димензии на лакот немаат влијание на формата на потисната линија, меѓутоа влијаат на нејзината големина, при што параметарот сооднос висина–распон, h/s , влијае на дефинираната форма. Методот за дефинирање на форма може да биде применет кај лац со различен сооднос помеѓу висината и распонот, при тоа имајќи предвид дека поголемиот сооднос помеѓу висината и распонот резултира со лак кој е поранлив на хоризонталните товари.

Анализата е спроведена за трите форми на лак со висина $h = 4 \text{ m}$ и распон $s = 8 \text{ m}$, кај кои соодносот помеѓу висината и распонот е дефиниран како параметар, **Слика 2.7 (а)**. Со цел пресметаните резултати од дијаграмот на сили да прикажуваат реални вредности, и покрај тоа што конкретната материјалност на лакот не влијае на дефинираната форма, како материјал е претпоставен бетон со волуменска маса од 2300 kg/m^3 и напречен пресек со константни димензии $40 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ по целата должина. Анализата е спроведена за дејство на вертикален товар од сопствена тежина и константен хоризонтален товар, кој дејствува наизменично во двете насоки.

Иницијалните лаци претставуваат основа за конструирање на дводимензионалниот дијаграм на сили преку кој се дефинира потисната линија на лакот. Влијанието на наизменичниот константен хоризонтален товар резултира со дефиниција на две потисни линии за секој лак, при што зафатената површина помеѓу двете дефинирани линии на потисок ја претставува дефинираната форма на лакот, **Слика 2.7 (б)**.



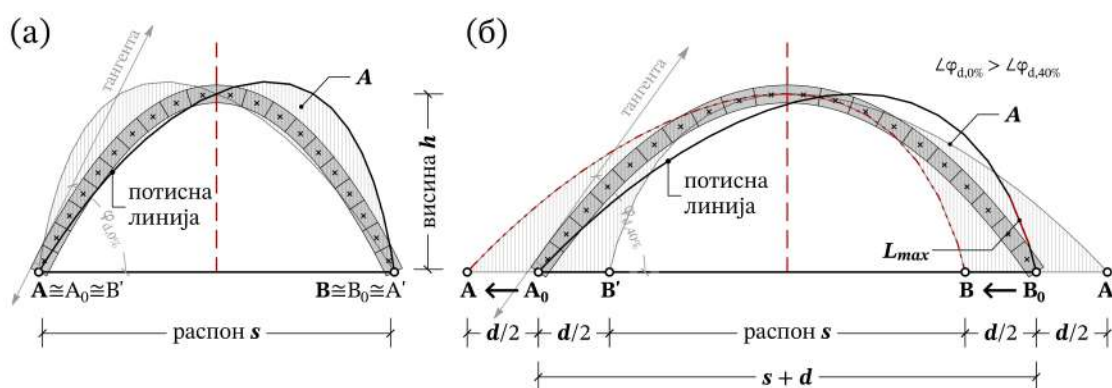
Слика 2.7: Геометриски приказ: (а) иницијална геометрија на лак; (б) дефинирана форма со минимална зафатена површина од линиите на потисок

Во анализата разгледувани се различните релативни поместувања на двете потисни линии d , односно определено е хоризонталното поместување на линијата од нејзината почетна положба од првично дефинираните лежишта на иницијалниот лак. Целта е оптимизација на целокупната форма на лакот преку намалување на површината зафатена од линиите на потисок A , односно дефинирање на форма кај која најголем дел од волуменот е сконцентриран во зоната кај потпорите, пропратено со намалување на напречниот пресек по висината на лакот. Максималната вредност на d е дефинирана како поместување при кое највисоките точки на двете потисни линии приближно се преклопуваат, зависно од интензитетот на хоризонталниот товар.

Со цел да биде задржан корисниот распон на лакот при поместување на потисната линија, за дефинирање на распонот на иницијалниот лак е земен збир на предвидениот распон и предвиденото поместување, **Слика 2.8**.

Кога релативното поместување $d = 0$, иницијалниот лак, независно од неговата форма, го задржува иницијалниот распон s и висината h , при што крајните точки на потисните линии се совпаѓаат со местоположбата на лежиштата $A \equiv A_0 \equiv B'$ и $B \equiv B_0 \equiv A'$, **Слика 2.8 (а)**. Кога релативното поместување $d \neq 0$, односно кога доаѓа до поместување на потисната линија за определено растојание d предизвикано од влијанието на хоризонталниот товар, а со цел да биде задржан корисниот распон помеѓу

точките B' и B , се врши проширување на распонот на иницијалниот лак од двете страни на лакот. Проширувањето на распонот на иницијалниот лак за поместување d , со што вкупниот распон на лакот изнесува $s + d$, се имплементира преку поместување на двете лежишта кон надворешноста на лакот за должина еднаква на половина од вкупното поместување d . Зголемувањето на распонот на иницијалниот лак води кон различна местопложба на крајните точки на потисната линија со иницијалната местоположба на лежиштата, односно $A \neq A_0 \neq B'$ и $B \neq B_0 \neq A'$, Слика 2.8 (б). Може да се заклучи дека имплементацијата на релативното поместување при дефинирање на иницијалниот распон овозможува прецизна контрола на позицијата на потисната линија и задржување на корисниот распон на дефинираната форма на лакот, од една страна, но истото води кон прераспределба на внатрешните сили предизвикано од зголемување на иницијалните вредности на вертикалните товари од сопствена тежина, од друга страна.



Слика 2.8: Промени во иницијалната геометрија на лак при поместување на пресликаната потисна линија

Со цел да се дефинира почетната геометрија на лак, која ќе биде предмет на разгледување во понатамошното истражување, како и да се утврди степенот на влијание на иницијалната геометрија на лакот врз дефинираната потисна линија, анализирани се три главни параметри, материјална ефикасност, максимална големина на сила на притисок и максимална должина на линијата на потисок, како и дополнителниот параметар на т.н. критични елементи, кои претставуваат сегменти на потисната линија со голема должина изложени на дејство на голема сила на притисок.

Референтната рамка преку која е спроведена споредбата на нумерички определени резултати, материјалната ефикасност е дефинирана како вкупна површина зафатена од линиите на потисок A , големината на сила на потисок е изразена преку максималната должина на половиот зрак во дијаграмот на сили F_{max} и максималната должина на линијата на потисок е изразена преку максималната должина на страна на конструирианиот верижен полигон, односно потисна линија, L_{max} . Критичните елементи се идентификувани преку споредба на производот од силата која дејствува на елементот и квадратот од неговата должина.

Резултатите од спроведената нумеричка анализа за влијанието на интензитетот на хоризонтален товар од 0,15 g; 0,30 g и 0,45 g во зависност од формата на лакот се прикажани во Табела 4.9, во однос на параметрите карактеристични за дефинирање на обликот на лакот.

Табела 2.1: Споредба на параметри кај катенарен, параболичен и кружен лак

	d/s [%]	d [cm]	Катенарен				Параболичен				Кружен			
			F _{max} [kN]	F*L ² [kN*cm ²]	L _{max} [cm]	A [m ²]	F _{max} [kN]	F*L ² [kN*cm ²]	L _{max} [cm]	A [m ²]	F _{max} [kN]	F*L ² [kN*cm ²]	L _{max} [cm]	A [m ²]
0.15g	0.000	0.0	13.257	90,021.593	101.725	4.183	13.151	49,150.467	72.987	4.000	12.945	224,958.676	168.712	3.127
	2.500	20.0	13.472	90,727.801	100.982	2.839	13.369	50,088.311	72.948	2.682	13.145	229,452.432	168.812	2.070
	4.625	37.0	13.658	91,486.137	100.443	2.244	13.558	50,972.853	72.968	2.119	13.319	233,952.512	169.101	1.788
	5.000	40.0	13.691	91,634.303	100.356	2.189	13.592	51,137.079	72.976	2.071	13.350	234,791.067	169.163	1.794
	5.875	47.0	13.768	92,058.034	100.201	2.121	13.671	51,529.626	73.000	2.022	13.422	236,931.499	169.373	1.869
	6.125	49.0	13.789	92,215.551	100.179	2.118	13.694	51,644.173	73.008	2.024	13.443	237,571.839	169.443	1.906
	7.500	60.0	13.908	93,108.105	100.071	2.204	13.820	52,293.020	73.062	2.148	13.557	241,187.654	169.843	2.214
	10.000	80.0	14.127	94,842.001	99.928	2.843	14.042	53,851.392	73.436	2.877	13.769	248,255.235	170.681	3.296
	12.500	100.0	14.351	96,714.845	99.847	4.066	14.265	55,597.127	73.917	4.209	13.984	256,194.138	171.750	4.863
	просек			13.780	92,534.263	100.415	2.756	13.685	51,807.116	73.145	2.684	13.437	238,143.895	169.653
0.30g	0.000	0.0	14.902	102,992.674	118.306	9.315	14.769	56,603.184	84.546	8.855	14.713	233,529.935	189.465	8.890
	5.000	40.0	15.384	100,247.973	113.781	6.138	15.259	56,292.328	82.477	5.788	15.159	232,078.489	184.570	5.737
	10.000	80.0	15.871	100,362.015	111.084	4.588	15.762	57,240.761	81.380	4.314	15.624	237,200.119	182.283	4.298
	12.375	99.0	16.108	100,900.035	110.111	4.342	15.998	58,220.343	81.256	4.157	15.849	241,463.213	181.885	4.136
	12.500	100.0	16.121	100,934.873	110.063	4.339	16.011	58,275.051	81.252	4.158	15.861	241,708.302	181.871	4.136
	12.875	103.0	16.159	101,043.153	109.924	4.334	16.049	58,441.034	81.239	4.166	15.897	242,455.677	181.832	4.141
	15.000	120.0	16.375	101,759.930	109.198	4.441	16.264	59,433.420	81.198	4.350	16.103	247,120.124	181.754	4.314
	20.000	160.0	16.895	104,261.863	107.969	5.645	16.786	62,103.025	81.287	5.733	16.598	260,842.191	182.451	5.731
	25.000	200.0	17.413	108,181.872	107.548	8.166	17.326	65,223.734	81.598	8.396	17.105	277,818.536	184.043	8.465
	просек			16.136	102,298.265	110.887	5.701	16.025	59,092.542	81.804	5.546	15.879	246,024.065	183.351
0.45g	0.000	0.0	16.600	131,715.770	145.928	17.226	16.437	73,914.581	104.253	16.164	16.537	257,741.475	222.503	17.609
	5.000	40.0	17.134	117,499.556	134.132	12.409	16.981	67,485.265	97.404	11.637	17.029	234,067.957	206.452	12.596
	10.000	80.0	17.675	110,798.929	126.798	9.275	17.540	64,460.098	93.055	8.657	17.541	226,091.951	197.312	9.221
	15.000	120.0	18.235	107,457.757	121.603	7.426	18.099	63,992.111	90.651	7.054	18.072	227,286.025	192.297	7.202
	20.125	161.0	18.828	106,419.460	117.824	6.683	18.709	64,586.561	88.946	6.525	18.633	234,826.430	189.878	6.528
	20.375	163.0	18.857	106,460.012	117.697	6.680	18.724	64,612.226	88.914	6.526	18.660	235,337.680	189.819	6.527
	20.500	164.0	18.857	106,460.012	117.697	6.680	18.739	64,638.385	88.882	6.528	18.674	235,596.688	189.791	6.527
	25.000	200.0	19.392	107,735.637	115.693	7.069	19.280	66,208.247	87.950	7.016	19.181	246,388.354	189.288	6.933
	30.000	240.0	19.986	110,094.967	114.127	8.413	19.882	70,076.829	87.643	8.507	19.756	261,874.884	189.918	8.340
	35.000	280.0	20.598	113,313.200	113.047	10.699	20.482	74,549.903	87.908	10.934	20.345	280,436.491	191.404	10.688
40.000	320.0	21.211	117,640.565	112.572	13.852	21.100	79,483.369	88.348	14.136	20.939	301,997.571	193.652	13.906	
просек			18.852	112,326.897	121.556	9.674	18.725	68,546.143	91.268	9.426	18.670	249,240.501	195.665	9.643

* распон 8m / висина 4m

* сегменти 20

Во однос на должината на критичните елементи, изразена преку вредноста $F \cdot L^2$, за разгледуваните интензитети на хоризонтален товар најмала вредност е констатирана кај параболичниот облик на лак, додека најголеми вредности се идентификувани кај кружниот облик на лак, кај кој при интензитет на хоризонтален товар од 0.45 g при сооднос $d/s = 40.00\%$, критичниот елемент достигнува вредност од $301.997 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{cm}^2$. Може да се заклучи дека иако катенарниот облик на лак при дејство на вертикален товар претставува оптимално геометриско решение, кај истиот при дејство на хоризонтални товари се генерираат високи вредности за должината на критичните елементи, укажувајќи на присуство на долги сегменти во потисната линија кои пренесуваат сила на притисок со голем интензитет.

Резултатите покажуваат дека параболичниот лак конзистентно демонстрира најголема материјална ефикасност, односно најмала површина зафатена од потисната линија A од 8.946 m^2 при хоризонтален товар од 0,15 g, $9,145 \text{ m}^2$ при 0,30 g, и $9,426 \text{ m}^2$ при 0,45 g, што е помалку за 12,2% при 0,15 g, 20,1% при 0,30 g и 25,0% при 0,45 g во спо-

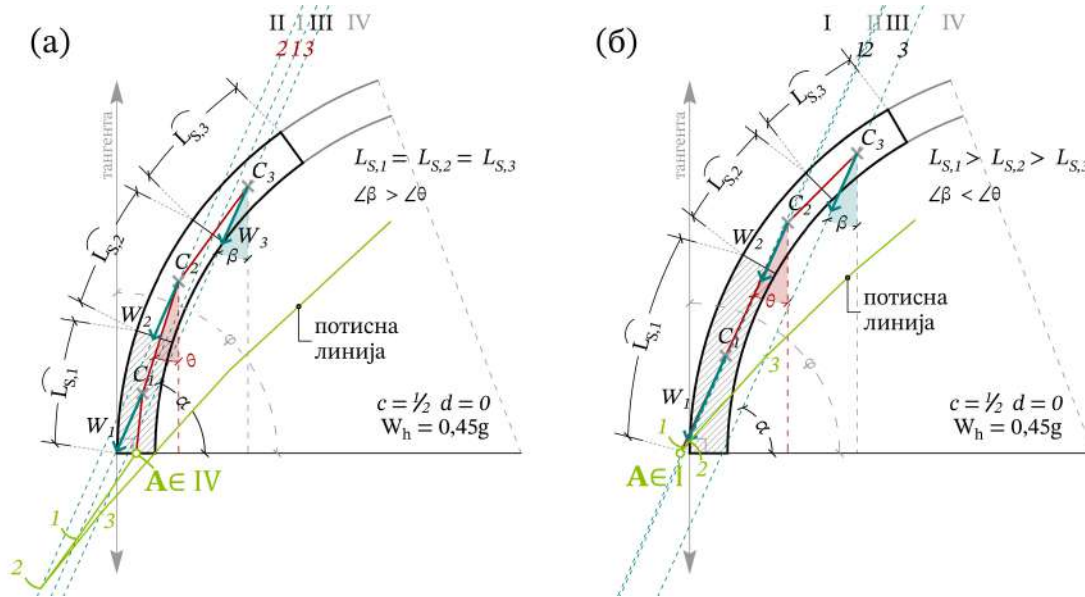
редба со катенарниот лак, односно намалувањето е 11,7%, 9,5% и 3,3%, соодветно, за кружниот лак. Овие резултати укажуваат на поволна распределба на силите и оптимално искористување на материјалот кај параболичниот лак, дури и при зголемување на хоризонталниот товар.

Во однос на максималната должина на потисната линија L_{\max} , од резултатите презентирани во Табела 2.1 може да се констатира дека без разлика на разгледуваниот интензитет на хоризонтален товар најголеми вредности се определени кај кружниот облик на лак, додека најмали вредности се определени кај параболичниот облик на лак, со што се дефинира воедначена геометрија на потисната линија. Пресметаните максимални должини на потисната линија при дејство на разгледуваните хоризонтални товари кај параболичниот облик на лак се помали за приближно 28% во однос на катенарниот облик на лак, односно 55% во однос на кружниот облик на лак. Имено, пократката должина на сегментите овозможува подобра контрола на обликот, како и помала веројатност за појава на критични сегменти, со што дополнително се потврдува геометриската стабилност на параболичниот облик на лак.

2.3.1.1 Сегментирање на иницијалниот лак

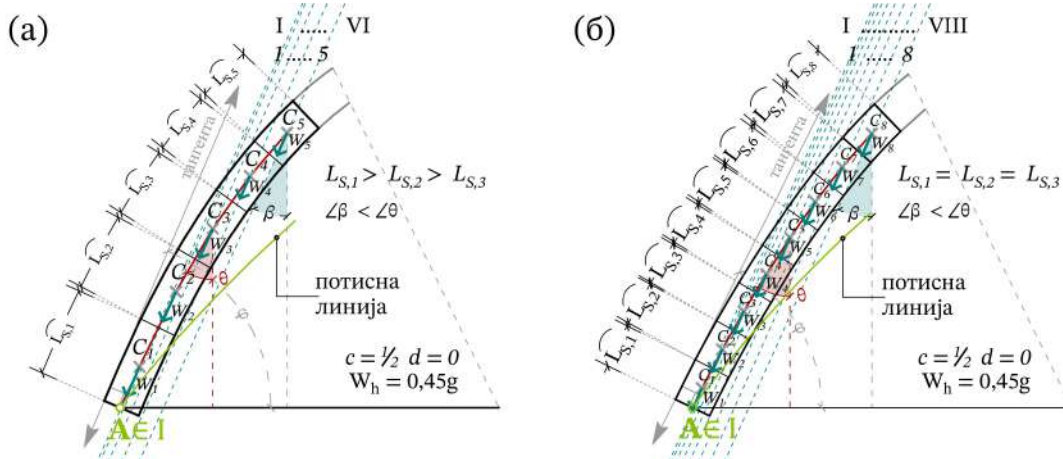
Сегментирањето на лакот со кое се дефинира положбата на тежишта C_i , зависи од неговата геометрија, при што одредени пристапи на сегментирање може да доведат до грешки во дефиницијата на потисната линија. При тоа секој јазол од потисната линија мора да лежи на нападната линија на резултантата од вертикалниот и хоризонталниот товар на соодветниот сегмент и да минува низ тежиштето на сегментот C_i . Со цел да биде задржан правилен редослед на нападните линии, односно нападната линија на резултантата на првиот сегмент да се наоѓа најблиску до лежиштето, а истовремено лежиштето да припаѓа на полето I , важна е релативната положба на тежиштата на сегментите. Релативната положба на тежиштата едно во однос на друго може да биде дефинирана преку аголот θ кој го зафаќа линијата дефинирана од две последователни тежишта C_i и C_{i+1} и вертикалата. Аголот θ за било кој пар на последователни тежишта не смее да биде помал од аголот β кој нападната линија на резултантата го зафаќа со вертикалата. Ваквиот проблем не се појавува при дејство на вертикални товарни случаи, бидејќи нападните линии на силите во тежиштата се вертикални, односно аголот $\angle\beta = 0^\circ$.

Во случај кога на лакот дејствува товарен случај комбиниран од вертикални и хоризонтални сили аголот β е поголем од аголот θ доаѓа до недоследност во редоследот на нападните линии, што резултира со грешки при исцртувањето на потисната линија, **Слика 2.9 (а)**. Грешките при дефинирање на потисната линија се јавуваат кај сегментите кои се наоѓаат непосредно до лежишта, бидејќи во оваа зона сегментите на лакот се наслојуваат речиси вертикално, што резултира со мали вредности на аголот θ . Проблемот е поизразен колку што е поголем аголот на тангентата (ϕ) на лакот во зоната на лежиштето. Валидна дефиниција на потисната линија може да биде определена до колку лакот наместо да биде поделен на еднакви сегменти, биде поделен на сегменти со поголема должина во зоните на лежиштето, постепено намалувајќи ја должината на сегментите како се врши сегментацијата кон врвот на лакот, **Слика 2.9 (б)**.



Слика 2.9: Сегментирање на лаци: (а) кружен лак без корекции; (б) кружен лак со корекции на големината на сегменти и положба на лежиште

Аголот на тангентата на краевите на лакот зависи од големината на параметарот на соодносот висина распон c , при што вредноста на аголот се зголемува пропорционално со зголемување на вредноста c . Од анализата на трите разгледувани иницијални лаци може да се заклучи дека големината на вредностите на аголот ϕ зависат од обликот на лакот. Имено, најмала вредности на аголот ϕ е определени кај параболичниот лак, кај катенарниот лак вредноста на аголот ϕ се незначително поголема споредено со вредноста на аголот ϕ кај параболичниот лак, додека најголема вредност за аголот ϕ е определени кај кружниот лак, кај кој при сооднос $c = \frac{1}{2}$ големината на вредноста на аголот ϕ е максимална $\angle\phi = 90^\circ$, Слика Слика 2.10.

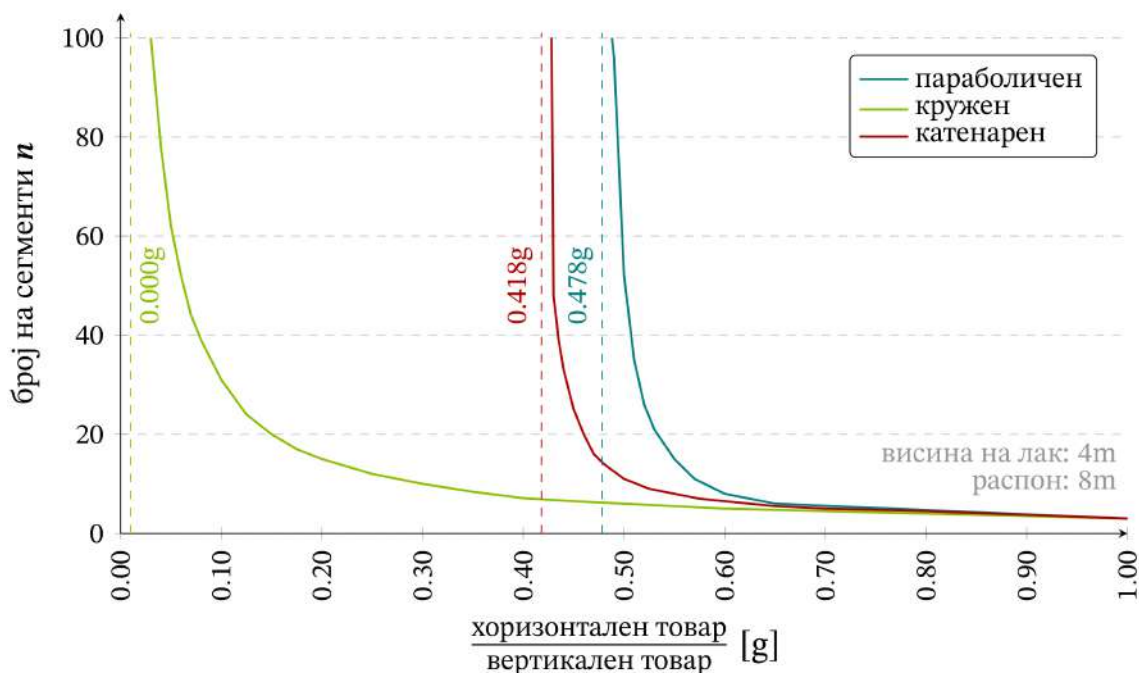


Слика 2.10: Сегментирање на лаци: (в) катенарен лак со минимални корекции на големина на сегменти; (г) параболичен лак кај кој корекции не се потребни

Имајќи го ова предвид, може да се констатира дека при сегментирањето на лаците треба да биде извршена корекција во зависност од типот на лакот. Кај кружните лаци потребни се големи корекции со поместување на лежиштето надвор од потпорите, кај катенарните лаци потребни се минимални корекции без поместување на лежиштето, додека кај параболичните лаци потребни се минимални интервенции при исклучително големи хоризонтални товари.

При анализа на лаци на кои дејствуваат само вертикални товари аголот $\beta = 0^\circ$, при што аголот $\theta \rightarrow 0$ како што бројот на сегменти $n \rightarrow \infty$. Може да се заклучи дека во тој случај теоретски е можна бесконечна делба на лакот на сегменти, но со цел да се дефинираат сегменти со мерлива големина се поставува ограничување. При анализа на лаци на кои дејствуваат и хоризонтални товари аголот $\beta \neq 0^\circ$, што доведува до ограничување на максималниот број на сегменти на лакот. При мал интензитет на хоризонталниот товар споредено со интензитетот на вертикалниот товар бројот на сегменти тежи кон бесконечност, но како се зголемува интензитетот на хоризонталниот товар така се намалува бројот на можни сегменти. Имено, проблемот на сегментација е најизразен при дејство на хоризонтални товари со голем интензитет кај лак поделен на поголем број на сегменти, бидејќи големите хоризонтални товари го зголемуваат аголот β , додека големиот број на сегменти резултира со помали вредности на аголот θ .

За анализа на лаците како бесконечна сегментација дефинирана е можна делба на лакот на 5000 сегменти, резултирајќи со широчина на сегмент $\Delta \approx 2,5$, mm. За вака дефинираниот случај определена е граничната вредност на хоризонталниот товар која може да биде достигната без корекции на сегментирањето на лакот. Во зависност од геометријата на лакот определени се граничните вредности на интензитет на хоризонталниот товар, кои откако ќе бидат надминати резултираат со експоненцијално намалување на бројот на сегменти, Слика Слика 2.11.



Слика 2.11: Број на можни сегменти на делба зависни од интензитетот на хоризонталниот наспроти вертикалниот товар за различни иницијални геометрии на лакот

Од дијаграмот, Слика 2.11, може да се заклучи дека кај кружни лаци веднаш доаѓа до драстичен пад во бројот на сегменти, кои се намалуваат на 62 сегменти при хоризонтален товар со интензитет од 0,05 g, односно на 21 валиден сегмент при хоризонтален товар со интензитет од 0,15 g.

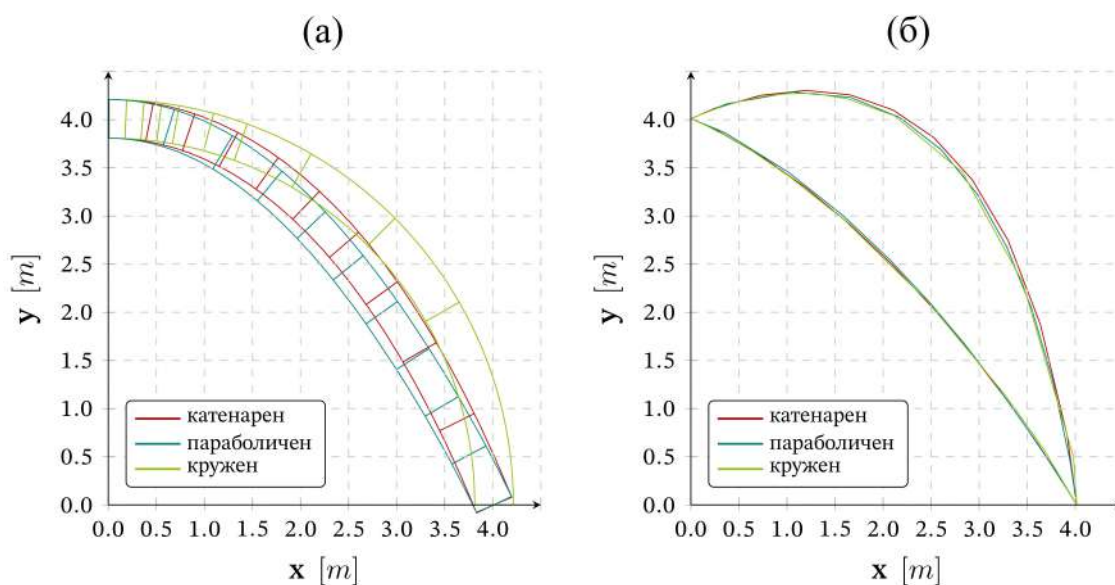
Кај катенарниот лак теоретски бесконечна делба е се до дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,418 g, која . Во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар по пречекорување на граничната вредност доаѓа до намалување на бројот на

сегменти. Имено при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,420 g максималниот број на сегменти е 4000, при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,424 g бројот на сегменти опаѓа на 2000, а при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,450 g бројот на сегменти драстично се намалува на 25.

Кај параболичен лак граничната вредност е определена при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,478 g. При дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,490 g бројот на сегменти се намалува на 96, за дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,500 g бројот на сегменти изнесува 52. Од **Слика 2.11** може да се заклучи дека за дејство на хоризонтален товар со максимална вредност на интензитет од 1,00 g бројот на сегменти изнесува 3 без разлика на обликот на лакот.

Може да се заклучи дека со соодветни корекции во процесот на сегментирање, односно во процесот на дефинирање на поголема должина на сегментите во зоната на лежиштата, катенарните и параболичните лаци може да бидат прилагодени за виртуелно бесконечна делба. За разлика од претходните облици на лаци, кај кружните лаци проблемот е многу поизразен, со што оптимизирањето на должината на сегментите резултира со големи разлики, а следствено на тоа и со погруба дефиниција на потисната линија, и истите не можат да бидат прилагодени за бесконечна делба.

Врз основа на изведените заклучоци, а со цел сегментирањето да биде спроведено применувајќи 20 сегменти и при дејство на максимален разгледуван хоризонтален товар со интензитет од 0,45 g, анализирани се трите карактеристични облици на лаци: кружен облик на лак со имплементирани корекции при сегментирање и положба на лежиште, параболичен облик на лак поделен на еднакви сегменти без корекции при сегментирање и катенарен облик на лак со имплементирани корекции при сегментирање, **Слика 2.12 (а)**. За трите сегментирани геометрии на лак, дефиниран е обликот на потисната линија при истовремено дејство на вертикален и хоризонтален товар, **Слика 2.12 (б)**.



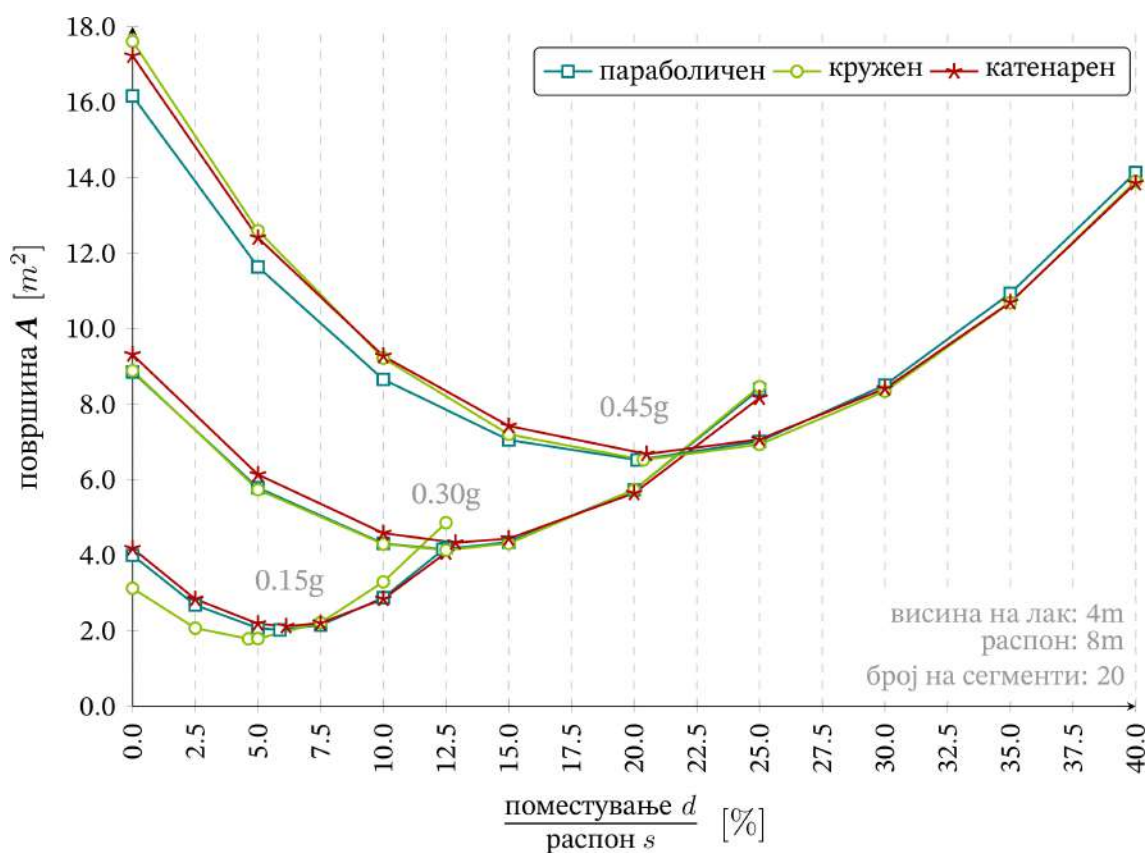
Слика 2.12: Анализа на облик на лак:: (а) сегментирање; (б) потисни линии

Од графикот може да се заклучи дека потисните линии за трите облици на лак и покрај тоа што имаат одредена сличност на формата, нивниот облик и сегментите од кои се конструирани се разликуваат, укажувајќи дека изборот на иницијалната геометрија директно влијае врз конечната форма на потисната линија, а со тоа и на конечната

дефинирана форма на оптимизираниот лак. Може да се заклучи дека било која од испитаните иницијални форми на лак не е универзално валидна, бидејќи секоја од нив води до различна распределба на внатрешните сили, а со тоа и до различен облик на потисната линија. Со тоа, во процесот на дефинирање на форма се нагласува потребата од внимателен и контекстуален избор на иницијална геометрија на лакот.

2.3.1.2 Материјална ефикасност

Материјалната ефикасност, дефинирана преку вкупната зафатена површина од линиите на потисок, разгледувана е за трите карактеристични форми на лац, при различен интензитет на хоризонтален товар од 0,15g, 0,30g, 0,45g, во однос на релативното поместување на потисните линии d во однос на распонот s изразено во проценти, Слика 2.13.



Слика 2.13: Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок A при различно релативно поместување d [%] кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g

Од анализата на нумеричките резултати може да се заклучи дека кривите за трите форми на лац имаат ист облик, односно површината е најголема при нулто поместување, по што доаѓа до намалување, достигнувајќи минимум по кој кривата почнува повторно да расте сè до вредност приближно еднаква на почетната.

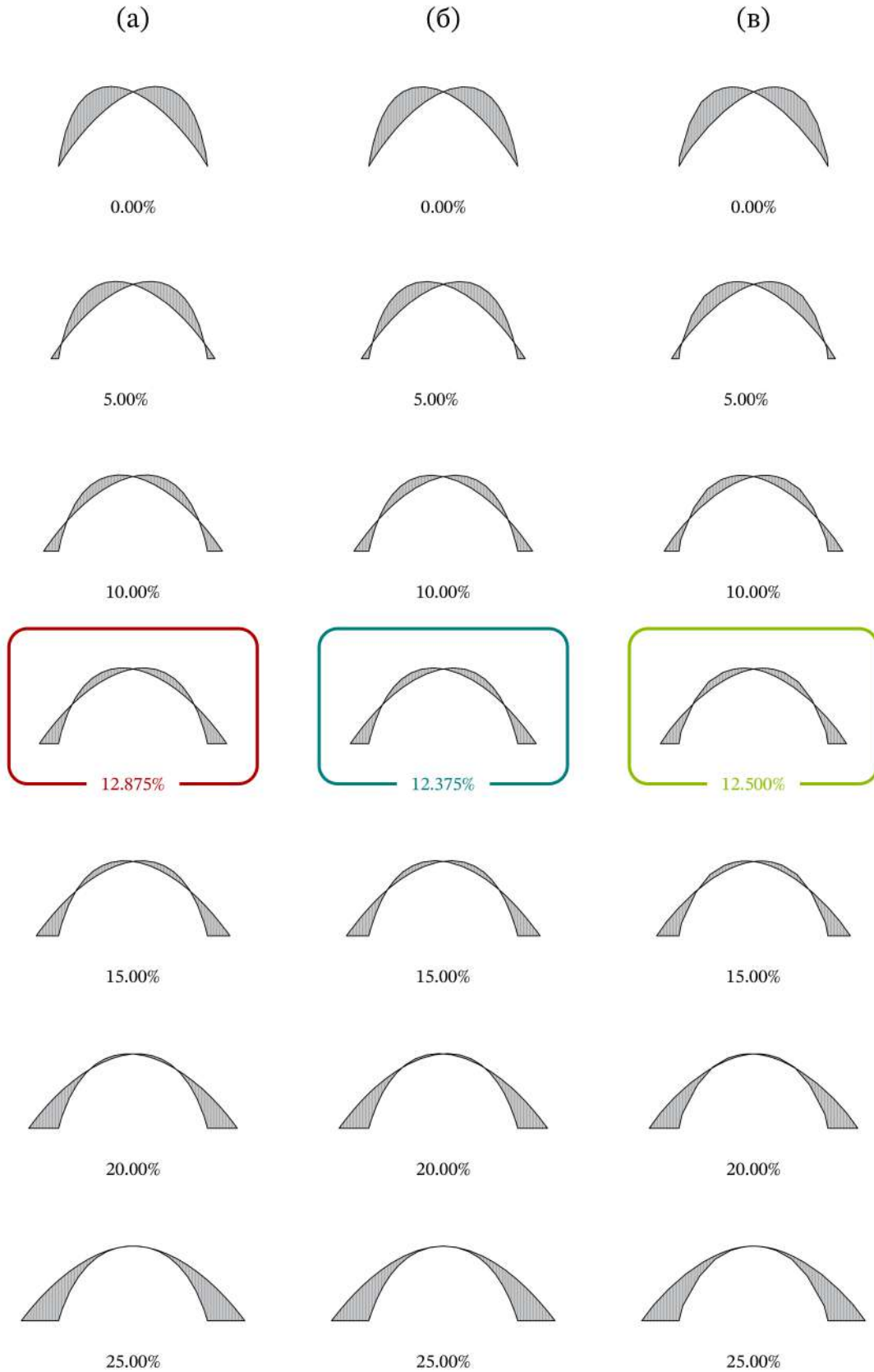
Од Слика 2.13 може да се заклучи дека при зголемување на хоризонталниот товар од 0,15 g на 0,30 g па се до 0,45 g доаѓа до зголемување на сите вредности на површината, што укажува на влијанието на интензитетот на хоризонталниот товар врз целокупната геометрија на лакот. Имено, при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар доаѓа до поголеми поместувања на јазлите на потисната линија во правец на дејство на товарот, а со тоа и до зголемување на максималното можно релативно поместување.

При дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15 g пресметаната стандардна девијација помеѓу катенарен и параболичен облик на лак изнесува 0,0794 единици, со коефициент на варијација 2,9861%. Кај кружен облик на лак стандардната пресметана девијација во однос на другите два облици на лаци изнесува 0,2617 единици, со коефициент на варијација од 9,3254%. При дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,30 g разликата помеѓу трите облици на лаци се намалува и пресметаната стандардна девијација изнесува 0,1376 единици, со коефициент на варијација 2,4785%, додека при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,45 g, пресметаната стандардна девијација изнесува 0,2270 единици, со коефициент на варијација 2,1226%.

Може да се констатира дека без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар пресметаните вредности кај параболичниот и катенарниот облик на лак покажуваат стабилност на резултатите. При сите разгледувани интензитети на хоризонтален товар најниска апсолутна минимална вредност на зафатената површината A може да се констатира кај параболичниот облик на лак, со минимална разлика на пресметаните вредности помеѓу параболичниот и катенарниот облик на лак. При помали вредности на релативното поместување d , кај параболичниот облик на лак зафатената површина A е најмала, зголемувајќи се како се зголемува поместувањето. Имајќи предвид дека со зголемување на релативното поместување d зафатената површината A кај параболичниот облик на лак се зголемува побрзо отколку кај катенарниот облик на лак може да се заклучи дека катенарниот облик на лак станува поконкурентен за поголеми вредности на релативното поместување d . За разлика од параболичниот и катенарниот облик на лак, кружниот облик на лак покажува значително понепредвидливо однесување, генерирајќи вредности за зафаените површини кои се генерално повисоки и подложни на поголеми варијации, а кои за одредени интервали се слични со вредностите за зафатените површини на другите два облици на лак.

Големите отстапувања и детектираните недоследности кај кружните лаци може да бидат објаснети преку анализа на графичкиот приказ на потисната линија, **Слика 2.12**. Имено, нееднаквото сегментирање на кружните облици на лаци, односно големите должини на сегменти кај потпорите, резултира со големи должини на страните на верижниот полигон, со што недоволно прецизно се дефинира кривата на потисната линија и се намалува вкупна површина зафатена од потисните линии. Влијанието на детектираната непрецизност е поизразено при дејство на хоризонтални товари со помал интензитет кои резултираат со помала вкупна зафатена површина A , со што и самата непрецизност станува процентуално позначајна.

Визуелна споредба на пресметаните резултати, линии на потисок и површина која ја зафаќаат, за катенарен, параболичен и кружен облик на лак при дејство на хоризонтален товар од 0,30g се прикажани на **Слика 2.14**.



Слика 2.14: Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок А за различно релативно поместување d [%] при хоризонтално забрзување 0,30 g: (а) катенарен; (б) параболичен; (в) кружен лак

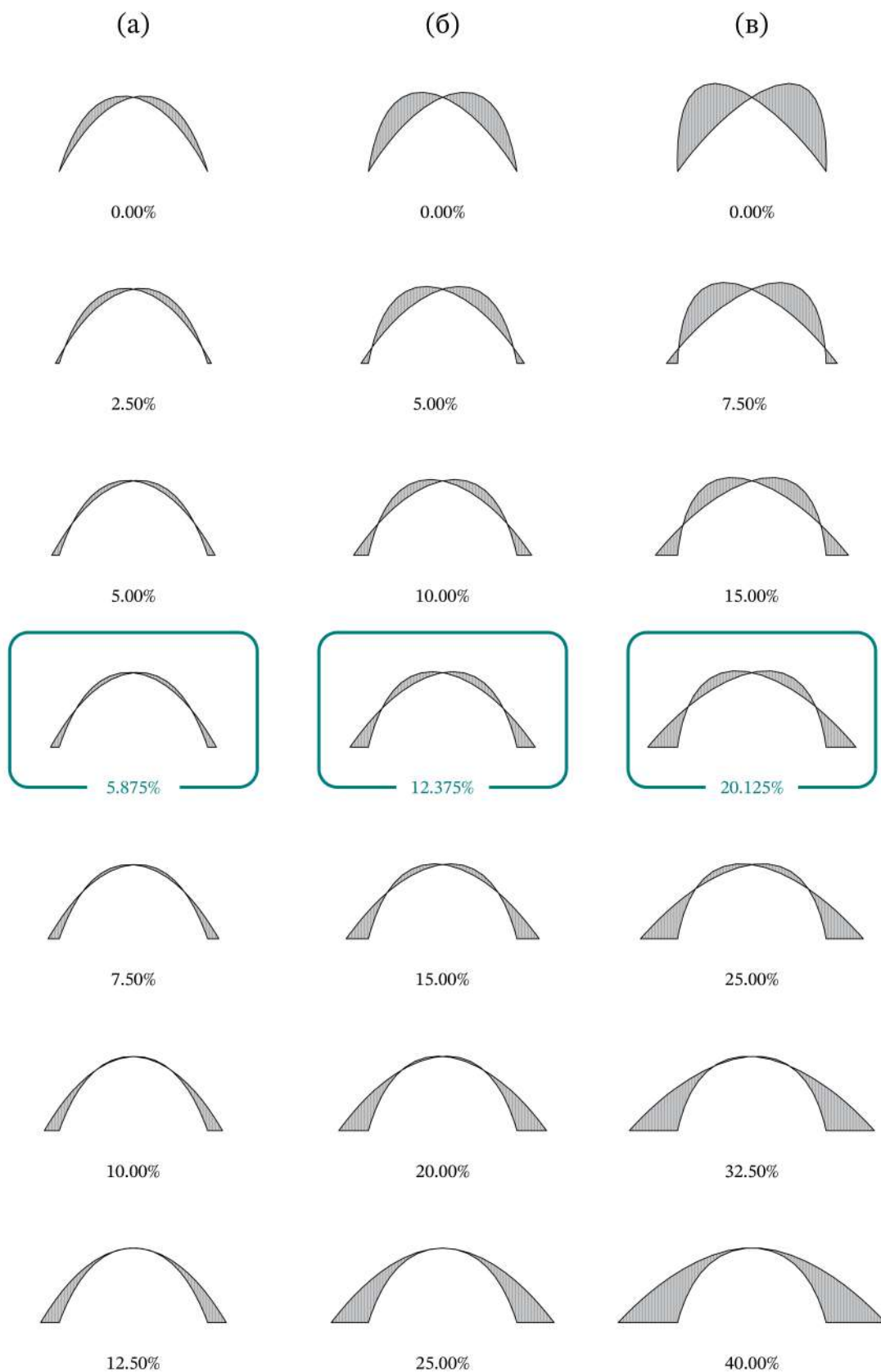
Линијата на потисок во суштина ја дефинира патеката на пренос на силите на притисок по должина на лакот и истата во реалност претставува континуирана крива, која со примена на дводимензионален дијаграм на сили се состои од прави линии и е апроксимирана со полилинија составена од конечен број прави сегменти. Имајќи го ова предвид може да се заклучи дека точноста на дводимензионалната апроксимација во голема мера зависи од бројот, распределбата и должината на сегментите. Во одредени делови на лакот, особено во критичните зони, како што се лежиштата, доколку сегментите се неадекватно распределени или се со поголема должина, линијата на потисок визуелно ќе се доближи до форма на полигон со праволиниски делови, која не соодветствува со реалната крива.

Од **Слика 2.14** може да се констатира дека воочениот проблем е визуелно изразен кај кружниот облик на лак, **Слика 2.14 (в)**, предизвикан од релативно погрубата сегментација во зоната на лежиштата споредено со другите два иницијални облици на лак, резултирајќи со недоволно прецизна апроксимација на потиснатата линија изразена со долги, праволиниски сегменти. Истовремено за катенарниот облик на лак, **Слика 2.14 (а)** и параболичниот облик на лак, **Слика 2.14 (б)**, може да се констатира поконзистентна и визуелно посоодветна претстава на преносот на сили, поблиска до вистинската геометрија на кривата на линијата на потисок, што значи рамномерно распределена сегментација по целата должина на лакот.

При разгледуваното дејство на хоризонтален товар од 0,30 g, од **Табела 4.9** и **Слика 2.14**, може да се заклучи дека трите различни облици на лак имаат најмала пресметана вредност за зафатена површина за слично поместување d и сличен сооднос d/s . Имено минималната вредност за зафатена површина кај катенарниот облик на лак е достигната при поместување $d = 103$ cm и сооднос $d/s = 12,875\%$, кај параболичниот облик на лак при поместување $d = 99$ cm и сооднос $d/s = 12,375\%$, додека кај кружниот облик на лак при поместување $d = 100$ cm и сооднос $d/s = 12,500\%$. Може да се заклучи дека разликата на зафатена површина помеѓу трите облици на лаци е минимална со пресметана стандардна девијација од 2,08 единици и коефициент на варијација 2,07%.

Имајќи ги предвид малите пресметани разлики во вредностите на зафатената површина помеѓу катенарниот и параболичниот облик на лак, а со цел попрецизна дефиниција на потиснатата линија, на **Слика 2.15** за параболичниот облик на лак прикажано е влијанието на различниот интензитет на хоризонталниот товар во однос на релативното поместување d изразено во проценти.

Од **Табела 4.9** може да се заклучи дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар доаѓа до зголемување на хоризонталните поместувања во јазлите на потисните линии, зголемувајќи ја целокупната зафатена површина и соодветно зголемување на соодносот d/s , кое при хоризонтален товар од 0,15 g изнесува $d/s = 5,875\%$, при хоризонтален товар од 0,30g изнесува $d/s = 12,375\%$ и при хоризонтален товар од 0,45g изнесува $d/s = 20,125\%$. Од **Слика 2.15** може да се заклучи дека најнеповолните форми на лаци се добиваат при релативно поместување $d = 0$ cm, кај кое зафатената површина е најголема, со нерационална распределба на површината симетрично концентрирана помеѓу лежиштето и највисоката точка на лакот.



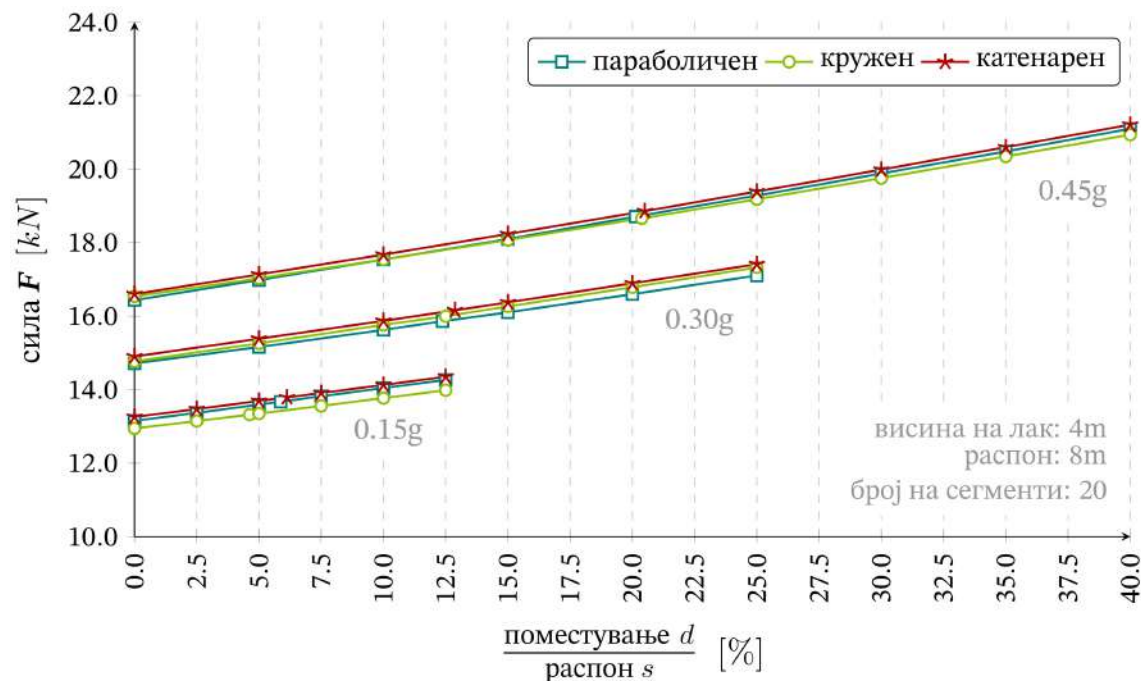
Слика 2.15: Споредба на вкупната зафатена површина од линиите на потисок A за различно релативно поместување d [%] кај параболичен лак при хоризонтално забрзување од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Со постепено зголемување на вредноста на d , доаѓа до намалување на зафатената површина и нејзина порамномерна прераспределба по висината на лакот. Имено при максимално релативно поместување d зафатената површина се концентрира во зона на потпорите, проследено со мал напречен пресек на највисоките сегменти на лакот. Оптималните вредности на релативното поместување d , за кои зафатената површина е најмала, концентрирана во најголем дел во зоната на лежиштата, а намалувајќи се по висина на лакот, се во интервалот помеѓу минималното и максималното релативно поместување. Од **Слика 2.15** може да се заклучи дека зголемувајќи го релативното поместување се зголемува зафатената површина, генерирајќи поволна форма на лакот, која со најголем дел од површината е сконцентрирана во зоната на потпорите овозможувајќи поголема стабилност.

2.3.1.3 Максимална сила на притисок

Максималната вредност на силата на притисок F_{max} се определува применувајќи го дијаграмот на сили преку мерење на должината на половите зраци. При дејство на хоризонтален товар со насока од десно кон лево најголем интензитет на силата на притисок F_{max} е во левата потпора на лакот, кој е еквивалентна на реакцијата во лежиштето, и обратно при дејство на хоризонтален товар од лево кон десно најголем интензитет на силата е во десната потпора на лакот.

Вредност на силата на притисок F_{max} анализирана е за трите карактеристични форми на лаци, при различен интензитет на хоризонтален товар од 0,15g, 0,30g, 0,45g, во однос на релативното поместување на потисните линии d во однос на распонот s изразено во проценти, **Слика 2.16**.



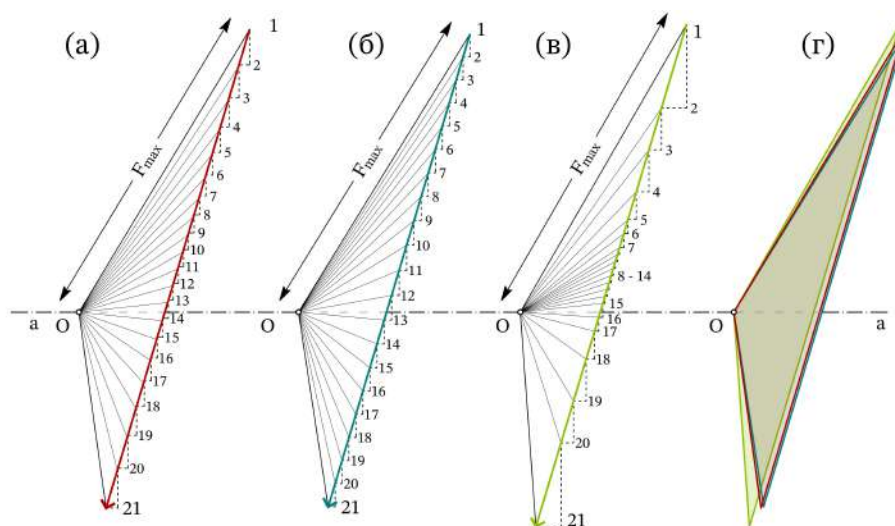
Слика 2.16: Споредба на максимална сила на притисок F_{max} при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g

Од дијаграмите на **Слика 2.16** може да се заклучи дека кај сите три облици на лаци вредностите на силата на притисок се слични при различни релативни поместувања. При дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,15 g, пресметаната стандардна девијација изнесува 0,1770 единици, со коефициент на варијација од 1,2973% помеѓу различ-

ните иницијални геометрии на лаците. При дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30 g, пресметаната стандардна девијација изнесува 0,1302 единици, со коефициент на варијација од 0,8102%, додека при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45 g, пресметаната стандардна девијација изнесува 0,1000 единици, со коефициент на варијација од 0,5296%.

Пресметаните минимални отстапувања во добиените резултати се должат на разликите во почетната маса на самите лаци, имајќи предвид дека масата на катенарниот лак изнесува 2202,04 kg, масата на параболичниот лак изнесува 2177,14 kg, додека масата на кружниот лак изнесува 2312,21 kg. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до значително зголемување на силата на притисок F_{max} , како и до зголемување на релативното поместување, имајќи предвид дека со зголемување на релативното поместување на потисните линии d се зголемува распонот на разгледуваниот лак, дефинирано во точка 2.3.1, Слика 2.8. Исто така може да се констатира дека определените резултати не покажуваат значителни отстапувања, што укажува на конзистентност на резултатите независно од варијациите во иницијалната геометрија на лакот.

Разликите во сегментирањето на лакот кои произлегуваат од неговата иницијална геометрија, покрај разлики при дефинирање на потисната линија, доведуваат и до различна форма на дијаграмот на сили при иста местоположба на полот, со различна големина на силите кои се отчитуваат, Слика 2.17.



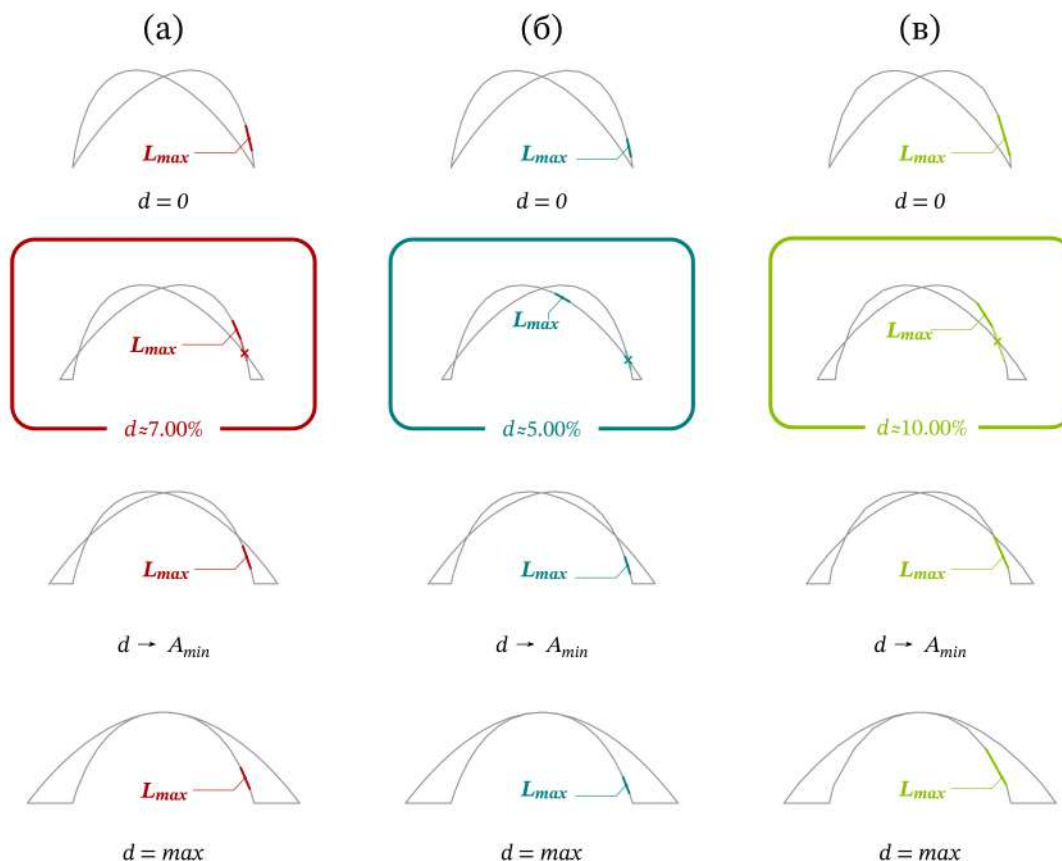
Слика 2.17: Дијаграм на сили: (а) катенарен лак; (б) параболичен лак; (в) кружен лак и (г) преклопување на дијаграмите

Од Слика 2.17 може да се констатира дека кај катенарниот и параболичниот облик на лак сегментацијата е рамномерна, соодветно одразено во дијаграмот на сили, со постепен и континуиран план на сили од точка 1 до точка 21, Од Слика 2.17 (а) и Слика 2.17 (б). За разлика од претходните два облици на лак, кај кружниот облик на лак може да се констатираат воочливи разлики во должината на векторите од кои е формиран планот на силите, проследено со поизразена нерамномерност во нивната распределбата, Слика 2.17 (в). Со цел споредба на конструираниите дијаграми за трите облици на лак, извршено е нивно преклопување, Слика 2.17 (г), од кое може да се констатира дека целокупната форма и големина се особено слични кај катенарниот и параболичниот облик на лак, за разлика од кружниот облик на лак кај кој постои поголема разлика, а која се должи на неговата поголема тежина во однос на останатите два облици на лак. Од оваа визуелна анализа може да се заклучи дека при воспоставена ста-

тичка рамнотежа на лачна конструкција, формата на иницијалната геометрија влијае врз распределбата на внатрешните сили и интензитетот на реакциите во лежиштата.

2.3.1.4 Максималната должина на потисна линија

Максималната должина на линијата на потисок е дефинирана како најголемата должина на страна која може да биде измерена во конструираниот верижен полигон, односно потисна линија, L_{max} . На Слика 2.18 прикажана е споредба на линиите на потисок и позицијата на сегментот со најголема должина, за катенарен, параболичен и кружен облик на лак при дејство на хоризонтален товар 0,30 g за карактеристични релативни поместувања d .



Слика 2.18: Споредба на максимална должина на линијата на потисок L_{max} за различно релативно поместување d [%] при хоризонтален товар 0,30 g: (а) катенарен облик на лак; (б) параболичен облик на лак; (в) кружен облик на лак

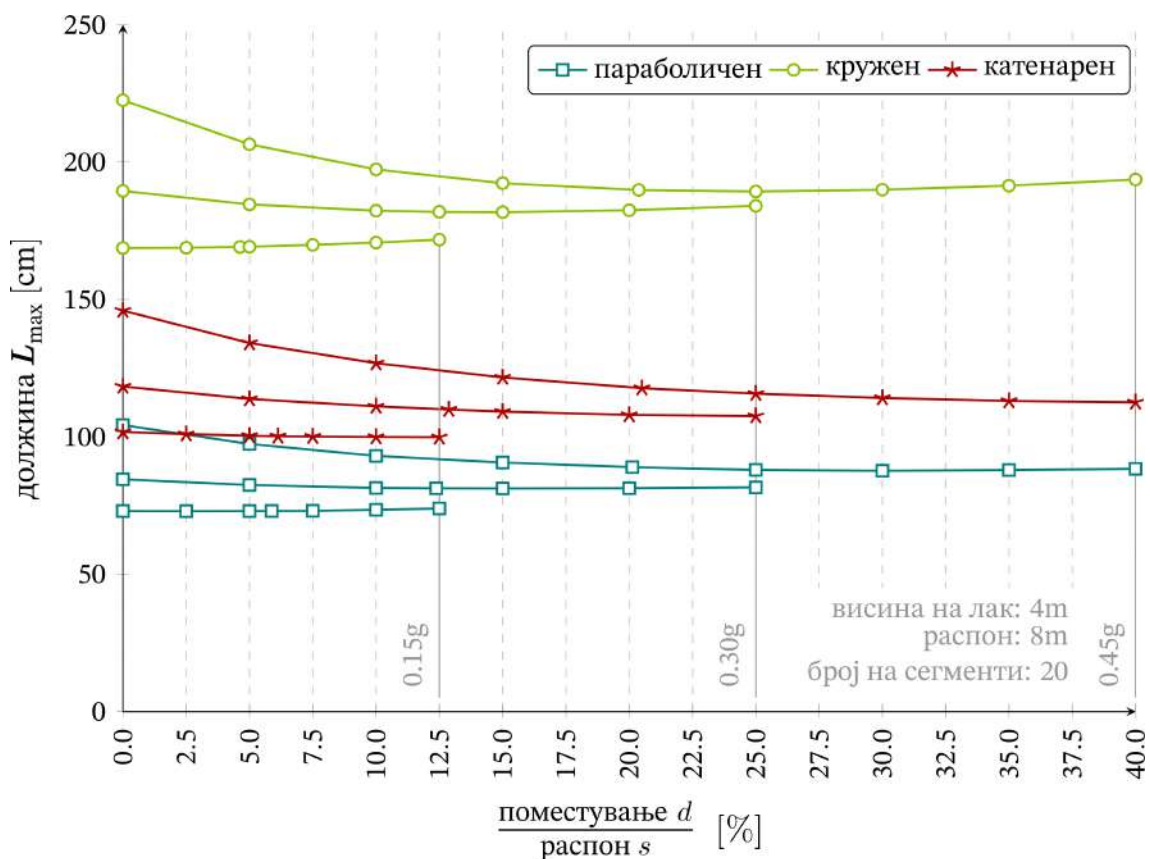
Од Слика 2.18 може да се заклучи дека максималната должина на елементите на линијата на потисок, L_{max} , најчесто се јавува во зоната непосредно пред лежиштето, односно кај претпоследниот сегмент на потисната линија, што се должи на позицијата на тежиштата на двата најдолги сегменти на иницијалниот лак, кои се наоѓаат на големо меѓусебно растојание. Детектираниот проблем е особено изразен кај кружниот облик на лак, кај кој геометриските карактеристики предизвикуваат нерамномерност на должините на сегментите во зоната на лежиштата на лакот.

Релативното поместување d нема влијание врз должината на страните на верижниот полигон, освен во специјален случај при поместување на потисните линии за растојание кое доведува до прекин на првично најдолгиот сегмент, со што најдолг сегмент на потисната линија станува следниот најдолг сегмент. Во најголем број случаи, но-

виот најдолг сегмент на потисната линија е позициониран во горната зона на лакот, каде што интензитетот на внатрешните сили на притисок е значително помал. Со тоа, иако целосно не се елиминира проблемот со должината на сегментите при нееднакво сегментирање на иницијалниот лак, се врши нова прераспределба која овозможува нај-долгите елементи да се појават во делови од лакот кај кои интензитетот на силата на притисок е помал.

Од Слика 2.18 може да се заклучи дека при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,30 g критичните вредности на релативното поместување d при кои доаѓа до промена на најдолгиот дефиниран сегмент приближно изнесуваат $d \approx 7.00\%$ за катенарен облик на лак, $d \approx 5.00\%$ за параболичен облик на лак и $d \approx 10.00\%$ за кружен облик на лак. Мора да се нагласи дека овие вредности не претставуваат строго дефинирани гранични точки, туку истите прикажуваат приближни интервали околу кои се забележува ефектот на прераспределба. Може да се заклучи дека слична прераспределба може да се појави и при нешто помали или поголеми степени на релативно поместување. Со тоа, нотираниите вредности кај различните облици на лак може да бидат применети како параметарски насоки за оптимизирање на почетната форма и сегментација на лакот при дефинирање на рационална носива геометрија.

Имајќи ги предвид претходните заклучоци за трите карактеристични форми на лаци анализирана е максималната должина на линијата на потисок L_{max} во однос на процентуалниот сооднос помеѓу релативното поместување на потисните линии d и распонот s , при различен интензитет на хоризонтален товар од 0,15 g, 0,30 g и 0,45 g, Слика 2.19.



Слика 2.19: Споредба на максималната должина на страна на верижен полигон L_{max} при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g

При дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,15 g, пресметаната стандардна девијација за трите анализирани облици на лац изнесува 49,7546 единици, со коефициент на варијација од 43,4896%. При анализа на определените резултати за катенарниот и параболичниот лак, добиената стандардна девијација изнесува 19,2829 единици, со коефициент на варијација од 22,2197%. Имајќи ги предвид резултатите, може да се заклучи дека отстапувања во должината на линијата на потисок се детектирани кај кружниот облик на лак, проследени со најголеми разлики во пресметаните вредности. Имено стандардната девијација на резултатите определени кај кружен облик на лак и катенарен облик на лак изнесува 48,9587 единици, со коефициент на варијација од 36,2557%, додека стандардната девијација на резултатите определени кај кружен облик на лак и параболичен облик на лак изнесува 68,2417 единици, со коефициент на варијација од 56,2124%.

При дејство на хоризонталниот товар со интензитет 0,30 g, стандардната девијација за анализираниите три облици на лак се зголемува на 52,3068 единици, со коефициент на варијација од 41,7355%. Ако се анализираат пресметаните вредности за катенарниот и параболичниот облик на лак, стандардната девијација изнесува 20,5649 единици, со коефициент од 21,3221%. Пресметаните вредности покажуваат дека најголеми отстапувања во должината на линијата на потисок може да бидат констатираны кај кружниот облик на лак, кај кои стандардната девијација изнесува 51,2395 единици, со коефициент на варијација од 34,8462% во однос на катенарен облик на лак, додека во однос на параболичен облик на лак стандардна девијација изнесува, 71,8044 единици, со коефициент на варијација од 54,1603%.

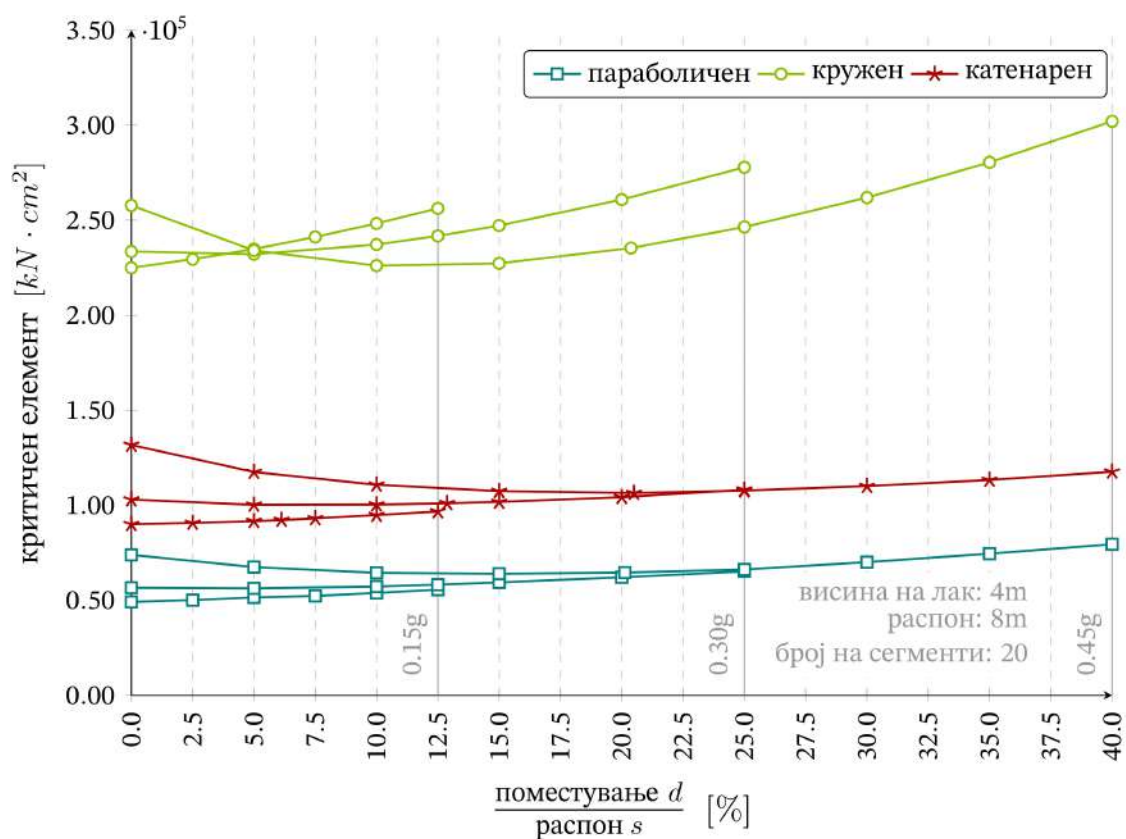
При дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45 g, пресметаната стандардна девијација за анализираниите три облици на лац изнесува 53,7531 единици, со коефициентот на варијација од 39,5275%. Споредбата на пресметаните вредности помеѓу катенарниот и параболичниот облик на лак покажува стандардна девијација од 21,4166 единици, со коефициент на варијација од 20,0064%. Пресметаните вредности кај кружниот облик на лак, како и при дејство на помали хоризонтални натоварувања, покажуваат најголеми отстапувања, со стандардна девијација од 52,4028 единици и коефициент на варијација од 33,1549% во однос на катенарниот облик на лак, односно стандардна девијација од 73,8194 единици, со коефициент на варијација од 51,4663% во однос на параболичниот облик на лак.

Од кривите прикажани на **Слика 2.19** може да се заклучи дека сегментите кај кружниот облик на лак имаат најголема максимална должина споредено со должините на сегментите кај параболичниот и катенарниот облик на лак, кои имаат значително помали вредности. Исто така може да се заклучи дека зголемувајќи го релативното поместување кривите конвергираат кон одредена вредност, покажувајќи тенденција на стабилизација, без разлика на обликот на лакот, што укажува на фактот дека зголемувањето на поместувањето нема значително влијание врз максималната должина на сегментите. Големите разлики во добиените резултати претставуваат одраз на разликата во првичното сегментирање кое зависи од обликот на лакот. Имено, лакот со параболичен облик е поделен без корекции на должината на сегментите, односно истите имаат приближно иста должина со воедначени растојанијата помеѓу нивните тежишта, овозможувајќи конструкција на верижен полигон со мали разлики во должината на страните. Од друга страна кружниот облик на лак, непосредно кај лежиштата, поделен е на сегменти со поголема должина, со што се зголемени растојанијата помеѓу тежиштата на сегментите, резултирајќи со голема должина на поделни страни во верижниот полигон.

Од претходната анализа на добиените резултати може да се заклучи дека во однос на минимизирање на сегментната должина параболичниот облик на лак е најоптимален, за разлика од кружниот облик на лак кај кој сегментацијата на долги сегменти може да има критично влијание врз анализата на резултатите при понатамошното разгледување на добиената форма.

Имајќи предвид дека разгледуваните облици на лаци се напрегнати на притисок, преку споредба на вредноста дефинирана како производ од силата која дејствува на елементот и квадратот од должината на елементот може да бидат идентификувани критичните елементи.

Со цел да бидат идентификувани елементите со голема должина, а кои се изложени на дејство на големи сили на притисок, освен должината на потисната линија, анализиран е интензитетот на силите кои се пренесуваат преку страните на верижниот полигон, преку влијанието кое процентуалниот сооднос помеѓу релативното поместување на потисните линии d и распонот s го има врз критичните елементи, Слика 2.20.



Слика 2.20: Споредба на вредности на критични елементи при различно релативно поместување d кај катенарен, параболичен и кружен лак при хоризонтално забрзување од 0,15g; 0,30g и 0,45g

Од Слика 2.20 може да биде констатирано дека кај трите анализирани облици на лаци при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,15 g, пресметаната стандардна девијација изнесува 97.967,61 единици, со коефициент на варијација од 76,82%. При споредба на катенарниот и параболичниот облик на лак, пресметаната стандардна девијација изнесува 28.798,44 единици, со коефициент на варијација од 39,93%. Најголеми отстапувања во пресметаните вредности може да се констатираат кај кружниот облик на лак со стандардна девијација од 102.961,56 единици и коефициент на варијација од 62,24% во однос на катенарниот облик на лак, односно стандардна девијација од

131.760,00 единици и коефициент на варијација од 90,88% во однос на параболичниот облик на лак.

При дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30g , пресметаната стандардна девијација помеѓу анализираните облици на лак изнесува 97.882,89 единици, со коефициент на варијација од 72,02%, додека при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45g, пресметаната стандардна девијација помеѓу анализираните облици на лак изнесува 94.366,25 единици, со коефициент на варијација од 65,68%.

Од анализата на резултатите за пресметаните должини на страните на верижниот полигон може да се констатира дека без разлика на обликот на лак, стандардната девијација и коефициент на варијација, покажуваат идентичен тренд на зголемување на вредностите се со зголемување на интензитетот на хоризонталната сила. Може да биде заклучено дека кај кружниот облик на лак се појавува најнеповолна дистрибуција на сили на притисок во однос на должина на елементите, што се должи на значително подолгите сегменти непосредно на местата на лежиштата каде што се концентрирани најголемите сили на притисок во лакот, споредено со останатите два облици на лаци.

2.3.2 Дефинирање на дијаграм на сили на лак под дејство на хоризонтален товар од различни насоки

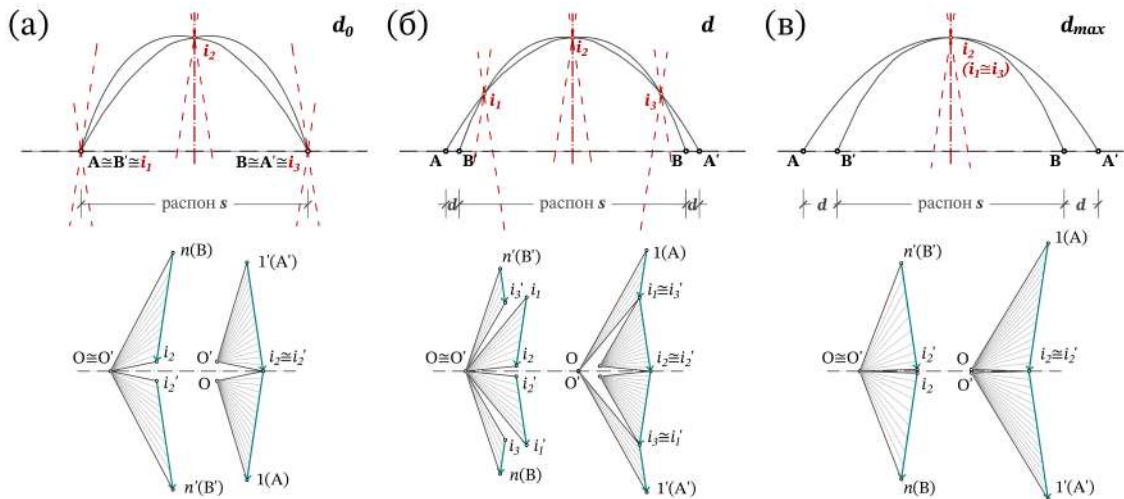
Анализата за дефинирање на дијаграм на сили на лак при дејство на хоризонтален товар од различни насоки ќе биде спроведена на лак со иницијална параболична форма, имајќи ги предвид претходно елаборираните резултати добиено од анализите презентирани во точка 2.3.1, од кои може да се заклучи дека лакот со параболичен облик покажува најмали недоследности при процесот на сегментирање и претставува најповолна опција не само од аспект на материјална ефикасност, туку и во однос на дистрибуцијата на сили и геометриска стабилност.

2.3.2.1 Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница

За да биде појаснет односот помеѓу дијаграмот на сили и конечната форма на лакот, дијаграмот на сили треба да биде анализиран изолирајќи ги деловите што ја дефинираат горната граница, ектрадосот и долната граница, интрадос на дефинираната форма на лакот. Дефинирањето на границите зависи од релативното поместување d , за кое разгледани се двата карактеристични случаи најпрво кога $d = 0$ и кога $d \neq 0$.

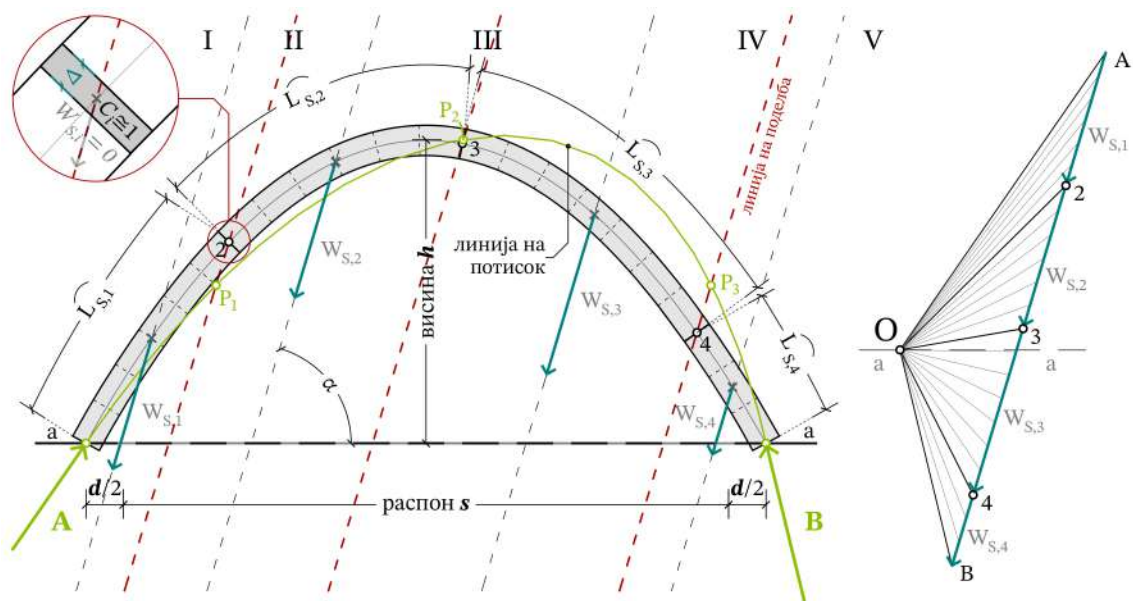
Во случај кога релативното поместување $d = 0$, потисните линии конструирани соодветно за влијание на хоризонтален товар кој дејствува наизменично во две насоки се пресекуваат во три точки. Една пресечна точка на потисните линии лежи на оската на симетрија на иницијалниот лак, додека другите две пресечни точки се поклопуваат со лежиштата, делејќи го дијаграмот на сили на два дела, **Слика 2.21 (а)**. Горната граница на лакот во дијаграмот на сили е дефинирана со делот од лежиштето до пресечната точка i_2 и неговото пресликување, додека долната граница на лакот во дијаграмот на сили е дефинирана со делот од точка i_2 до лежиштето B и неговото пресликување.

При релативно поместување $d \neq 0$ за влијание на хоризонтален товар кој дејствува наизменично во две насоки потисните линии се пресекуваат во три пресечни точки делејќи го дијаграмот на сили на четири дела, **Слика 2.21 (б)**. При таквата поделба различните сегменти од дијаграмот на сили наизменично ја дефинираат горната, односно долната граница на лакот за сите вредности на d за кои $0 < d < d_{max}$. Специјален случај е кога релативното поместување d ќе достигне максимална вредност, односно $d = d_{max}$, тогаш трите пресечни точки ќе се преклопат во една највисока точка на потисната линија, делејќи го дијаграмот на сили на два дела, **Слика 2.21 (в)**.



Слика 2.21: Поделба на дијаграмот на сили зависно од различни вредности на релативното поместување d : (а) $d = 0$; (б) $d \neq 0$; (в) $d = \max$

Прецизно определувањето на вистинската местоположба на точките со кои се врши поделба на дијаграмот на сили направено е преку разгледување на сегментите од потисните линии со кои е дефинирана горната, односно долната граница на лакот, определувајќи ја вистинската должина $L_{S,1}$, $L_{S,2}$, $L_{S,3}$ и $L_{S,4}$ од иницијалниот лак со кои се дефинира точните сегменти, Слика 2.22 За да биде постигната поделба на дијаграмот на сили помеѓу секој од сегментите воведени се така наречени нулти сегменти кои имаат занемарлива дебелина од $\Delta = 0,0001$ mm. Тежината и товарот, резултат на тежината, кај нултите сегменти се еднакви на нула. Во дијаграмот на сили нултите сегменти се интерпретирани како нулти вектори без должина, односно во резултатната на надворешните товари се претставени како точка во која се дели дијаграмот на сили. Тоа ефективно значи дека низ тежиштето на нултиот сегмент е поставена нападна линија, а која всушност претставува линија на поделба на преминот од еден во друг дел на дијаграмот на сили.



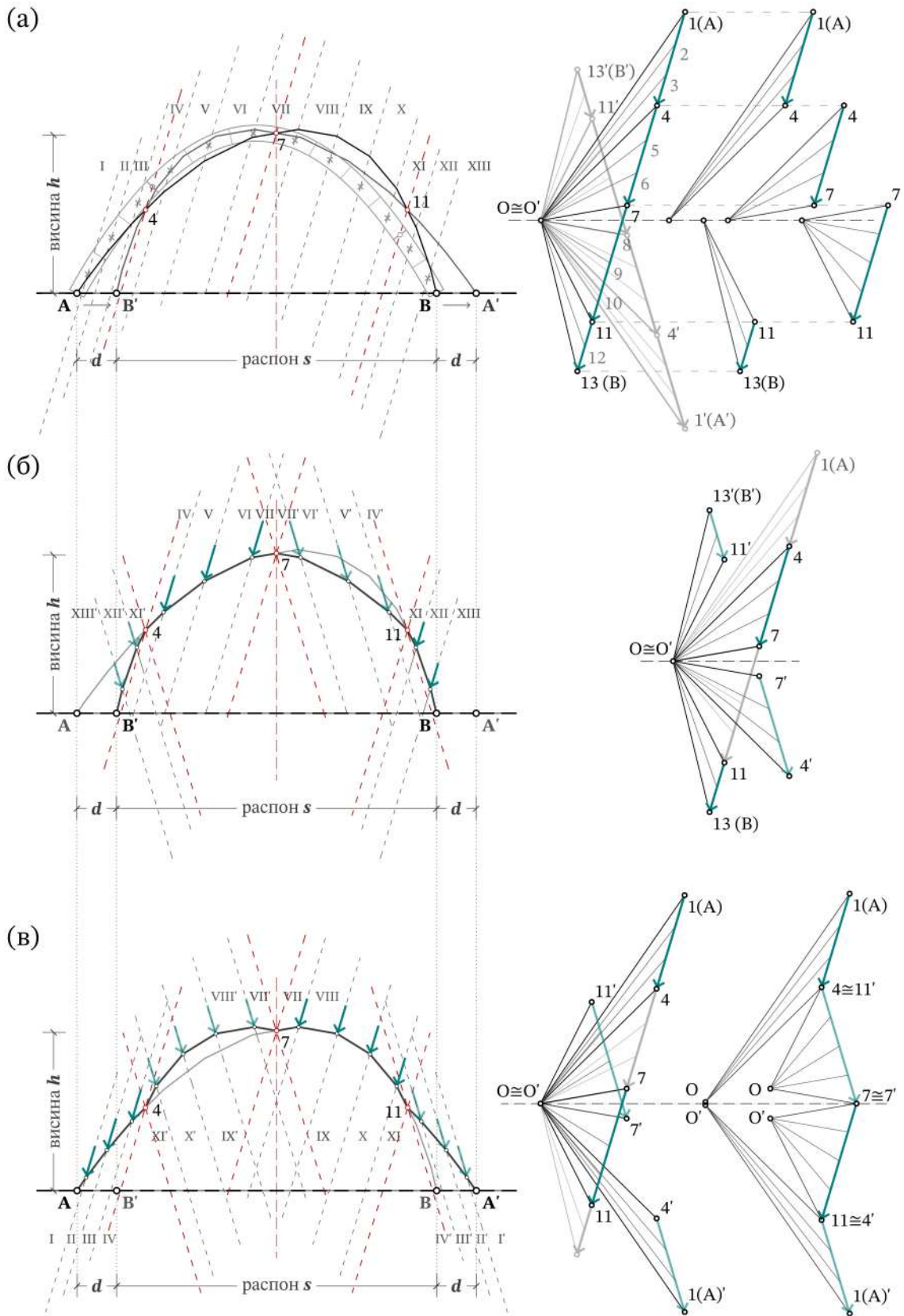
Слика 2.22: Сегменти на иницијалниот лак кои ги дефинираат горната и долната граница на дефинираната форма на лак

На **Слика 2.23** иницијалниот параболичен лак поделен на 12 сегменти, со приме-на на нулти сегменти, соодветно на определената вредност на релативно поместување d е поделен на четири дела. За секој поделен дел преку дефинирано натоварување кое дејствува во тежиштето на секој сегмент определен е соодветниот дијаграм на сили **Слика 2.23 (а)**, при што за да биде земено предвид дејството на наизменичниот хори-зонтален товар применета е постапка на пресликување на дијаграмот на сили.

Обликот на долната граница на лакот, интрадосот, како и соодветните делови од дијаграмот на сили со кои истата е дефинирана, вектор од точка 4 до точка 7 и вектор од точка 11 до точка 13 е прикажан на **Слика 2.23 (б)**. Пресликувајќи ги дијаграмите на сили се определува нова местоположба на полот, O' и соодветно два дела на дијаграмот на сили, вектор од точка 4' до точка 7' и вектор од точка 11' до точка 13', со што се овозмо-жува конструирање на делот од долната граница на лакот при дејство на хоризонтален товар во спротивната наизменична насока. Пресликувањето на дијаграмот на сили е проследено со пресликување и на соодветните нападни линии по кои дејствуваат това-рите, формирајќи полиња на поделба на лакот од IV до VII и од XI до XIII. Релевантните делови од дијаграмот на сили со кои е дефиниран интрадосот, како и нивните пресли-кувања, се поставени така што нивниот распоред ја преклопува положбата на полот O и неговото пресликување O' , овозможувајќи визуелна прегледност, проследено со дис-континуитет во планот на сили на товарите од точка 11' до точка 4, од точка 7 до точка 7' и од точка 4' до точка 11.

Обликот на горната граница на лакот, екстрадосот, како и соодветните делови од дијаграмот на сили со кои истата е дефинирана, вектор од точка 1 до точка 4 и вектор од точка 7 до точка 11 е прикажан на **Слика 2.23 (в)**. Пресликувајќи ги дијаграмите на сили се определува местоположбата на полот, O' , проследен со два дела од дијаграмот на сили од точка 1' до точка 4' и од точка 7' до точка 11'), како и соодветно пресликува-ње на нападните линии по кои дејствуваат товарите, формирајќи полиња на поделба на лакот од I до IV и од VII до XI. Со цел да биде добиен визуелно прегледен приказ на дијаграмот на сили, за разлика од дијаграмот на сили за интрадосот, кај екстрадосот пресликаниот дел од точка 7' до точка 13' е позициониран така што почетната точка на векторот 7', се надоврзува на крајната точка на векторот 7, со што е дефиниран визуел-но непрекинат план на сили. Воведената модификација резулта со непоклопување на новата местоположба на пресликаниот пол O' со положбата на првичниот пол O .

Во двете постапки, конструкцијата на интрадосот и екстрадосот е идентична. Секој јазол на потисната линија е определен како пресек на нападната линија на резултан-тната сила која дејствува во тежиштето на соодветниот сегмент и зракот од оригинал-ниот, односно пресликаниот дијаграм на сили. Притоа, визуелниот облик на крајниот дијаграм на сили е директно зависен од начинот на пресликување, при што изборот на дијаграм на сили со дисконтинуитет или дијаграм на сили кај кој нема поклопување на половите, зависи од претпочитаниот начин на репрезентација на дијаграмот на сили и нема влијание врз дефиницијата на обликот на потисната линија.

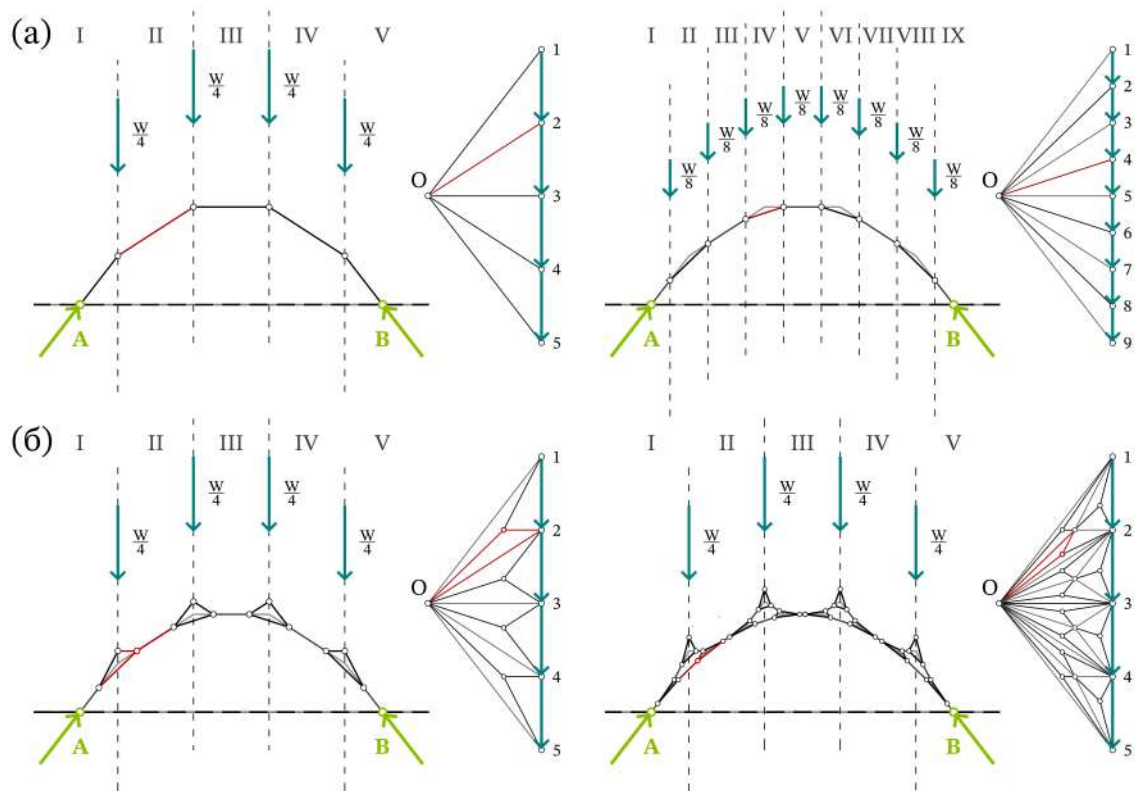


Слика 2.23: Дефиниција на лак при хоризонтален товар од 0,30 g: (а) поделба на иницијалниот дијаграм; (б) дефиниција на долна граница; (в) дефиниција на горна граница

2.3.2.2 Дефинирање на форма напрегната на притисок преку внатрешна делба на дијаграмот на сили

Иако постојат различни математички алгоритми кои може да бидат применети за поделба на внатрешниот простор, за да биде дефинирана форма која пренесува само сили на притисок во рамките на дефинирани гранични услови, внатрешниот простор на дијаграмот на сили со кои е определена статичката рамнотежа мора да биде целосно формиран од затворени конвексни полигони, [92], [67], [93], [94]. Во дијаграмот на сили, секоја поделба на внатрешниот простор, ограничен со периферните рабови, ја дефинира внатрешната рамнотежа одредувајќи ја формата на конструкцијата. Дополнително, за да бидат испочитувани дефинираните гранични услови, треба да бидат запазени периферните рабови кои го сочинуваат надворешниот полигон на сили. Имено, поделбата на рабовите формирана од полот до крајните точки на резултантата, би довела до промена на бројот на реакции во лежиштата, како и нивниот интензитет, со што не би се запазиле зададените услови на потпирање.

Со цел да биде дефинирана фуникуларната форма на лак која ќе соодветствува на зададените услови предложени се две постапки за внатрешна поделба на иницијалниот дијаграм на сили, **Слика 2.24**.



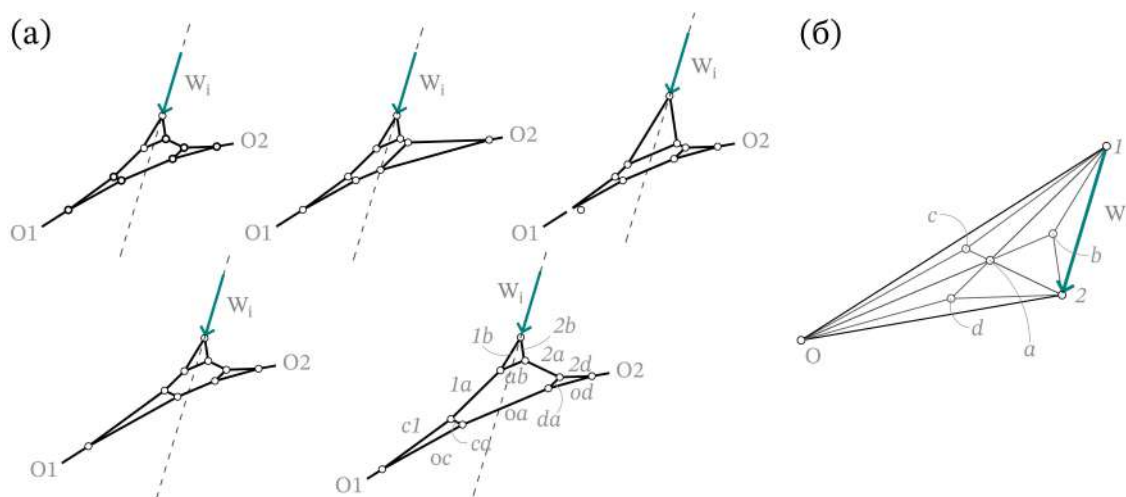
Слика 2.24: Дијаграми на форма и сила за вертикални товари со внатрешна делба на дијаграмот на сила: (а) делба на надворешните товари; (б) делба на дијаграмот со тежишните линии (според [95])

Пристапот применет во постапката прикажана на **Слика 2.24 (а)** претставува попречна поделба на сегменти на иницијалниот лак, односно поделба на вертикалниот товар претставен преку сопствената тежина на конструкцијата, резултирајќи со попречна дефиниција на потисната линија, прикажана преку дијаграмот на форма непроменувајќи ги на дефинираните гранични услови.

Постапка заснована на методологијата предложена од Akbarzadeh, Mele и Block [95],

во која тежиштата на полигоните дефинирани од зраците на дијаграмот на сили и товарите, се поврзуваат со нивните темиња, дефинирајќи нови правци во дијаграмот на силите, а кои не се директни врски помеѓу полот и крајните точки на векторите на товарите е прикажана на **Слика 2.24 (б)**. Имајќи предвид дека периферните рабови на дијаграмот на сили остануваат непроменети, предложениот пристап не ги нарушува зададените гранични услови, но промената се одразува врз геометријата на дијаграмот на форма, каде линијата на потисок се прилагодува на новата внатрешна распределба на силите, развивајќи комплексна полигонална геометрија наместо едноставна презентација на висечки ланец.

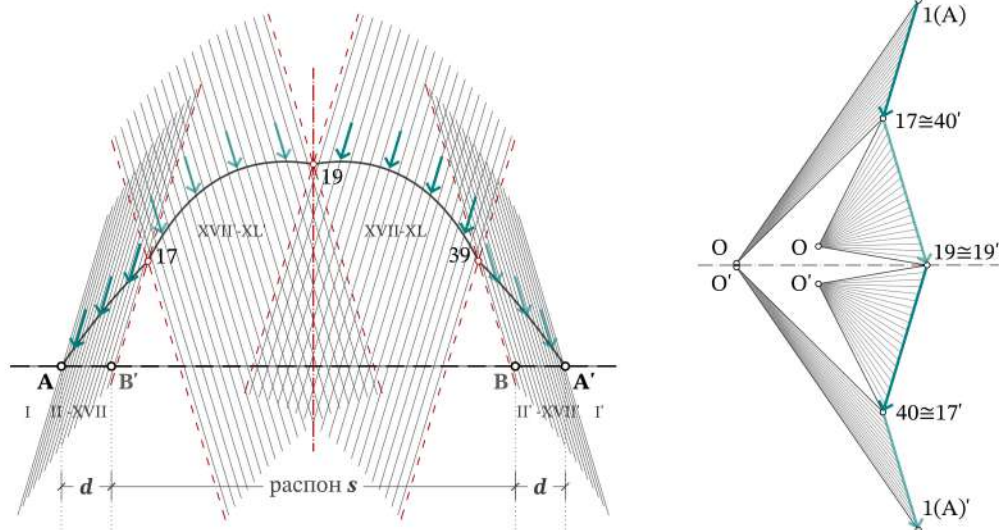
Комплексната линија на потисок може да биде дополнително изменета во процес на дефинирање на фуникуларната форма, при што треба да биде нагласено дека реципрочниот дијаграм на форма е формиран од конвексни полигони, чија големина не е точно определена од дијаграмот на сили. Имено, за зададените гранични услови, статичката рамнотежа е независна од варијациите на формата на конструкцијата, односно постојат неограничен број на можни комбинации на варијации на формата преку кои може да биде воспоставена рамнотежа за зададените гранични услови, **Слика 2.25 (а)**.



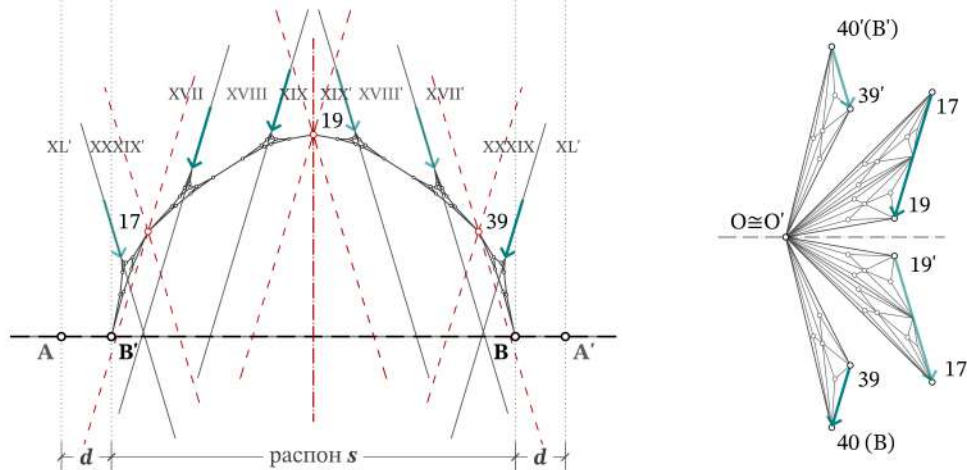
Слика 2.25: Варијации на дијаграм на форма: (а) можни дефиниции на дијаграмот на форма; (б) дијаграм на сили

Постапката за внатрешна поделба на дијаграмот на сили може да биде применета на дијаграмите на горна и долна граница на лакот, претходно дефинирани во точка 2.3.2.1. Во спроведената поделба како периферни рабови се третираат сите надворешни рабови на поединечните делови, без истите да подлежат на поделба. Овие рабови не се периферни за оригиналниот дијаграм на сили, туку претставуваат заеднички рабови за дијаграмите на горната и долната граница на лакот и инвивната поделба треба да биде иста за двата дијаграма што резултира со неповолна дефиниција на целокупната форма на лакот. Имајќи го предвид овој заклучок ваквиот пристап не е применет во понатамошното истражување. Внатрешната поделба на дијаграмите на сили на интрадосот и ектрадосот, дефинирани во точка 2.3.2.1, преку примена на постапките прикажани на **Слика 2.24**, при дејство на хоризонтален товар 0,30 g е илустрирана на **Слика 2.26**.

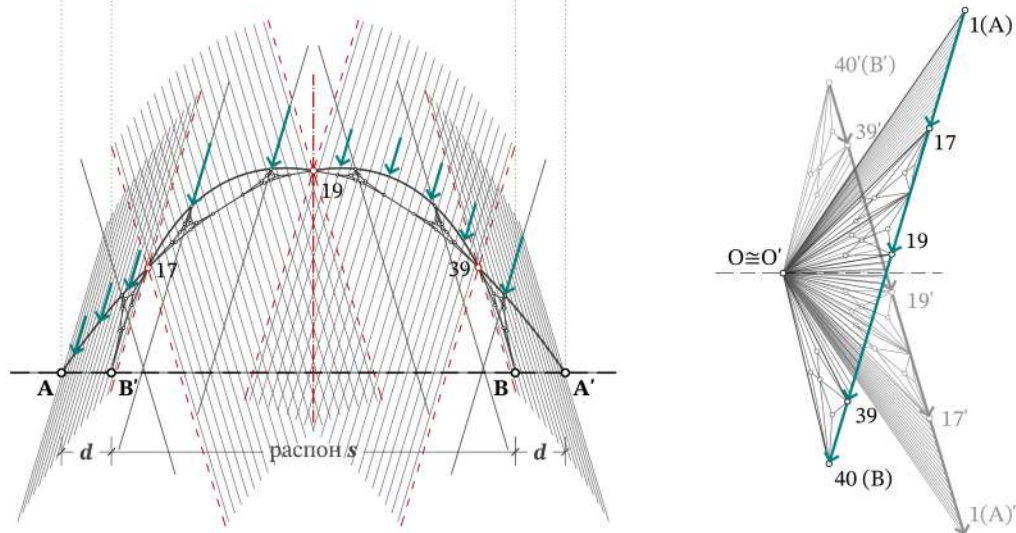
(а)



(б)



(в)



Слика 2.26: Внатрешна поделба на дијаграм на сили при хоризонтален товар од 0,30 g:(а) горна граница (ектрадос); (б) долна граница (интрадос); (в) целокупната форма

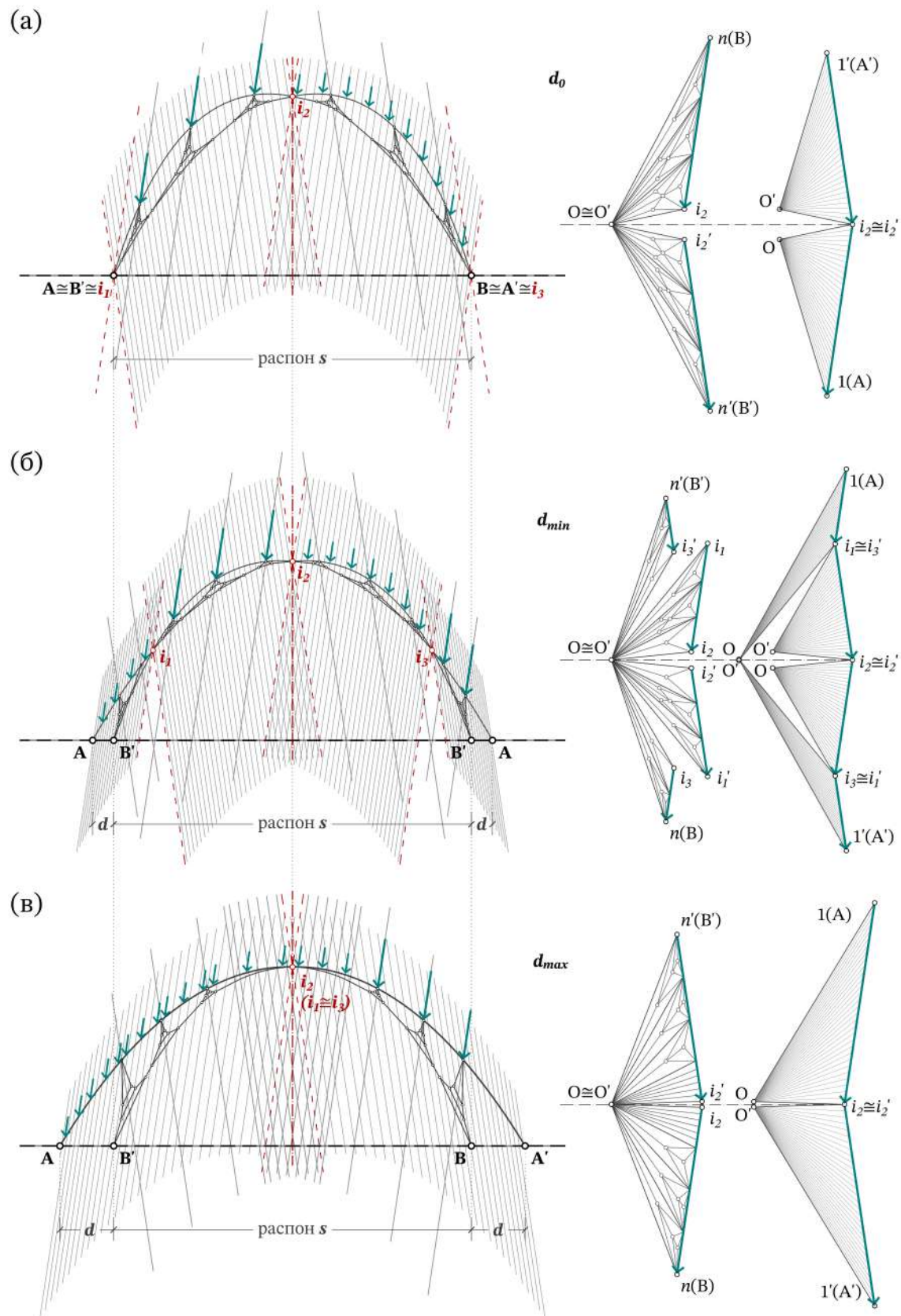
При дефинирање на горната граница, ектрадосот, предложениот пристап поаѓа од претпоставката дека дијаграмот на сили на горната граница подлежи на поделба на

вертикалните товари од сопствена тежина и соодветниот пропорционален хоризонтален товар, **Слика 2.26 (а)**, со што суштински станува збор за попрецизно дефинирање на линијата на потисок преку поделба на иницијалниот параболичен лак на поголем број сегменти. При дефинирање на долната граница, интрадосот, следствено на пристапот прикажан во **Слика 2.26 (б)**, применета е постапка на внатрешна поделба преку поврзување на тежиштата на површините во дијаграмот на сили со нивните темиња, **Слика 2.24 (б)**. Првично поделбата е спроведена на полигоните на сили дефинирани од сегментите на иницијалниот параболичен лак, по што ново формираните триаголници рекурзивно се делат рекурзивно се делат по истиот принцип. Степенот на поделба може да биде дефиниран од проектантот, при што треба да се има предвид дека делбата на дијаграмот на сили доведува до разгранување на формата на помали сегменти, со што зголемувајќи го број на поделби се генерираат сегменти со димензии кои се премали за да бидат рационални. Имајќи предвид дека дијаграмот на форма се состои од конвексни полигони, чија големина не е определена од дијаграмот на сили, проектантот може да манипулира со дефиницијата на долната граница. Имено со цел преку разгранувањето на формата да биде обезбедена врска помеѓу долната и горната граница на дефинираната форма на лакот, проектантот има можност да ја дефинира долната граница на лакот преку манипулација на големината на сегментите, **Слика 2.26 (в)**.

При дејство на хоризонтални товари со голем интензитет поместувањата на јазлите на потисната линија се поизразени, што резултира со голема висина на напречниот пресек на дефинираната форма на лакот, зголемувајќи ја сопствената тежина на конструкцијата под претпоставка дека напречниот пресек е полн по целата должина на лакот. Проблемот е нагласен кога потисните линии се поклопуваат со лежиштата, односно кога релативното поместување изнесува нула. Во тој случај зафатена е голема површина која е лошо дистрибуирана со што висината на напречниот пресек во зона на лежиштата е мала зголемувајќи се по висина на лакот. Проблемот може да биде надминат со релативно поместување на потисните линии една во однос на друга, како што е презентирано во досегашните истражувања на Michiels [54], Michiels и Adriaenssens [91], Kimura et al. [88], Kalapodis et al. [96], Málaga-Chuquitaype et al. [97]. Применувајќи го ваквиот пристап доаѓа до намалување на висината на напречниот пресек, но со значајно намалување на бројот на прифатливи фуникуларни форми, со што се ограничува слободата на проектантот во обликувањето на архитектонската форма. Во спротивно доколку не се поместат потисните линии една во однос на друга, висината на напречниот пресек станува преголема за целата висина помеѓу долната и горната граница биде третирана како полн монолитен пресек.

Главниот проблем кај овие форми идентификуван во досегашните истражувања на Michiels [54] е структурната врска помеѓу горната и долната граница на лакот, која е од суштинско значење за да биде обезбедено формирање на притисната линија на потисок низ целиот пресек на конструкцијата, а истовремено да биде избегнато независно поместување помеѓу двете гранични линии на лакот. За меѓусебно поврзување на горната и долната граница на лакот во досегашните истражувања како прво решение предложени се вертикални врзувачки елементи, додека како второ решение предложено е исполнување на празниот простор со материјал за изолација, решенија за кои не се наведени конкретни анализи. Оттука проектирањето на врски кои ќе овозможат пренесување на силата на смолкнување претставува инженерски предизвик на кој треба да биде посветено посебно внимание.

Предложениот метод за дефинирање на дијаграмите на горна и долна граница на параболичен лак преку внатрешна поделба при дејство на хоризонтален товар $0,15g$ и различно релативно поместување на потисните линии d , е прикажан на **Слика 2.27**.



Слика 2.27: Варијации на форма на лак при хоризонтален товар од 0,15 g и соодветните дијаграми на сила : (а) $d = 0$; (б) $d \neq 0$ поместување на потисните линии што зафаќа минимална површина; (в) $d = max$

Од спроведената анализа, презентирана преку Сликите 2.26 и 2.27, може да се заклучи дека предложената методологија за дефинирање и внатрешна поделба на дијаграмите на сили овозможува стабилна и флексибилна геометриска репрезентација на линиите на потисок, независно од степенот на релативно поместување d и интензитетот на хоризонталниот товар. Особено значаен аспект имплементиран во оваа методологија претставува дефинирањето на вертикалните врзувачки елементи помеѓу горната и долната граница на потисните линии на лакот спроведено преку манипулација на дијаграмот на сили. Имајќи предвид дека врските дефинирани преку дијаграмот на сили ги пренесуваат силите преку сила на притисок им дава предност во однос на арбитрарно дефинираните вертикални поврзувања. Во контекст на досегашните истражувања засновани на методот на пресликување на потисната линија и дефинирање анVELOпа на двете потисни линии, дијаграмот на форма може да биде третиран како преклоп на две комплексни линии на потисок, кои доколку се опфатени во целокупната форма на лакот ја гарантираат неговата статичка рамнотежа. При тоа бројот на врски, степенот на нивната комплексност, како и нивните димензии може да бидат контролирани од страна на проектантот, овозможувајќи освен статичката рамнотежа да бидат земени предвид дефинираната форма, како и останатите параметри круцијални во фазата на проектирање.

Глава 3

Дефинирање на форма на лушпи при дејство на хоризонтална сила

Развиени се бројни методи за дефинирање на форма на лушпи, меѓутоа најголем дел од нив, како и во случајот со лаците, се ограничени на форми оптимизирани за вертикален товар од сопствена тежина, додека определувањето на соодветна геометрија за специфични услови на товарење кои вклучуваат и хоризонтални товари се разгледува ограничено.

Во оваа глава е презентирани метод за дефинирање на формата на лушпи при дејство на сопствена тежина и хоризонтален товар, кој резултира со двослојни лушпи со меѓусебно структурно поврзани слоеви. Претставен е краток преглед на методите за анализа на лушпи, со фокус на релевантните методи за дефинирање на форма на лушпи при дејство на хоризонтален товар.

Методот е илустриран преку параметарска анализа за широк опсег на гранични услови, при што се дефинираат различни форми на двослојните лушпи, претпоставувајќи дека материјалот од кои се изработени има занемарливо мала јакост на затегнување. Согласно со претходно разгледаните услови за статичка рамнотежа кај лаците, и кај лушпите изложени на вертикален и хоризонтален товар е потребен континуиран пренос на сили на притисок, опфатен во самата геометрија на лушпата со цел да се обезбеди нејзина стабилност. Преносот на силите кај лаците е претставен преку дводимензионална линија на потисок, додека кај лушпите еквивалентниот пренос се дефинира преку тродимензионална потисна површина.

Потисната површина на лушпите е дефинирана преку методолошка примена на тродимензионални дијаграми на сила, кои преку низа геометриски манипулации дефинираат форми кои можат да се спротивстават на предвидениот хоризонтален товар и сопствената тежина обезбедувајќи пренос на силите на притисок. Во анализата разгледани се хоризонтални забрзувања од 0,15g, 0,30g и 0,45g, и е направена споредба на добиените резултатите со резултатите од примена на динамичка релаксација за исти гранични услови.

3.1 Анализа и дефинирање форма на лушпи

Истражувањето на формата на лушпите има значајна улога во развојот на методите за дефинирање на форма, надоврзувајќи се на анализата на потисната линија како метод кој го дефинира принципот на фуникуларна рамнотежа кај лаците, се проширува во тродимензионален простор преку еквивалентни геометриски методи што овозможуваат дефинирање на фуникуларни лушпи.

Тродимензионалните фуникуларни системи се значително посложени за разлика од дводимензионалниот лак поради постоењето на повеќе можни патеки за пренос на товарот преку кои тродимензионалната лушпа може да пренесува широк спектар на различни товари преку мембрански сили, без присуство на моменти на свиткување. Како екстензија на аналогијата со висечкиот синџир на Нооке [3], можно е да се изгради тродимензионален модел составен од меѓусебно поврзани синџири, при што, за разлика од единечниот синџир, чија фуникуларна форма е строго дефинирана од неговата должина помеѓу двете потпори, висечките мрежи од синџири преку прилагодување на должината на различни синџири овозможуваат дефинирање на широк спектар на статички стабилни форми, кои при дејство на товар од сопствената тежина се напрегнати на чисто затегнување, односно со пресликување на ваквата геометрија, се добива форма што е напрегната исклучиво на притисок. Висечкиот модел може да се искористи за проектирање на дискретна решеткатста конструкција, во која елементите се поврзани во јазли, или, пак, за дефинирање на различни форми на континуирана површина кои можат да функционираат како фуникуларни за зададени гранични услови, при што нивната ефикасност зависи од начинот на распределба на товарот низ површината, како и од можноста да се воспостави рамнотежа исклучиво преку пренос на мембрански сили.

Најблиско поврзување на методите на графичка статика со методите за дефинирање на фуникуларна форма е предложено во докторска дисертација на Block, Thrust Network Analysis – Exploring Three-dimensional Equilibrium [67], кој ја проширува дводимензионалната логика на графичката статика, комбинирајќи ја со методот на концентрација на сили (FDM), и формулира контролиран и интуитивен процес за дефинирање на форма на фуникуларни лушпи, наречен анализа на потисна мрежа (TNA) кој дефинира форма на лушпи и сводови преку примена на дискретни мрежи на пренос на сили за вертикални товари [98]. Мрежата на притисок, или потисната мрежа, не мора да ја претставува финалната дефиниција на формата, но ја дефинира тродимензионалната просторна диспозиција на резултантни сили на притисок, кои се во рамнотежа за применетите товари и следствено претставува екстензија на анализата на потисната линија во третата димензија.

Анализата на потисната мрежа се базира на примена на реципрочни дијаграми на форма и сила, со цел да се дефинираат специфични концентрации на сили, кои служат како влезни податоци за методот на концентрација на сили. Сепак, методот не претставува вистински тродимензионален пристап, бидејќи дијаграмот на сили претставува проекција во хоризонтална рамнина, а не вистински тродимензионален дијаграм се ограничува опсегот на директна тродимензионална анализа. Реципрочниот дијаграм на сили овозможува визуелизација на дистрибуцијата на хоризонталните сили на притисок, додека заедно со дијаграмот на форма тие претставуваат графичка основа за генерирање на потисната мрежа — односно фуникуларната форма што е во рамнотежа со зададеното вертикално натоварување. Поради ограничувањето на вертикално натоварување, методот не е применлив во случаи со комбинирани вертикални и хоризонтални товари, што ја ограничува неговата поширока употреба во проектирањето. И

покрај овие ограничувања, постои геометриско поклопување помеѓу проекциите на дијаграми што се користат во TNA и тродимензионалните конструкции во полиедарската графичка статика.

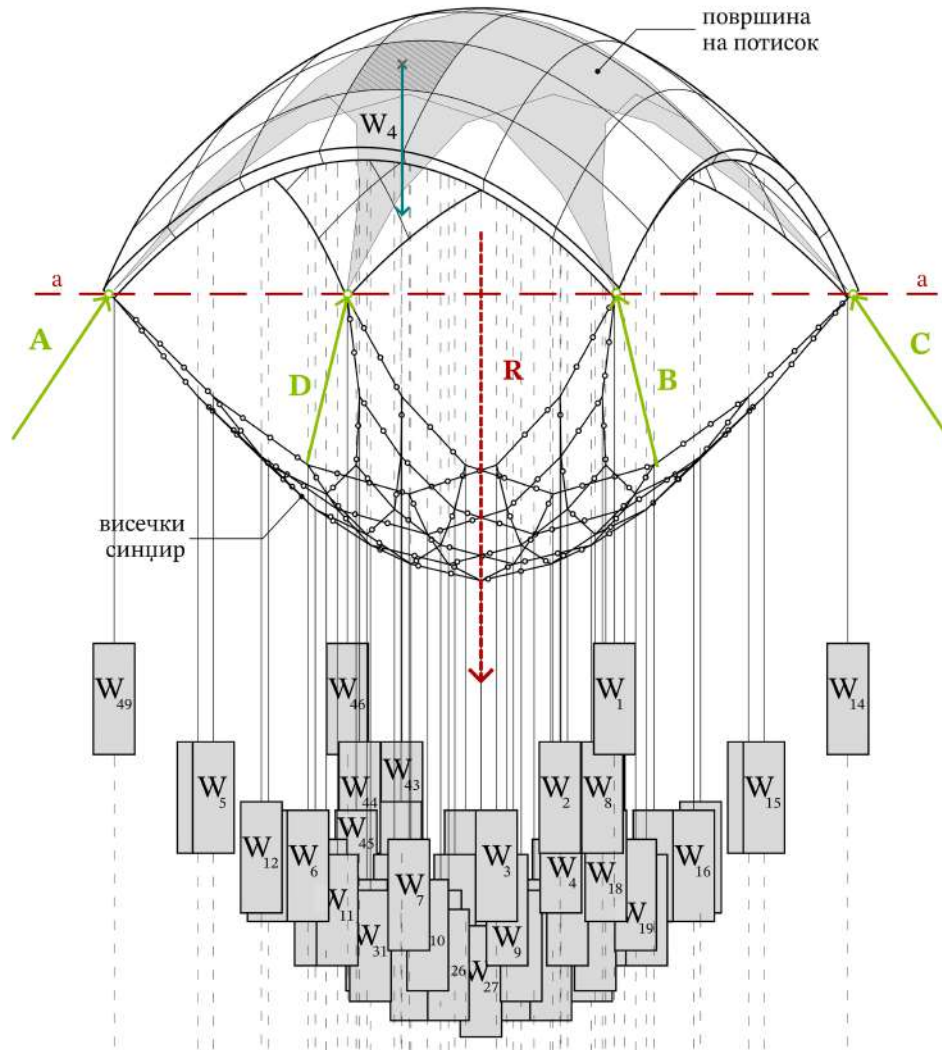
Во достапната литература, тродимензионалните полиедарски дијаграми на лушпи не се разработени како експлицитно дефинирана категорија, туку се појавуваат фрагментирани и ограничено, најчесто во рамки на пошироки истражувања за полиедарски конструкции. Во истражувањето на Akbari et al. [99], се разгледува преминот од полиедарски решетки кон континуирани површини, односно лушпи, преку методолошка анализа на геометриските и структурните трансформации на дијаграмот на сили. Истражувањето ја потенцира можноста полиедарската графичка статика да се прошири кон континуирани геометрии, но без формално дефинирање или генерализирање на методологија за конструирање на тродимензионален дијаграм на лушпа за конкретен товарен случај. Трансформацијата на дијаграмот на сили е прикажана како интерполација или премин помеѓу дискретни полиедарски елементи и континуирани површини, со фокус на геометриска кохерентност и тополошка контрола.

Дополнително, трудот на Zheng, Moosavi и Akbarzadeh [100] се осврнува на оптимизација на конкретна лушпеста конструкција, при што се применуваат принципите на полиедарска графичка статика во анализа на дистрибуцијата на сили и формата. Истражувањето е ограничено на специфичен пример и не предлага генерализирана формулација на дијаграмите на лушпа, ниту се разработува нивната примена во поширок методолошки контекст. Лушпата е разгледувана како резултат на итеративен процес на прилагодување и евалуација на полиедарската геометрија во однос на структурните перформанси, што укажува на потенцијалот за формулирање на нов тип на дијаграми, но без нивно експлицитно дефинирање. Овие примери ја потврдуваат потребата од подетално теоретско и методолошко разгледување на дијаграмите на лушпа како посебна категорија во рамки на графичката статика и нивната примена во параметарското дефинирање на формата.

3.2 Дефинирање на потисна површина на лушпа со примена на графичка статика

Постапката за дефинирање на потисната површина на дадена лушпа како појдовна точка го користи пристапот опишан за дводимензионални лаци во точка 2.1.1, кој соодветствува на општите начела на полиедарска тродимензионална статика [30]. За лушпа со зададена форма, дефинирајќи го реципрочниот дијаграм на сили може да се конструира верижен полиедар, односно мрежа која ја апроксимира потисната површина и ја илустрира статичката рамнотежа и преносот на сили.

Пристапот може да се разбере преку аналогијата на Нооке [3] за висечкиот синџир, која во тродимензионален контекст се интерпретира како мрежа од меѓусебно поврзани висечки синџири, при што секој јазол е поврзан со соседните преку синџири напрегнати на затегнување. Под дејство на сопствената тежина, ваквата мрежа дефинира функикуларна форма, чие пресликување ја дава мрежата на потисок, која, доколку е впишана во геометријата на лушпата, обезбедува нејзина стабилност за разгледуваниот товарен случај, **Слика 3.1**. За да може ваквата постапка да се примени во рамките на графичка анализа, неопходно е лушпата да биде поделена на дискретни делови кои веродостојно ја претставуваат нејзината реална структура, при што различните сегменти, пропорционални на нивната соодветна тежина, се третираат како концентрирани сили што дејствуваат по нападните линии во тежиштето на секој сегмент, пристап идентичен на сегментирањето на иницијален лак во дводимензионалната постапка.

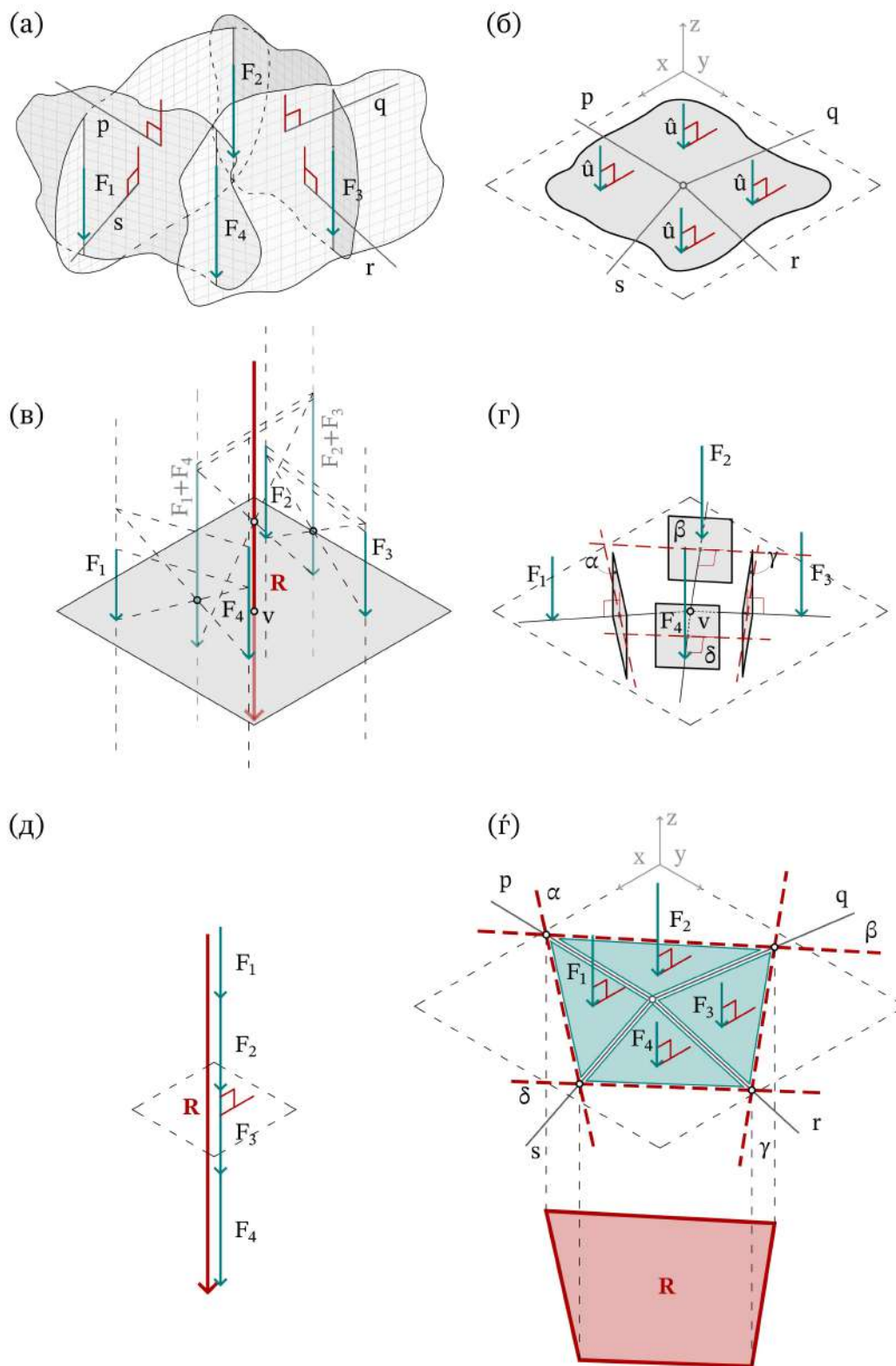


Слика 3.1: Мрежа на потисок на параболична лушпа дефинирана со пресликување на моделот на мрежа од висечки синџир преку хоризонтална референтна рамнина

3.2.1 Надворешна статичка рамнотежа на системи од паралелни сили

Бидејќи во тежиштето на секој сегмент делуваат сили со различен интензитет меѓутоа паралелни нападни линии проблемот на дефинирање на потисната површина на лушпа во контекст на графичка статика се сведува на дефинирање на рамнотежа и соодветна фуникуларна форма на систем од паралелни сили во тродимензионален простор.

Првиот чекор во дефинирање на дијаграм на сила за дадениот систем од паралелни сили, како и во дводимензионалните проблеми, е конструирање на план на сили преку кој се определува резултантата со нејзиниот правец, насока и интензитет, како и нејзината точна позицијаво разгледуваниот систем. Тродимензионалниот план на сили ја прикажува секоја сила како полигон чија површина е нормална на нејзиниот правец, а површината е пропорционална на интензитетот на силата. Бидејќи станува збор за паралелни вектори планот на сили ќе биде серија на полигони со заеднички рабови кои лежат во истата нормална рамнина, додека резултантата на системот е дефинирана како вкупната површина на поединечните полигони. Постапката за конструирање на ваквиот тродимензионален план на сили и дефинирање на резултантата на системот е прикажана на Слика 3.2.



Слика 3.2: Конструкција на тродимензионален план на сили: (а) Просторна поставеност на систем од паралелни сили; (б) Дефинирање на зеднички рабови на полигони; (в) Графичко определување на резултанта; (г) Дефинирање на полигон на резултанта; (д) Дводимензионален векторски план на сили; (ф) Тродимензионален полиедарски план на сили

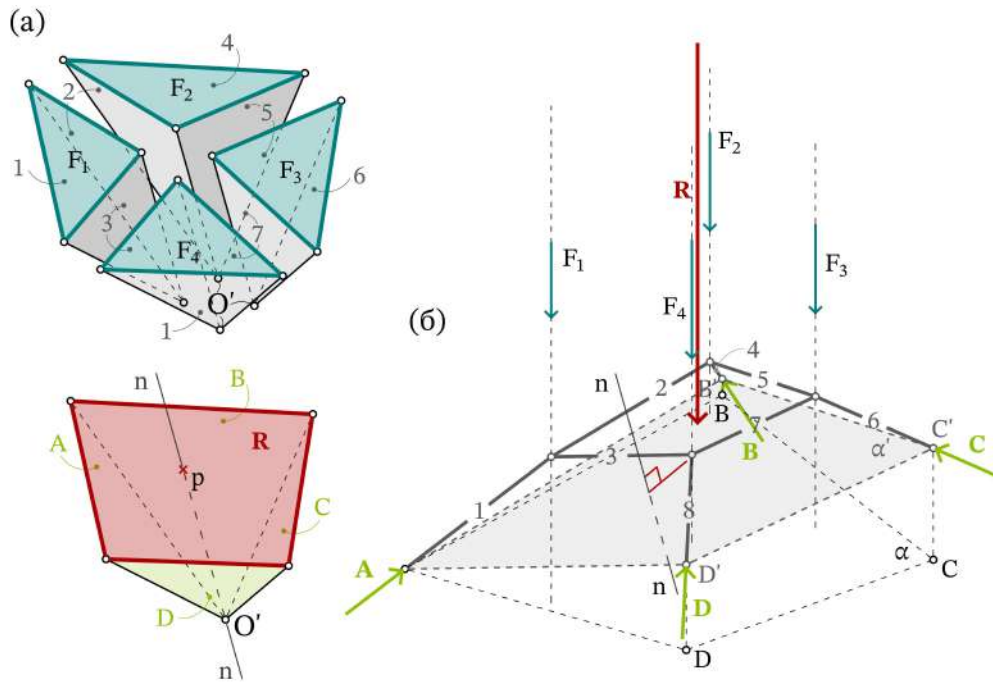
Секој пар на паралелни сили од товарите дефинира единствена рамнина, додека правците (p, q, r, s) кои се нормали на тие рамнини, служат како почетни правци за натамошната геометриска конструкција на полиедарот на сили, **Слика 3.2 (а)**. Овие правци ги дефинираат заедничките рабови на поединечните полигони и ги разграничуваат локални односи на статичка рамнотежа меѓу поединечните сили, но вкупната граница на планот сè уште не е утврдена; графички не е определен полигон што ја затвора структурата и ја претставува резултантата, **Слика 3.2 (б)**.

Правецот, насоката и интензитетот на резултантата како и координатите во кои таа дејствува може да сепреку две геометриски постапки: редуцирачка постапка во која по две паралелни сили се заменуваат со нивна делумна резултантата се додека не остане една единечна резултантата, **Слика 3.2 (в)**; или преку две фуникуларни конструкции поставени во рамнина нормална на применетите сили [17]; дополнително резултантата може да се определи нумерички преку координати како тежиште на нападните точки на силите, при што секоја сила придонесува пропорционално на својата големина. Откако резултантата ќе биде определена во тродимензионалниот систем на паралелни сили истата треба да биде интерпретирана како полигон кој ќе ја дефинира границата на планот на сили. Секоја поединечна сила од системот, во комбинација со определената резултантна, определува единствена рамнина што ги содржи векторите на двете сили. За секоја од овие рамнини се дефинира нормална рамнина ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$), а страните на полигонот на резултантната се добиваат како пресек меѓу овие нормални рамнини и рамнината што е нормална на нападните линии на товарите, **Слика 3.2 (г)**.

Кај класичната дводимензионална конструкција на план на сили, поединечните вектори се надоврзуваат линеарно, при што затворањето на полигоналната линија ја определува резултантната, во тродимензионалниот случај секоја сила се претставува како полигон, а надоврзувањето се остварува преку заеднички рабови а затворањето на полигонот ја определува резултантата. Конструкцијата останува ограничена во една рамнина, но принципот на графичко собирање е задржан, при што линеарната врска меѓу поединечните сили е заменета со геометриска поврзаност на површини.

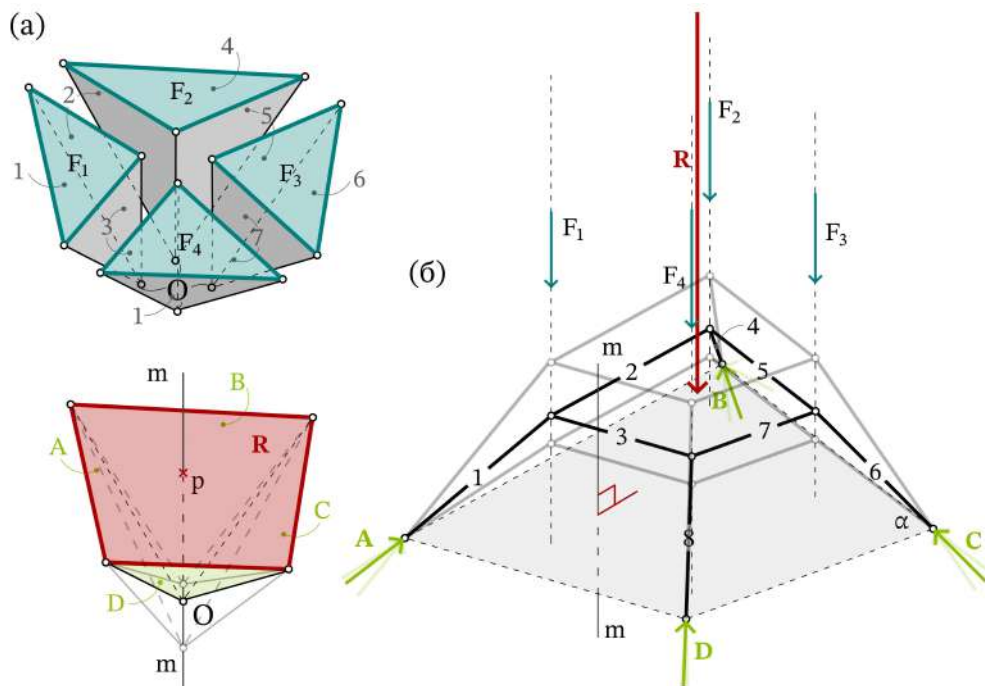
Конструирањето на тродимензионалниот дијаграм на сили продолжува со исцртување на полови зраци кои започнуваат од избраниот привремен пол, произволна точка O' , а завршуваат до почетната, односно крајната точка на секое теме на полигоните кои ги претставуваат надворешните товари; со што се формираат затворени полиедри кои ја претставуваат рамнотежата на тродимензионалните јазли на фуникуларната форма, **Слика 3.3 (а)**. Позиции на лежиштата, точките A, B, C и D се дефинираат така што истите лежат во произволна рамнина. Започнувајќи од лежиштето, се конструира правец нормален на површината 1 од полиедарот која ја дефинира рамнотежата во јазолот во кој дејствува силата F_1 сè до пресечната точка со нејзината нападната линија, со што се конструира првата страна на верижниот полиедар од точката A до пресечната точка. Од дефинираната пресечна точка се повлекува правец нормален на површината 2 која ги поврзува полиедрите што ја дефинира рамнотежата на јазолот во кој дејствува F_1 со јазолот во кој дејствува силата F_2 , определувајќи пресечна точка со нападната линија на F_2 , а повторувајќи ја постапка за сите површини дефинирани од тродимензионалниот дијаграм на сили се определува иницијалната мрежа на потисок. Од **Слика 3.3 (б)** можеме да се заклучи дека крајните точки на верижниот полиедар иако лежат во иста рамнина; не се поклопуваат со определените позиции на лежиштата B, C и D со што вака конструираната иницијална мрежа на потисок не претставува состојбата на рамнотежа за дефинираните гранични услови. Со цел да биде дефинирана реалната мрежа на потисок се конструира правецот $n-n$ кој е нормален на рамнината во која лежат привремените точки B', C' и D' . Од избраниот привремен пол ' се конструира права

паралелна на правецот $n-n$ и се бара прободната точка со рамнината во која лежи претходно дефинирианиот план на сили, точката p .



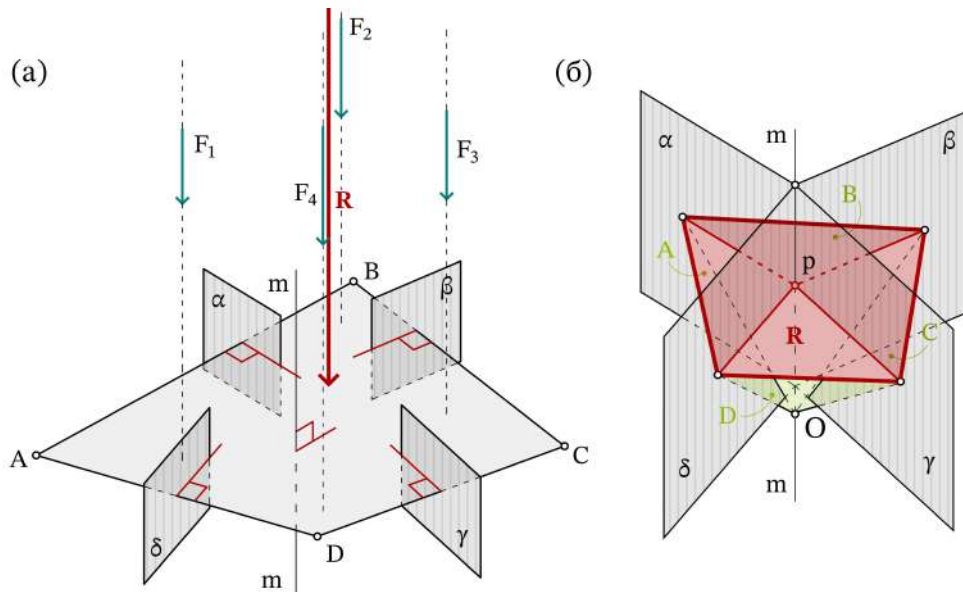
Слика 3.3: Иницијална фуникуларна конструкција: (а) Дијаграм на сили, внатрешна и надворешна статичка рамнотежа; (б) Дијаграм на форма

Реалната мрежа на потисок се добива преку конструирање на правецот $m-m$, нормален на рамнината дефинирана од лежиштата A, B, C и D . Од точка p се повлекува паралелна линија на правецот $m-m$, секоја точка која припаѓа на оваа линија претставува валидна позиција на полот O за кои местоположбата на лежиштата останува непроменета, а доаѓа до промена на висината на фуникуларната форма, Слика 3.5.



Слика 3.4: Фуникуларна конструкција: (а) Дијаграм на сили, внатрешна и надворешна статичка рамнотежа; (б) Дијаграм на форма

Во дводимензионалната графичка статика иницијалната фуникуларна конструкција е неопходна за да се лоцира полот O , меѓутоа во тродимензионалното решение точката p може да се определи директно. Доколу $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ се рамнините нормални на линиите кои ги поврзуваат лежиштата и секоја од нив одговара на соодветно теме од полигонот на резултантата на товари, нивната пресечна линија го определува правецот $m - m$, чиј пробод со полигонот на резултантата ја дефинира точката p , Слика 3.5. Во тродимензионалната анализа правецот $m - m$ е пресек на некопланарни рамнини, додека во две димензии еквивалентната конструкција е лежи во иста рамнина, што ја прави оваа директна метода невозможна.



Слика 3.5: Директно определување на точка p : (а) рамнини нормални на линиите кои ги поврзуваат лежиштата; (б) пресечната линија која го определува правецот $m - m$

3.2.2 Дефинирање на тродимензионален план на сили на лушпа

Постапката за дефинирање на дијаграм на сили, опишана во точка 3.2.1, се усложнува кога лушпата треба да биде дискретизирана во систем од голем број паралелни сили. Комплексноста произлегува од потребата за конструирање на тродимензионален план на сили, каде континуитетот се обезбедува со меѓусебно усогласување на рабовите на соседните полигони, при што големината на секоја концентрирана сила, изразена преку површината на соодветниот полигон, треба да е истовремено поврзана со повеќе соседни полигони, за разлика од дводимензионалниот случај каде континуитетот се постигнува со векторско надоврзување на силите преку совпаѓање на крајните точки.

При конструирање на тродимензионален план на сили, кој соодветствува на систем паралелни сили, како што е регуларна мрежа на вертикални натоварувања, формирана при дискретизација на иницијална параболична лушпа, секоја применета сила треба да биде претставена преку соодветен полигон. Кај силите што припаѓаат на јазлите во внатрешноста на мрежата на сили, конструкција се воспоставува преку реципрочни односи со соседните јазли, односно секоја површина е ограничена со соседните површини и може геометриски да биде дефинирана, резултирајќи во полигон кој лежи во рамнина нормална на применетиот вектор на силата, при што неговата површина е пропорционална на интензитетот на силата. Од друга страна, кај јазлите кои се наоѓаат на периферијата на мрежата формирањето на затворени полигони е зависно од резултантата на системот, имајќи предвид дека дел од силите од една или од повеќе стра-

ни немаат соседни сили, со што е оневозможено дефинирање на целосно ограничени полигони, резултирајќи со отворени и делумно дефинирани површини.

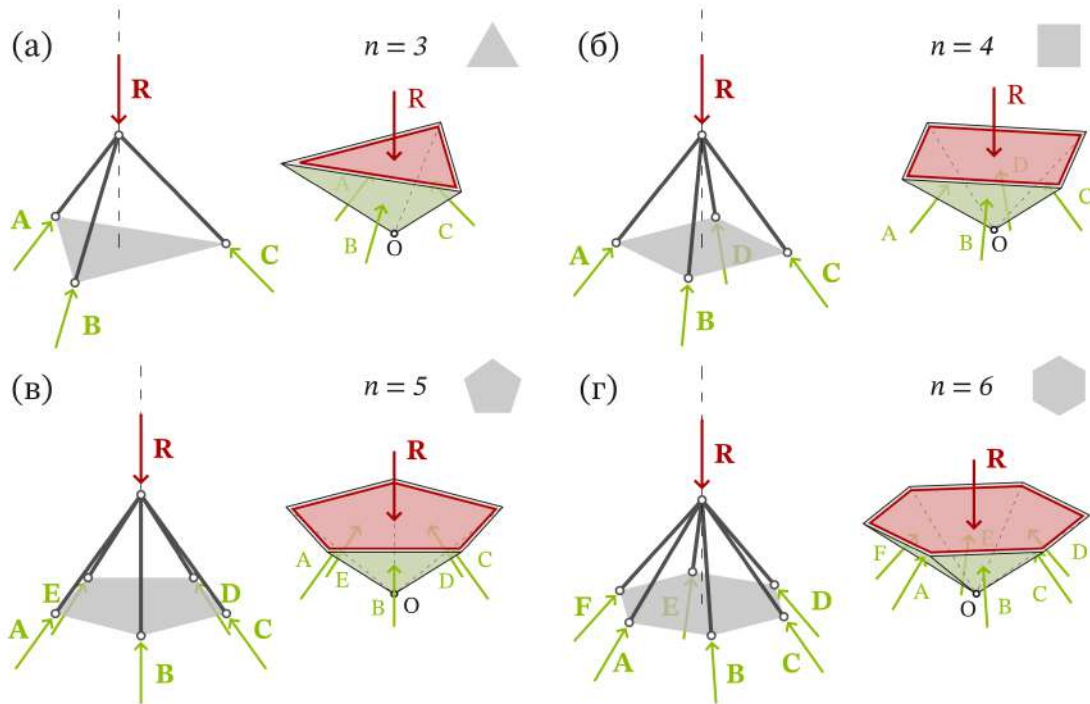
Согласно постапката опишана во точка 3.2.1, за определување на вкупната граница на планот на сили графички се конструира полигон на сили, со кој е претставена резултатата на системот и се ограничени периферните отворени полигони. Конструкцијата на полигонот е воспоставена преку рамнини дефинирани од секој поединечен вектор на сила во комбинација со резултатата, при што за секоја рамнина дополнително е определена нормална рамнина. Страните на полигонот на резултатата се определени со пресекот помеѓу дефинираните нормални рамнини и рамнината нормална на нападните линии на товарите. Со предложената постапка на воспоставување врска помеѓу секоја поединечна сила и резултатата, границата на дијаграмот е дефинирана преку полигон со голем број на страни, што претставува методолошки проблем, имајќи предвид дека бројот на страни на полигонот на резултатата треба да соодветствува на предвидениот број лежиш дефинирани со иницијалните услови за рамнотежа.

Кога проблемот се разгледува во три димензии, во случај на лушпи, ситуацијата суштински е променета, имајќи предвид дека товарите се претставени со полигони во тродимензионален дијаграм на сили, а не со вектори кои лежат во иста рамнина. Имено, во дводимензионален контекст, замената на континуираниот товар од сопствената тежина на лакот со низа концентрирани товари не претставува пречка да биде воспоставен фуникуларниот полигон, односно да биде дефинирана линија на потисок преку употреба на графичка статика за произволен распоред на вертикални товари кои дејствуваат на распон потпрен на две лежишта. Во случај кога освен вертикалниот товар постои и дополнителна хоризонтална компонента на истиот, и покрај потребното соодветно сегментирање на лакот, останува возможна конструкцијата на валидна линија на потисок. Може да се заклучи дека во дводимензионален контекст дефинирањето на линијата на потисок е базирано на дискретизација на иницијалната геометрија на лакот во систем на поединечни товари, од кои како последователно надоврзани вектори е формиран планот на сили.

Од друга страна кога континуирана површина, како параболична лушпа, треба да биде дискретизирана во мрежа од рамномерно распоредени вертикални сили, условите за рамнотежа стануваат премногу ограничени, со оглед на фактот дека од полигоните преку кои се претставени силите не може да биде формиран единствен полиедар кој соодветствува на зададениот број лежишта. Споредбено, доколку во дводимензионален случај е доволно да биде воспоставена рамнотежа на силите во две насоки, во тродимензионален контекст потребно е истовремено исполнување на условите за рамнотежа на силите во три просторни насоки, резултирајќи во конструкција со повисок степен на ограниченост.

Следствено, како и при сегментирањето на дводимензионалниот лак, кај тродимензионалната лушпа се претпоставува дека позициите на нападните линии на силите треба да бидат прилагодени со нивно поместување преку манипулација на сегментација, со цел тежишта на сегментите да соодветствуваат на проектираните позиции на дејство на силите. Дополнително, периферните полигони на дијаграмот на сили треба да бидат ограничени преку резултатниот полигон така што нивните површини се пропорционални на интензитетот на соодветните сили. При тоа фуникуларната форма добиена за дадено натоварување може значително да се разликува од иницијалната геометрија на лушпата, имајќи предвид дека нејзината конфигурација зависи од позициите на силите добиени преку дискретизација на површината, што во комбинација со тродимензионално сегментирање претставува сложен просторен проблем.

Детектираните ограничувања кои произлегуваат од процесот на директна дискретизација на лушпа во концентрирани сили наметнуваат потреба од порационален пристап. Имено, наместо лушпата да биде директно дискретизирана во концентрирани сили, при што секоја дејствува по соодветна нападна линија, конструкцијата треба да започне поставувајќи глобален услов за рамнотежа за определување на резултантен полигон во рамнина нормален на насоката на товарите, чиј број на страни соодветствува на бројот на лежишта и чија површина ја изразува големината на вкупниот товар, **Слика 3.6.**



Слика 3.6: Дијаграм на форма на надворешна статичка рамнотежа и реципрочен дијаграм на сила со резултантен полигон за различен број на предвидени лежишта: (а) три; (б) четири; (в) пет; (г) шест

3.2.2.1 Видови методи на поделба на полигони

Дијаграмот на сили на лушпа е дефиниран како полиедар, односно превртена пирамида, кај која основата го претставува полигонот на резултантата, додека бочните страни соодветствуваат на реакциите во лежиштата. Затворањето на тродимензионалниот полиедар обезбедува исполнување на условите за надворешна статичка рамнотежа, еквивалентно на дводимензионалниот случај каде рамнотежата е обезбедена со затворањето на полигонот на сили. При тоа дијаграмот на сили дефиниран во предложената форма не ја определува носивата форма на лушпата, при што истата се определува со дискретизација на полиедарот, разложувајќи ја резултантата во систем на паралелни сили преку кои е претставена распределбата на внатрешните сили и воспоставена внатрешната рамнотежа без нарушување на условите за рамнотежа. Од дискретизираниот дијаграм на сили, преку принципот на реципрочност, се конструира дијаграмот на форма, додека изборот на геометрискиот принцип на поделба го определува образецот на дискретизација и ги детерминира можностите за интерпретација на рамнотежата.

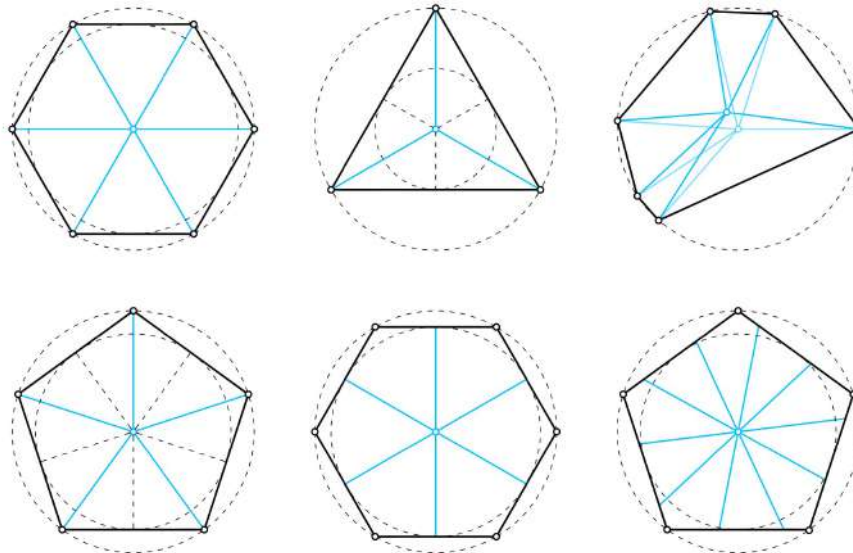
Имајќи предвид дека дискретизацијата на дијаграмот на сили во суштина претставува дискретизација на полигонот на резултантата, извршена е систематизација на методите на поделба на полигони, групирани во пет категории на поделби базирани на:

- (1) карактеристични точки,
- (2) рабови,
- (3) темиња,
- (4) полиња, односно параметризација, и
- (5) паралелни впишани полигони.

Различните категории на поделби не претставуваат меѓусебно исклучиви пристапи, при што класификацијата е извршена според доминантниот генеративен принцип, додека останатите геометриски карактеристики на поделба, последица на применетиот принцип, се секундарни. На пример, доколку центроидот на полигонот е поврзан со точки на поделба на рабовите, пристапот, имајќи ја предвид генеративната врска со центроидот, примарно се вбројува во категорија на поделба базирана на карактеристични точки, (1), иако поради примената на поделба на рабови покажува секундарни одлики на категорија на поделба базирана на рабови (2).

Поделбата базирана на карактеристични точки, Слика 3.7, е дефинирана преку избор на внатрешна точка, со која е претставена одредена геометриска карактеристика на полигонот, како центроид, впишан или опишан центар, како и други точки кои може да бидат определени врз основа на оптимизациски параметри. Кај рамностраните полигони најголем број од точките се совпаѓаат, резултирајќи со идентични поделби, додека кај неправилните полигони различната положба на точките води кон разновидни обрасци на дискретизација. При тоа, избраната точка функционира како конструктивна референца со која се поврзуваат другите точки, дефинирајќи прави со кои се врши поделба на внатрешноста на полигонот на помали полигони. Имено, карактеристичната поделба на полигонот настанува со поврзување на избраната внатрешна точка со неговите темиња, делејќи го полигонот на триаголници. Кога избраната внатрешна точка е тежиште на рамностраните полигони, тогаш делбата резултира со еднакви триаголници, додека во случај на триаголник добиените врски се совпаѓаат со медијаните. Во поширок контекст, поврзувањето не мора да биде ограничено на темињата, односно избраната внатрешна точка може да се поврзува и со точки кои лежат на рабовите или со други карактеристични точки, при што добиените линии ја делат внатрешноста на полигонот на помали полигони со топологија и големина зависни од критериумот според кој точките се определени.

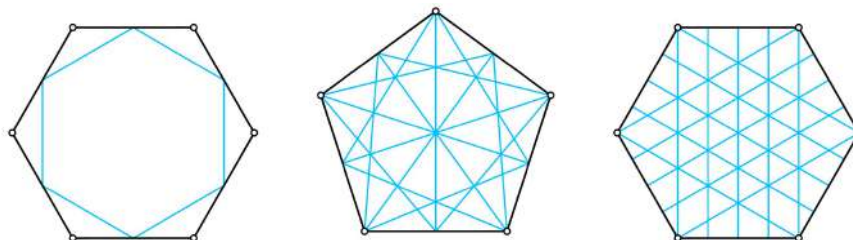
Исто така, поделбата базирана на карактеристични точки опфаќаат и конструкција при која од избраната внатрешна точка се повлекуваат прави под еднакви агли кои пресекувајќи ја контурата на полигонот ја делат неговата внатрешност на повеќе делови. Кај правилните полигони, добиената поделба резултира со делови со еднаква површина само кога распоредот на правите е усогласен со симетријата на полигонот. Кај неправилните полигони поделбата не генерира делови со еднаква површина, поради што е потребна итеративна постапка на прилагодување на положбата на правите сè додека не биде обезбедена еднаква површина на сите добиени делови. Треба да се нагласи дека поделбата со примена на еднакви агли ги вклучува рабовите, имајќи предвид дека положбите на пресечните точки со контурата, како и нивната распределба вдоль рабовите, ја определуваат понатамошната дискретизација.



Слика 3.7: Видови поделби базирани на карактеристични точки

Меѓу поделбите базирани на рабови, Слика 3.8, најосновна е медијалната поделба, која се генерира со меѓусебно поврзување на точки кои претставуваат средишта на рабовите на полигонот, формирајќи нов полигон впишан во основната фигура. На овој начин внатрешноста на полигонот е поделена на повеќе подполигони, чии геометриски карактеристики зависат од формата на иницијалниот полигон. Кај правилните полигони генерираниот медијален полигон е сличен на основниот задржувајќи ја симетријата, додека кај неправилните полигони генерираниот полигон е со променета геометрија, водејќи кон различни полигони на дискретизација. Покрај меѓусебното поврзување на средиштата на рабовите, точките може да бидат поврзани и со темињата или со други карактеристични точки на полигонот, дефинирајќи различни конфигурации.

Поделбата базирана на рабови може да биде генерирана во поголем број на еднакви сегменти, определувајќи точки кои ја делат секоја страна на полигонот на еднакви должини, а се користат како генеративни јазли за воспоставување на внатрешните врски. Генерираниот образец зависи од бројот на сегменти и правилото според кое тие се поврзуваат, при што кај рамностраните полигони поделбата резултира со симетрични и регуларни конфигурации, додека кај неправилните полигони добиените поделби се со посложена и асиметрична геометрија.



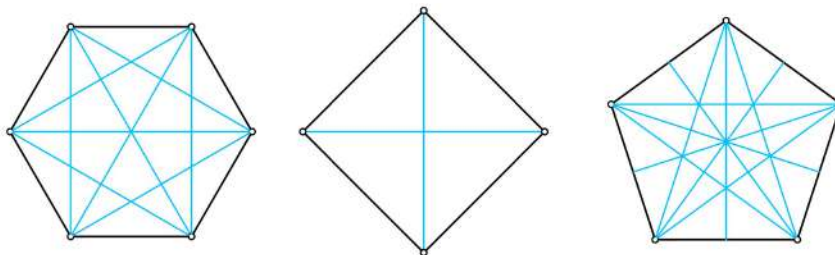
Слика 3.8: Видови поделби базирани на рабови

Покрај поделбата на еднакви сегменти, рабовите на полигонот може да бидат поделени и на нееднакви делови, но според однапред зададен критериум, како пропорции дефинирани со геометриско правило или параметарска функција. Дефинираните точки овозможуваат пофлексибилна основа за конструирање на внатрешните врски, овозможувајќи генерирање на асиметрични шеми со контролирана распределба. При-

менетиот начин овозможува нагласување на одредени области од полигонот, односно воспоставување на структура чија густина варира во согласност со зададените барања, правејќи го пристапот особено погоден за параметарска и оптимизациска примена.

Поделбите базирани на рабови често се комбинираат со карактеристични внатрешни точки, како точка на центроид, темиња на полигон, точка на впишан или опишан центар, при што секоја точка дефинирана на рабовите на полигонот се поврзува со избраната внатрешна точка или теме. Со применетиот начин се генерира мрежа од прави кои ја расчленуваат внатрешноста на полигонот на помали полигони со повисок степен на организираност. Кај рамностраните полигони генерираните конструкции на правилни конфигурации ја нагласуваат симетријата, додека кај неправилните полигони овозможена е контрола на распределбата на подрачја и нивната големина, во зависност од позицијата на внатрешната точка .

Поделбата базирана на темиња, Слика 3.9, произлегува од изборот на едно или повеќе теме на полигонот како конструктивна референца преку која се воспоставува внатрешната врска. Наједноставниот пристап подразбира поврзување на спротивни темиња, добивајќи ѕвездеста конфигурација на полигон, чија форма зависи од агли-те и должините на страните што се протегаат од избраното теме, со што се генерираат посложени шеми на дискретизација, во кои дијагоналите играат централна улога. Кај рамностраните полигони поделбата генерира со симетрично регуларни обрасци, додека кај неправилните полигони резултира со поделби чија форма и големина се зависни од должините на страните кои се протегаат од избраното теме.

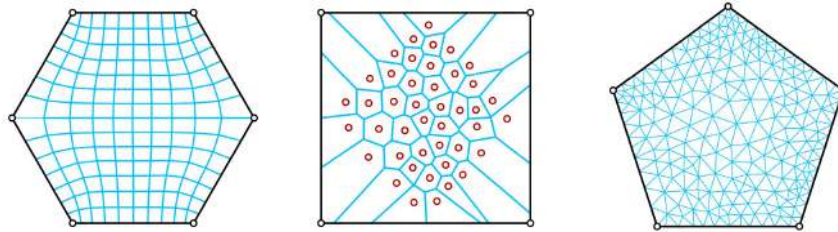


Слика 3.9: Видови поделби базирани на темиња

Поделбата базирана на полиња, односно параметризација, **Слика 3.10,** се воспоставува преку воведување на дополнителна структура во внатрешноста на полигонот, дефинирана со мрежа, векторско поле или друга функција преку која се регулира распределбата на точките и правите. Имено, во овој метод на поделба, наместо да се тргне од поделна карактеристична точка, раб или теме, внатрешноста на полигонот се третира како континуирана област кој може да биде дискретизирана според зададен алгоритам или пресметковен критериум. При тоа се генерираат конфигурации кои ја следат геометријата на полигонот, како рамномерни мрежи или обрасци кои соодветствуваат на одредени оптимизациски барања.

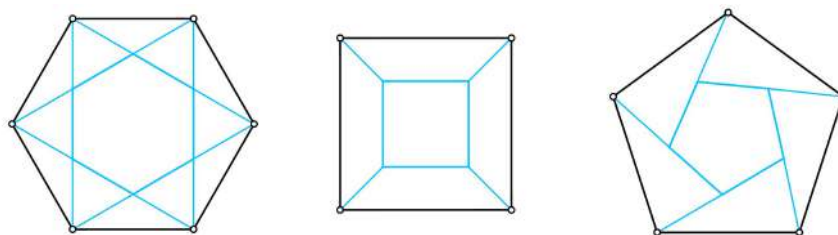
Во групата поделби базирани на полиња спаѓаат методи на дискретизација дефинирана преку воспоставување на релации помеѓу множества точки, при што внатрешноста на полигонот е расчленета во согласност со геометриски правила преку кое е регулирано нивното взаемно растојание и поврзување. Во контекст на графичка статика, предноста на поделбата базирана на полиња, е заснована на фактот дека поделбата се генерира на основа на точки низ кои поминуваат вектори, со што постои директна врска помеѓу геометриската конфигурација и векторското претставување на површините.

Имено, со триангулацијата на Delaunay [101] се генерира мрежа од триаголници кај кои е максимизиран минималниот агол за да биде избегната појавата на тесни елементи, резултирајќи со стабилна и регуларна конфигурација погодна за нумерички пресметки и структурни анализи. Од друга страна Voronoi [102] дијаграмот врши поделба на површината на региони дефинирани според најблиската положба до зададен сет на точки, при што секој регион претставува геометриски домен на влијание на соодветната точка. Во контекст на графичка статика, овие методи се особено значајни бидејќи со примена на истите се генерираат подрачја кои директно можат да бидат интерпретирани како векторски површини со кои е овозможено поврзување помеѓу дискретната геометриска структура и распределбата на силите.



Слика 3.10: Видови поделби базирани на полиња, односно параметризација

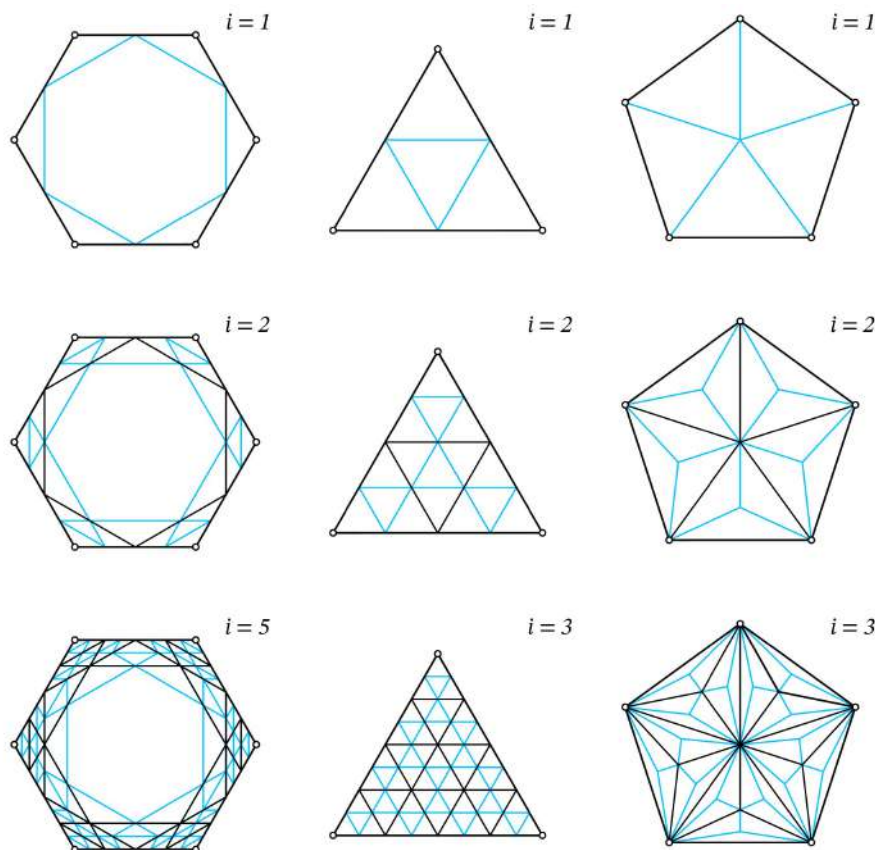
Поделбата базирана на паралелни внатрешни полигони, Слика 3.11, за разлика од разгледуваните поделби, кај кои внатрешноста на полигонот е расчленета преку избор на поединечни елементи како карактеристични точки, рабови или темиња, чија положба е одределена врз основа на геометријата на правите на поделба, претставуваат поинаков пристап, каде почетната основа не е локален сегмент, туку целата гранична контура која се користи за генерирање на нови впишани фигури. Имено, рабовите на иницијалниот полигон се поместени паралелно кон внатрешноста, создавајќи низа од слични полигони поставени еден во друг. Поврзувајќи ги соодветните темиња од впишаните полигони, внатрешноста на полигонот се расчленува на концентрични појаси, кои во зависност од правилноста на иницијалната форма можат да бидат симетрични и регуларни или деформирани и разновидни. Дополнително, доколку впишаните полигони се ротираат околу избрана внатрешна точка, правите со кои се поврзани соодветни темиња имаат тенденција на формирање спирални обрасци, со кои се внесува контролирана асиметрија и нов степен на комплексност при дискретизацијата.



Слика 3.11: Видови поделби базирани на паралелни внатрешни полигони

Сите елаборирани пристапи добиваат поширока применливост кога се третираат како рекурзивни постапки, односно кога иста конструктивна операција се применува повеќекратно, при што добиениот резултат од итерацијата станува основа за следната итерација, создавајќи конфигурации со зголемена сложеност и хиерархиска структура, која овозможува постепено приближување кон континуирани геометриски форми, Слика 3.12. Имајќи предвид дека со примена на рекурзивниот пристап се обезбедува основа за дефинирање на континуитет со постепено зголемување на бројот на подрачја, истиот е особено корисен при моделирање на лушпи. Од друга страна, во контекст

на графичка статика, расчленувањето треба да биде ограничено, имајќи предвид дека површината на полигоните е во директна релација со големината на силата, при што прекумерната детализација може да доведе до нарушување на физичката интерпретација.



Слика 3.12: Рекурзивна поделба на полигон

Генерално може да биде заклучено дека разгледуваните пристапи може да бидат комбинирани во хибридни решенија, со кои ќе бидат генерирани посложени и попригодливи обрасци на дискретизација преку кои истовремено ќе биде одразена логиката на повеќе принципи. Имено, алтернативните конструкции на полигонот може да произлезат преку дополнување на радијални врски со аголни поделби, интегрирање на точки дефинирани на рабовите со карактеристични внатрешни точки или со вградување на параметарски полиња во веќе воспоставени дијагонални структури, зависно од проектните барања и применетиот метод.

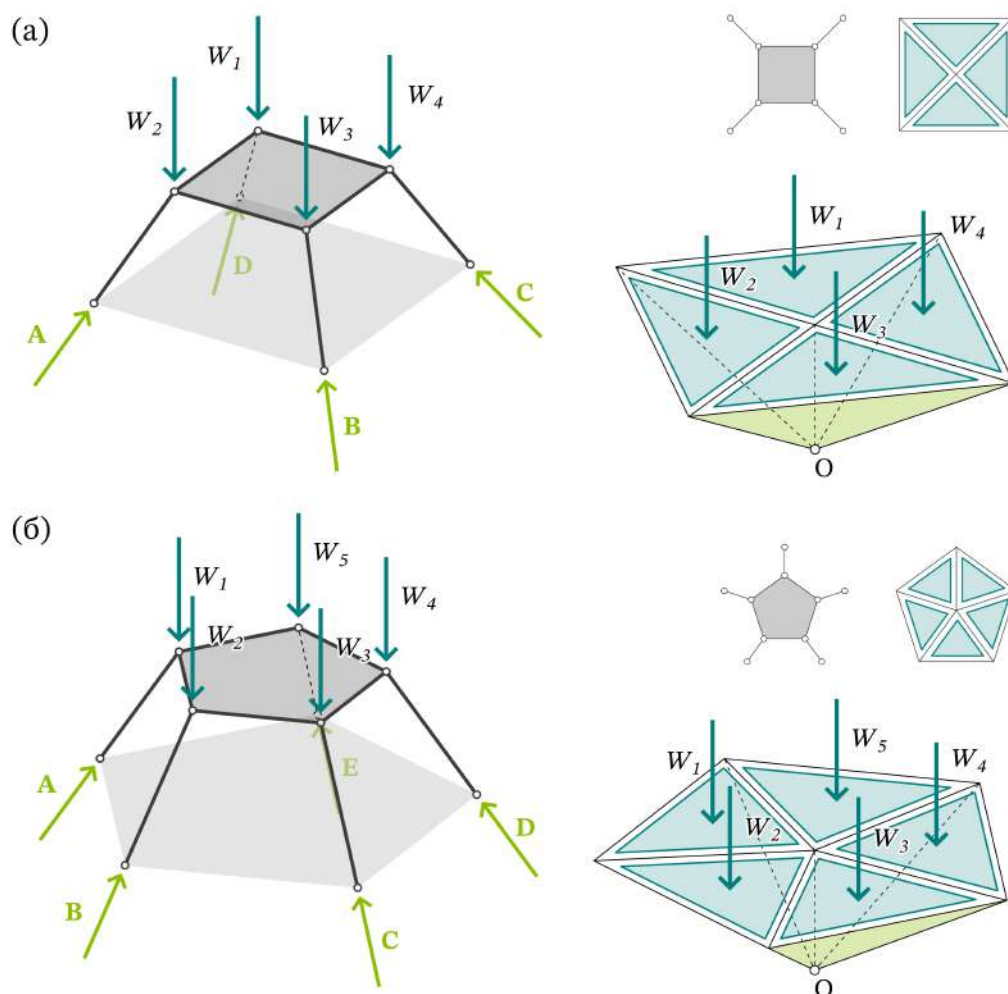
Во тој контекст од суштинско значење е да биде направена разлика помеѓу иницијалниот полигон, преку чија гранична контура е дефинирана резултатната на товарите и бројот на лежишта, а кој мора да остане непроменет за да бидат зачувани условите за надворешна статичка рамнотежа, и внатрешните рабови, генерирани со првичната дискретизација, а подлежат на понатамошна делба и комбинација, овозможувајќи варијации на форма и внатрешен пренос на сили без нарушување на надворешната рамнотежа.

3.2.2.2 Примена на методи за поделба на резултантен полигон

Резултантниот полигон претставува векторска сума на товари, кој преку заедничките рабови се поврзува со полигоните на реакциите, при што совпаѓањето и формирањето на затворен полиедар потврдува дека се исполнети условите за надворешна ста-

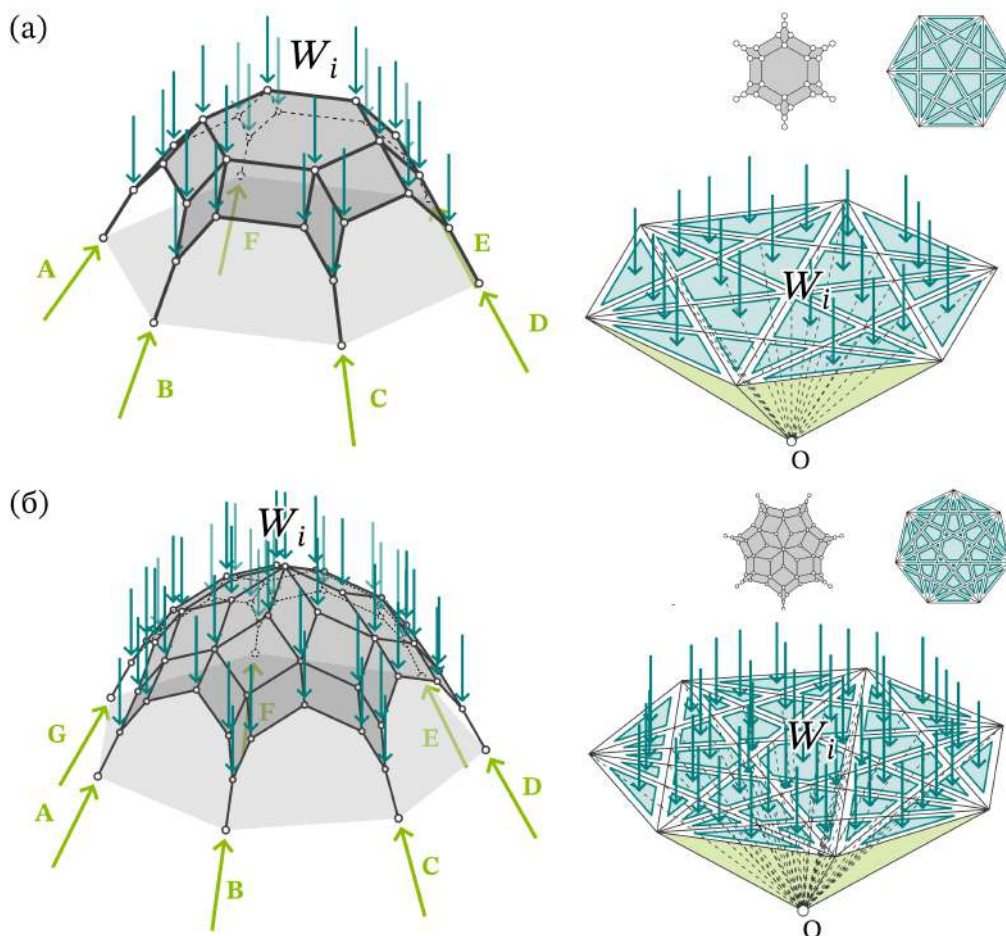
тичка рамнотежа. Оттука, рабовите на резултантниот полигон не може да подлежат на поделба, имајќи предвид дека секоја поделба би се одразила и на соодветните рабови на полигоните на реакциите со кои се поврзани, изменувајќи ја нивната интерпретација. Затоа дискретизацијата на резултантниот полигон е ограничена на поделба на неговата внатрешност, при што од претходно разгледаните методи, опишани во точка 3.2.2.1, може да бидат применети методите кои базираат на внатрешни точки, полиња или паралелни полигони, имајќи предвид дека со нивна примена се расчленува површината без нарушување на рабовите. При тоа, поделбите базирани на рабови иницијално не може да бидат применети, имајќи предвид дека директно би довеле до сегментација на рабовите.

Поделбата базирана на карактеристични точки може да биде применета во иницијална фаза само доколку точките се поврзуваат со темињата на полигонот, а не со други точки вдолж неговите рабови. При тоа, во реципрочниот дијаграм на форма доаѓа до формирање појас од хоризонтално меѓусебно поврзани елементи, чија конфигурација ја следи зададената основа, потпирајќи се на соодветен број косо поставени столбови, **Слика 3.13 (а)**. И покрај тоа што генерираната иницијална поделба претставува основа за понатамошна поделба на дијаграмот на сили, таа не претставува идеален пристап, имајќи предвид дека по изведената поделба сите полигони задржуваат рабови кои се директно поврзани со полигоните на реакциите, **Слика 3.13 (б)**.



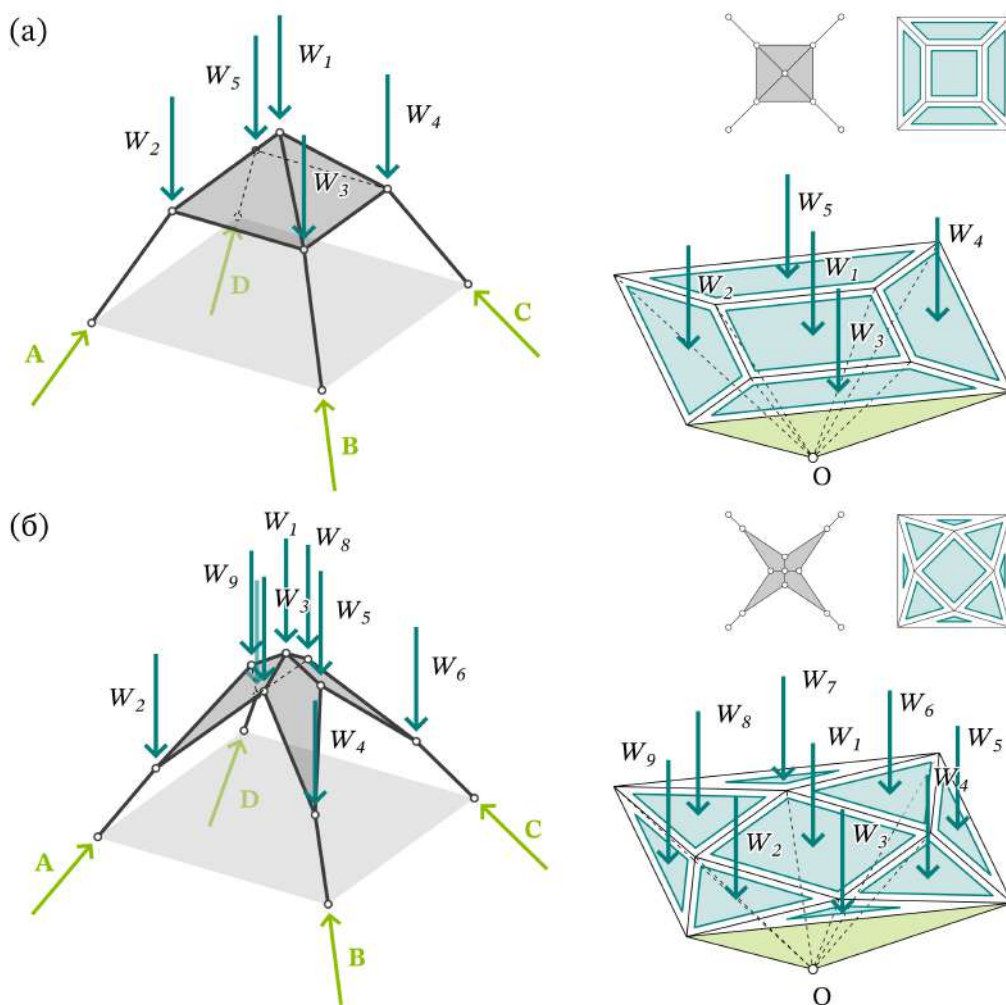
Слика 3.13: Иницијална поделба на резултантен полигон базиран на карактеристична точка, тежиште: (а) квадратен резултантен полигон; (б) петоаголен резултантен полигон

Со примена на поделбата базирана на темиња доколку не се воспоставуваат врски со точки вдолж рабовите на полигонот, туку секое теме се поврзува со останатите темиња, се формира систем од дијагонали со кои е дефинирано внатрешното поле на фигурата, претставувајќи метода погодна за иницијална подлеба. При тоа кај полигони формирани од мал број темиња поделбата е суштински ограничена, имајќи предвид дека бројот на можни дијагонали е мал, не овозможувајќи доволно расчленување на површината. Имено кај четириаголникот, единствената можна конфигурација е сведена на две дијагонали, генерирајќи структура идентична со структура добиена поврзувајќи го тежиштето со темињата. Со зголемување на бројот на темиња можностите за внатрешно расчленување растат, при што се воспоставува погуста мрежа на дијагонали, овозможувајќи поизразено диференцирање на внатрешните области, **Слика 3.14 (а)**. Од друга страна, Меѓутоа, ваквиот применетиот пристап кај полигони со голем број темиња може да резултира со премногу иситнета структура во иницијалната фаза, ограничувајќи го просторот за понатамошна манипулација со формата и губење на можноста за контролиран развој на конфигурацијата. Имено, таквата поделба може директно да доведе до дефинирање на форма на лушпа, но при тоа не воспоставува врска со распределбата на товарите, не одразувајќи ги патеките на нивниот пренос низ системот, **Слика 3.14 (б)**. Оттука, иако поделбата базирана на темиња може да биде применлива во одредени случаи, нејзината зависност од иницијалниот број темиња не овозможува да биде третиран како општ и пренослив метод за поделба на резултантниот полигон.



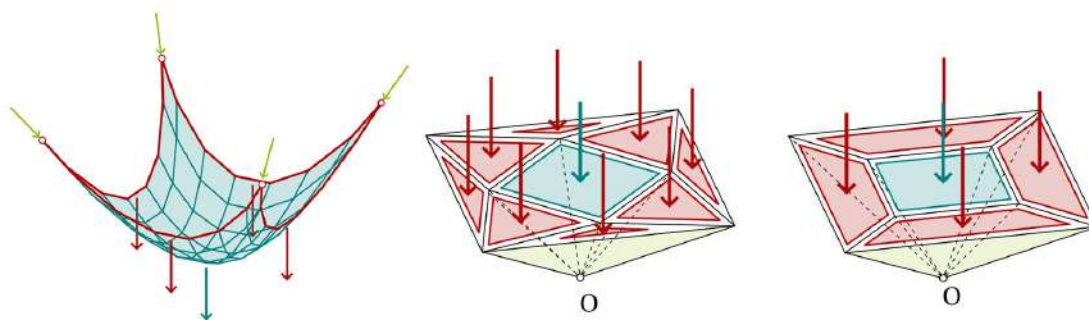
Слика 3.14: Иницијална поделба на резултантниот полигон базирана на темиња: (а) петоаголен резултантен полигон; (б) седмоаголен резултантен полигон

Поделбата базирана на впишани полигони претставуваат соодветен избор при иницијалната фаза на поделба, имајќи предвид дека не ги инволвираат рабовите на резултантниот полигон, воспоставувајќи зависност исклучиво помеѓу темиња. При тоа бројот на генерирани полиња е во контролирана пропорција со бројот на темиња, при што следејќи линеарно зголемување зависно од нивниот број n , така што кај паралелни впишани полигони бројот на полиња е еднаков на $n + 1$, додека при ротација на впишаниот полигон бројот на полиња е еднаков на $2n + 1$. Со линеарната зависност воспоставена е геометриска комплексност на поделбата во реални граници, независно од бројот на темиња на полигонот на резултантата, за разлика од дијагоналните поделби, кај кои бројот на полиња расте експоненцијално со секое зголемување на бројот на темиња, што доведува до преголема густина во иницијалната фаза **Слика 3.15**. И покрај тоа што формата произлезена при иницијалната поделба не претставува фуникуларна површина во вистинска смисла, истата претставува почетна полиедарска апроксимација. За разлика од резултатот генериран со поделба базирана на карактеристични точки, каде што формата останува хоризонтална без изразено прекршување, поделбата базирана на впишани полигони воспоставува основно закривување со кое генерираниот систем се приближува кон геометријата на континуирана фуникуларна површина.



Слика 3.15: Иницијална поделба на резултантниот полигон базиран на впишан полигон: (а) паралелен полигон; (б) ротиран паралелен полигон

Разгледаните иницијални поделби на дијаграмот на сили може да бидат интерпретирани во релација со висечка мрежа, како тродимензионална екстензија на аналогијата на Нооке за висечкиот синџир, воспоставувајќи рамка за понатамошна поделба и контрола на валидноста на иницијалната дискретизација на резултантниот полигон. При тоа рабовите на висечката мрежа може да бидат разграничени според валентноста на јазлите, класификација која е вообичаена во контекст на компјутерската графика и анализа на топологијата на мрежи. Имено, внатрешните рабови се поврзани со јазли со повисока валентност пренесувајќи го товарот низ внатрешноста на системот, додека периферните рабови содржат јазли со пониска валентност со кои се дефинира неговата граница. Поделбата на резултантниот полигон базирана на впишан паралелен полигон најдиректно се надоврзува на ова разграничување, имајќи предвид дека впишаниот полигон ги определува товарите кои се пренесуваат преку внатрешните рабови, додека неговата екструзија ја дефинира нивната геометрија. Од друга страна полигоните формирани со поврзување на темињата на резултантниот и впишаниот полигон ги дефинираат товарите кои се пренесуваат преку периферните рабови, додека нивната екструзија ја дефинира граничната форма на мрежата, **Слика 3.16**.



Слика 3.16: Воспоставување на релација помеѓу аналогијата на Нооке за висечка мрежа и иницијалната поделба на дијаграм на сили базирана на впишан паралелен полигон

Може да се констатира дека поделбата базирана на впишан паралелен полигон најдиректно ја одразува логиката на висечка мрежа обезбедувајќи геометриски кохерентна претстава на нејзината структура.

3.2.2.3 Понатамошна делба на резултантниот полигон

Со цел да биде дефинирана вистинската апроксимација на потиснатата површина, односно валидната мрежа на потисок, резултантниот полигон подлежи на понатамошна поделба преку која се воспоставува релација помеѓу полиедрите со кои е дефинирана геометријата на внатрешните рабови на мрежата и полигоните со кои се претставени периферните рабови, при што меѓусебна зависност помеѓу нивните поделби е воспоставена преку заедничките поделбени полигони. На тој начин, со поделбата на сегментот од полигонот на резултантата, со која се дефинирани внатрешните рабови, определена е топологијата на мрежата, односно нејзината организација во триаголни, четириаголни или други полигонални единици, додека со поделбата на сегментите, со која се дефинирани периферните рабови оформени се фуникуларните лаци, преку кои се дефинира границата на потиснатата мрежа.

Кај полигоните со кои се дефинирани внатрешните рабови, имајќи предвид дека истите не се поврзани со полигони на реакции, кои не ја нарушуваат статичката рамнотежа на системот при нивна поделба, рабовите може да бидат поделени без ограничување, овозможувајќи примена на различни шеми на внатрешна дискретизација. Во тој контекст може да бидат применети различни методи на поделба базирани на

карактеристични точки, рабови, темиња, односно параметризација на внатрешноста, при што секој од нив резултира со сопствен образец на организација. Наспроти тоа, кај полигоните кои се поврзани со периферни рабови, имајќи предвид дека одредени страни се заеднички со страните на полигоните на реакциите, а поради нивната улога во затворањето на системот, истите остануваат неделиви, со што се ограничува можноста за нивна понатамошна поделба. И покрај разликите во пристапот, а со цел да биде обезбеден континуитет на правите на поделба и непрекинат пренос на сили низ целата мрежа, поделбата на внатрешните и периферните полигони мора да биде меѓусебно усогласена, особено по должината на рабовите кои ги разделуваат.

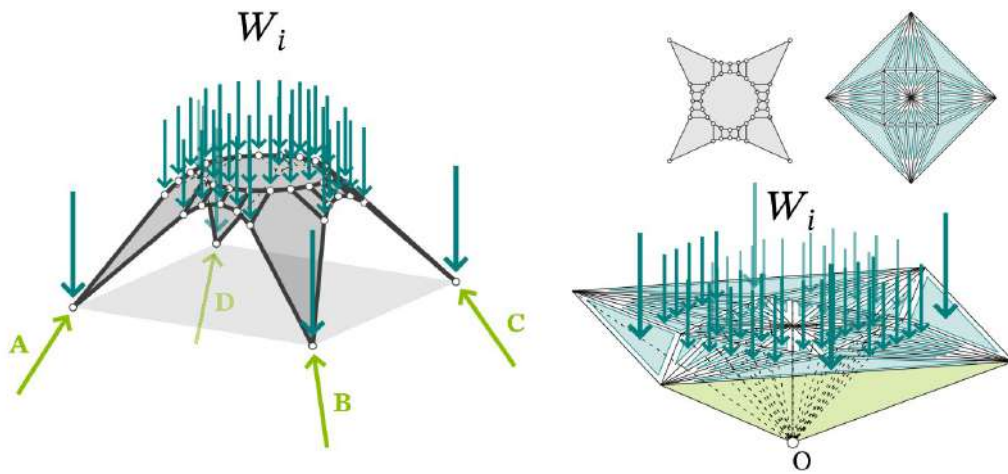
Целта на поделбата не е само геометриска манипулација на полигонот со кој се дефинирани внатрешните рабови на мрежата, туку и воспоставување на потисна мрежа со рамномерна распределба на јазлите, преку која се одразува начинот на пренос на товарите, обезбедувајќи јасна геометриска организација на системот. Кај полигоните поврзани со периферни рабови, со поделбата дефинирани се фуникуларните лаци со кои се опишува границата на потиснатата површина, избегнувајќи ја појавата на долги и прави сегменти, со кои се намалува точноста на апроксимација на лакот. Ваквата поставеност е во согласност со принципите наведени од страна на O'Dwyer [90], според кои принципи сегментацијата на лушпата се определува во зависност од патеките на пренос на товарите, при што потисната мрежа ја репрезентира не само геометријата на лушпата, туку и логиката на пренос на внатрешните сили. Пристапот е сличен на постапките на динамичка релаксација, каде почетната мрежа, со однапред зададена топологија и резолуција, претставува влезна геометрија, а чија форма се променува преку итеративно ажурирање на местоположбата на јазлите при дејство на сили се додека не биде воспоставена рамнотежа.

При првата иницијална поделба, базирана на паралелен впишан полигон, во рамки на резултантниот полигон се впишува нов полигон со рабови паралелни на постојните, поврзувајќи ги соодветните темиња на двата полигона со прави со кои просторот помеѓу нив е поделен на серија рамнокраки трапези. При втората поделба, базирана на ротиран впишан полигон, во рамки на резултантниот полигон се впишува нов полигон со ориентација ротирани во однос на основниот, поврзувајќи ги соодветните темиња на двата полигона со прави со кои просторот помеѓу нив е поделен на серија рамнокраки триаголници. Притоа, половина од генерираните триаголници преку својата основа воспоставуваат врска со полигонот со кој е дефинирана топологијата на потиснатата мрежа, додека другата половина генерирани триаголници се поврзуваат со полигоните на реакции преку кои се затвора системот. Применетата постапка во двата случаи воспоставува континуирана врска помеѓу периферниот раб и внатрешната структура на потиснатата мрежа, при што заедничките рабови со полигонот на реакции остануваат неделиви, додека спротивните рабови кои припаѓаат на впишаниот полигон може и понатаму да бидат дискретизирани во согласност со избраната топологија на мрежа.

При тоа, поделбата базирана на впишан полигон, без разлика дали станува збор за паралелен или ротиран внатрешен полигон, се изведува применувајќи ист принцип. Од аспект на графичка статика, сите претходно елаборирани методи за поделба претставуваат валидни решенија, имајќи предвид дека истите воспоставуваат рамнотежа помеѓу силите во системот. Сепак, одредени поделби се посоодветни во однос на останатите поделби, имајќи го предвид карактерот на дијаграмот на форма, односно дефинирањето на потиснатата мрежа.

Поделбата базирана на темиња, односно поделбата базирана на тежишта, вообичаено резултира со нерамномерна дискретизација на впишаниот полигон, нарушувајќи ја рамномерноста на потиснатата мрежа. Имајќи предвид дека дијаграмите на форма

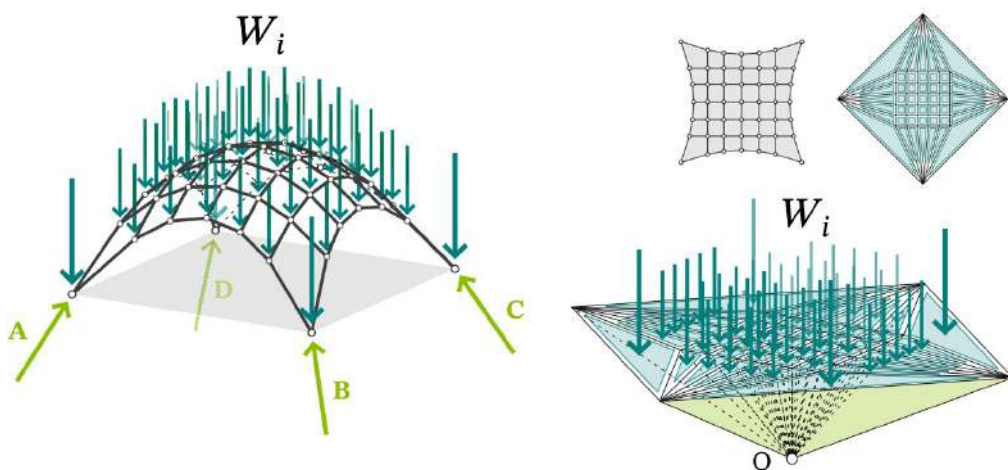
и дијаграмите на сили се меѓусебно нормални, пресекувањето на прави во една точка во дијаграмот на сили, особено кога поделбите на повеќе рабови се насочени кон заедничко теме или центар, доведува до појава на празни зони во потиснатата мрежа во која не се дефинирани рабови околу референтната точка, **Слика 3.17**.



Слика 3.17: Поделба базирана на ротиран впишан полигон секундарно поделен преку неговото тежиште

Со правите на поделба на резултантниот полигон дефинирана е геометријата на површините во тродимензионалниот полиедар на сили, со чија меѓусебна ориентација е определена насоката на рабовите во потиснатата мрежа. Кога неколку површини се пресекуваат во заедничка права, тогаш нивните нормали се концентрирани околу заедничкиот пресек, што во реципрочниот дијаграм на форма генерира појава на празнина околу соодветната референтна точка, нарушувајќи го континуитетот на мрежата.

Рамномерна дискретизација може да биде постигната со приемена на поделба базирана на рабови или со примена на поделба базирана на параметризација на внатрешноста на полигонот. Применувајќи ги овие поделби полигонот се расчленува на приближно еднакви полиња, чија големина и распоред може геометриски да се контролира во согласност со бараната топологија на потиснатата мрежа, **Слика 3.18**.



Слика 3.18: Поделба базирана на ротиран впишан полигон дискретизиран на мрежа од квадратни полиња

Во зависност од избраниот начин на поделба, со геометријата на полињата се дефинира топологијата на потиснатата мрежа, триаголна дискретизација резултира со

триаголна или хексагонална мрежа, додека четириаголна поделба генерира структури засновани на правоаголни или квадратни полиња.

Поделбата на останите сегменти и во двата случаи се разликува поради нивната различна геометрија, како и ориентација во рамки на дијаграмот на сили. Поделбата на трапезите е условена од потребата за дискретизација на пократката паралелна страна со која е дефинирана топологијата на внатрешните рабови, а при тоа истовремено треба да биде организирана внатрешноста на полигонот така да изразува јасна геометриска дефиниција на периферниот фуникуларен лак. При тоа, со цел да биде обезбедена соодветна резолуција на мрежата со можност за дефинирање на посакуваната топологија, поделбата на пократката страна на трапезот се спроведува преку соодветен број сегменти, при што определените точки комбинирајќи ги со темињата, тежиштата или точките на поделба вдолж краците, се применуваат за расчленување на внатрешноста на полигонот. Имајќи ги предвид поставените ограничувања може да бидат применети различни методи на поделди, како поделба базирана на рабови, поделба базирана на карактеристични точки, поделба базирана на параметризација на внатрешноста или поделба базирана на впишани паралелни полигони.

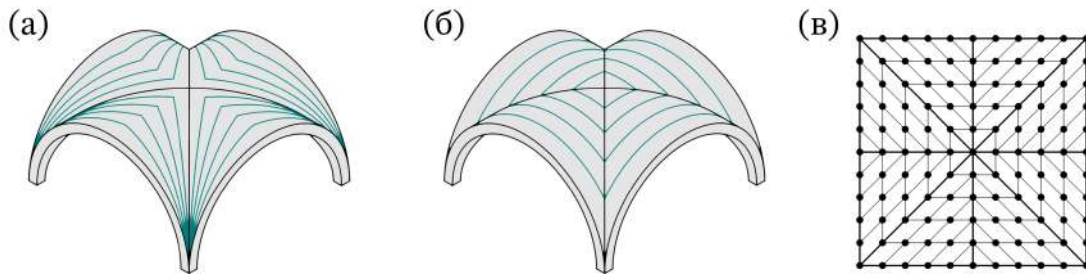
Рамнокраките триаголници може да бидат поделени на два типа, едни со кои е поделена основата со полигонот на реакциите, додека другите се со впишан полигон, при што ограничувањата кои кај трапезната поделба се концентрирани помеѓу двете паралелни страни се распределуваат на два различни типа полигони. Кај првиот тип на полигон основата се совпаѓа со полигонот на реакциите останувајќи неделив поради улогата во затворањето на системот, додека кај вториот тип на полигон основата се совпаѓа со впишаниот полигон овозможувајќи понатамошна поделба во согласност со избраната топологија на потиснатата мрежа. При практична примена, најчесто се применува дискретизација базирана на вториот тип на полигон, каде основата е поделена на соодветен број сегменти, при што точките на поделба се поврзуваат со спротивното теме на триаголникот. На тој начин се генерира геометриски усогласена апроксимација на потисната мрежа, која понатаму може да биде надградена со покомплексна шема на поделба во зависност од бараната топологија.

Од анализата на методите за понатамошна поделба на полигонот на резултатната може да се констатира дека поделбата базирана на ротиран впишан полигон претставува поповолно решение споредено со поделбата базирана на паралелен впишан полигон. Имено, преку поделбата базирана на ротиран впишан полигон се избегнува ограничувањето кое произлегува при поделба базирана на паралелен впишан полигон, во кој метод кај секој од формираните трапези страната од полигонот на реакциите истовремено е и страна на впишаниот полигон, ограничувајќи ја можноста за понатамошна дискретизација, со што се намалува геометриската флексибилност на мрежата. Раздвојувајќи ги рабовите во два различни типа полигони, со ротираната поставеност е овозможена појасна тополошка дефиниција на потиснатата мрежа преку посистематска контрола на нејзината геометрија. Дефинираниот пристап, со кој впишаниот полигон треба да биде дискретизиран преку параметризација на неговата внатрешност, треба да послужи како појдовна основа за понатамошна разработка на методите на поделба за кои треба да бидат разгледани конкретните стратегии произлезени од истиот.

3.2.2.4 Влијание на фуникуларноста во дијаграмот на сили врз дефиницијата на потисната мрежа

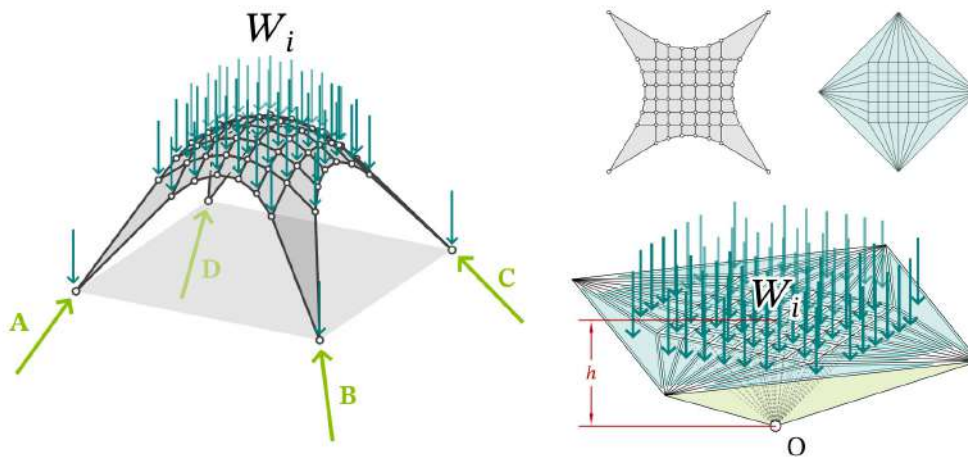
Според принципите формулирани од O'Dwyer [90], потиснатата мрежа мора да го следи патот на пренос на силата за да биде обезбедена валидна рамнотежна состојба на системот, Слика 3.19. При тоа нагласено е дека формата на мрежата не треба да

биде определена произволно, туку дека истата треба да произлезе од патеките на пренос на силите на потисок низ геометријата на лушпата. Принципот е особено значаен при примена на дискретизирани мрежи, имајќи предвид дека преку усогласеноста воспоставена помеѓу насоката на елементите и патот на пренос на силите се определува степенот на валидност на добиената фуникуларна форма.



Слика 3.19: Пренос на товари кај вкрстен свод: (а) можен пат на пренос на товари, (б) алтернативен пат на пренос на товари, (в) дискретизација на товари која соодветно ги моделира структурните дејства прикажани во двата случаи

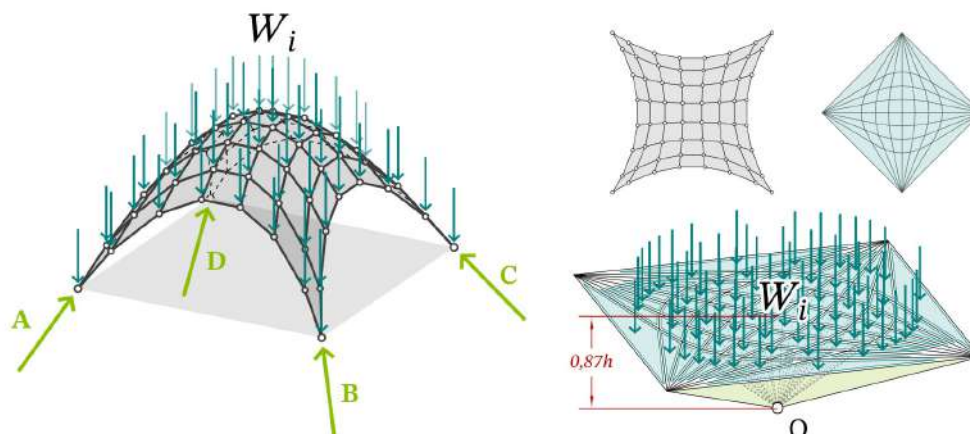
Кај потиснатата мрежа дефинирана врз основа на поделба базирана на впишан ротиран полигон поделен со правилна квадратна мрежа, Слика 3.20, овозможена е апроксимативна геометриска претстава на потиснатата форма, која во реципрочниот дијаграм се манифестира со несоодветност помеѓу правците на елементите и закривувањето на површината. Имено, рабовите на мрежата се поставени како да претставуваат пресеци на потиснатата површина, со серија вертикални рамнини кои не го следат соодветното закривување. Како резултат на тоа, вдоль рабовите се формирани фуникуларни лаџи, додека во внатрешноста се генерирани речиси праволиниски пресеци, доведувајќи до нарушена континуираност на потиснатата геометрија со ограничена усогласеност помеѓу двете реципрочни конструкции.



Слика 3.20: Дискретизација на ротиран впишан полигон базирана на ортогонална мрежа од квадратни полиња

Со цел да биде елиминиран детектираниот проблем, во дијаграмот на сили воведена е фуникуларност, Слика 3.21, каде наместо правилна квадратна мрежа формирана од паралелни прави, дефинирана е мрежа формирана од фуникуларни линии со закривеност која постепено се зголемува кон центарот. При тоа централната линија останува права, додека периферните линии ја следат постепената промена на закривувањето на потиснатата површина, при што рабовите на мрежата воспоставуваат геометриска усог-

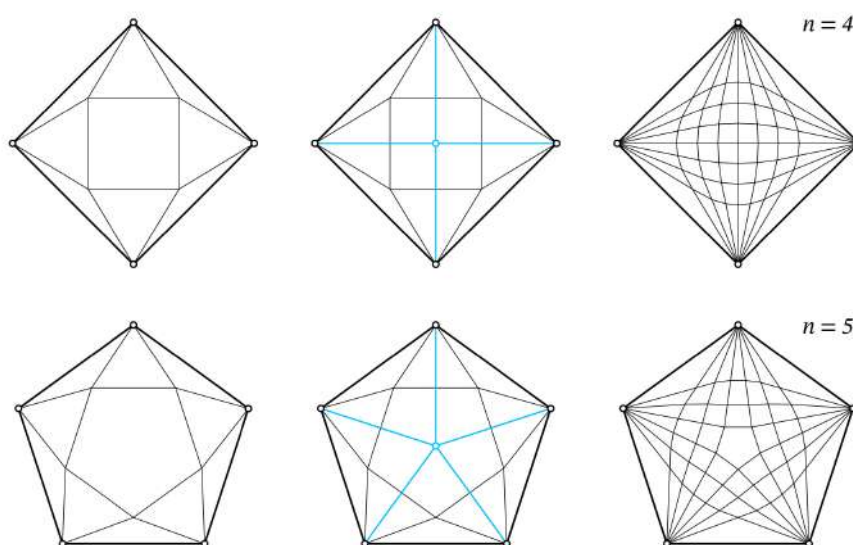
ласеност со формата следејќи ја насоката на пренос на силите во рамнотежна состојба за да биде обезбедена валидна фуникуларна интерпретација на системот.



Слика 3.21: Дискретизација на ротиран впишан полигон базирана на фуникуларна мрежа од квадратни полиња

Воведувајќи ги фуникуларните линии во рамки на дијаграмот на сили постигната е порамномерна дистрибуција на товарите преку усогласување на насоките на поделба со главните правци на пренос на силите на притисок. Од спроведената компаративна анализа за ист товарен случај, констатирано е дека при фуникуларна сегментација, позицијата на полот е за приближно 13% поблиску до полигонот на резултантата во однос на ортогонална сегментација **Слика 3.21**, имплицирајќи дека површината на полигоните со кои се дефинирани внатрешните сили во сегментите на мрежата на потисок е помала, претставувајќи поефикасна распределба на силите во рамки на дијаграмот на сили.

Имено, иницијалната поделба на полигонот на резултантата претставува геометриска основа за понатамошна фуникуларна дискретизација за дефинирање на правци со кои се воспоставува поврзување помеѓу тежиштето на полигонот на резултантата со соодветните темиња, **Слика 3.22**.



Слика 3.22: Фуникуларна дискретизација на полигони

При тоа, поставените правци се претставени преку средишните прави во однос на кои е степенувано фуникуларното закривување на останатите линии на подлеба, со што постапката овозможува дискретизацијата да биде заснована врз рамнотежната логика на системот, а не само врз геометриската симетрија на полигонот. При тоа, воведувајќи ја фуникуларноста се променува природата на иницијална поделба, каде наместо паралелни сегменти, се генерираат закосени линии со кои попрецизно се одразува закривеноста на насоките на пренос на силите на притисок во рамки на потисната површина.

3.3 Преглед на методи за анализа на лушпи под дејство на хоризонтална сила

Истражувањето на методи за дефинирање на форма на лушпи е тесно поврзано со подемот на дигиталната симулација и достапноста на алгоритамски имплементирани методи. Развојот на различни методи за дефинирање на форма [61], [57], [56], [60], [67], [42], овозможуваат прецизно проектирање на тродимензионални форми што се напрегнати исклучиво на притисок, меѓутоа во контекст на анализа и оптимизација на лушпи при дејство на вертикално натоварување, додека влијанието на хоризонталните товари врз формата на лушпите е разгледувано во ограничен број на современи истражувања.

Симулирање на истовремено дејство на вертикален товар од сопствена тежина и еквивалентен хоризонтален товар од земјотрес преку примена на алгоритам за динамичка релаксација е презентирано во истражувањата на Michelis et al. [103]. Предложената методологија се заснова на модел на мрежа од висечки синџири, генериран со алгоритам за динамичка релаксација, кој дефинира форма што овозможува пренос на силите исклучиво преку сили на притисок, без појава на свиткување. Параметарската студија го анализира влијанието на различни гранични услови, при што се добиваат материјално ефикасни форми на двослојни тенки лушпи, прикажувајќи за првпат можност за генерирање на фуникуларни конструкции способни да издржат комбинирани вертикални и хоризонтални товари.

Во рамки на истражувањето на Tomasello et al. се разгледува влијанието на формата на лушпите врз нивното однесување при дејство на хоризонтални товари, со акцент на динамичката анализа [104]. Примената на методот на релаксирана фуникуларност на елипса (Relaxed Funicularity Ellipse Method) овозможува квантитативна проценка на степенот на фуникуларност и оценка на целокупното структурно однесување на избраната форма. Дополнително се спроведуваат анализи зависни од временски интервали, со примена на спектри со една и повеќе фреквенции, при што се споредуваат ексцентричностите добиени од модална анализа со ексцентричностите добиени од анализа при надворешно динамичко натоварување, која го опишува одговорот на конструкцијата под конкретно временски зависно надворешно дејство, за разлика од модалната анализа која ги опишува природните модови на вибрација независно од надворешна сила. Истражувањето воспоставува релација помеѓу формата, фуникуларноста и динамичките сили, со што се овозможува подобро разбирање на дизајнот на лушпи подложени на хоризонтално дејство.

Истражувањето на Olivieri et al. [105] се насочува кон надминување на ограничувањата на постоечките методи за анализа на конструкции напрегнати исклучиво на притисок, кои главно се применуваат кај сидани сводови и лушпи и вообичаено не овозможуваат директно моделирање на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување. Развиениот метод се базира на анализа на рамнотежа на мембрана (membrane equilibrium analysis – MEA), во комбинација со теорија за гранична носивост, при што

за првпат се применува параметарска формулација заснована на скаларна функција за напрегање (Airy функција), со чија помош се опишува истовремено дејство на вертикални и хоризонтални сили. Методологијата е тестирана на пример на свод со форма на едро, издигнат од квадратна основа кон една висинска точка, при што се прикажува можноста за дефинирање на форми со униформна распределба на носивост, што овозможува поефикасни и одржливи решенија без отстапување од условите за носивост конструкцијата.

Најголем дел од презентираниите методи [104], [105] базираат на комплексни нумерички калкулации, ограничувајќи ја нивната апликативност како методи за дефинирање на форма во раните проектантски фази. Методот презентирани од Michiels и Adriaenssens [106], во кој се дефинира анвелопата на потисни мрежи, се реализира преку нумерички пристап базиран на динамичка релаксација, при што преку итеративен процес се одредува положбата на јазлите така што силите во елементите се усогласени со зададените насоки на притисок. Иако формулацијата е нумеричка, суштината на методот се заснова на геометриски принципи поврзани со анализа на потисни мрежи, при што се разгледува семејство на можни потисни патеки кои ги задоволуваат условите на рамнотежа, и се дефинира нивната заедничка анVELOПА како геометриска граница на сите допустливи решенија.

Ова истражување го презема концептот на анVELOПА на потисни мрежи, но наместо нумеричка итерација, воспоставува геометриски метод за дефинирање на форма преку тродимензионална полиедарска графичка статика, со што се обезбедува транспарентна и контролирана геометриска формулација на решението за дадени гранични услови. Поврзувањето на потисната мрежа како дијаграм на форма со соодветен дијаграм на сили овозможува понатамошна манипулација на формата врз основа на патеката на пренос на силите, при што се отвора можност за разгледување на недоволно истражената проблематика на поврзување на горната и долната граница на анVELOПАТА.

3.3.1 Дефинирање на потисна површина на лушпа при дејство на вертикален и хоризонтален товар

Методот за дефинирање на потисна површина на лушпа со примена на графичка статика, опишан во точка 3.2, може да биде модифициран со дополнително влијание на хоризонтални товари. Дефинирањето на мрежите на потисок кои лежат во рамки на формата на лушпата при комбинирано дејство на вертикално и хоризонтално натоварување е заснована на математичката формулација дефинирана од O'Dwyer за мрежи на потисок за вертикални товари кај сводови [90].

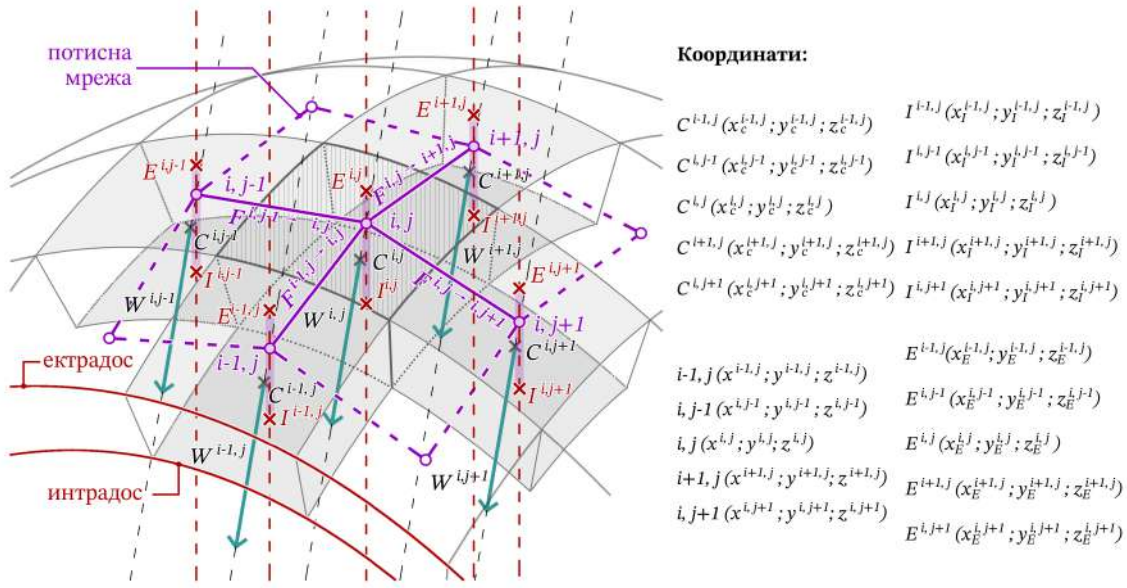
При дејство на комбинација од вертикален и хоризонтален товар на секој сегмент дејствува резултантa сила, односно пар од вертикална и хоризонтална сила, каде хоризонталната сила е пропорционална на влијанието на земјиното забрзување g врз вертикалната компонента, која ја претставува сопствената тежина на сегментот. Правецот на резултантa сила лежи во рамнината дефинирана од хоризонталниот и вертикалниот товар и може да биде изразен преку аголот α :

$$\tan \alpha = \frac{W_v^{i,j}}{W_h^{i,j}} \quad (3.1)$$

каде што е:

$W_v^{i,j}$ – интензитет на вертикален товар кој дејствува на сегментот i, j ,

$W_h^{i,j}$ – интензитет на хоризонтален товар кој дејствува на сегментот i, j .



Слика 3.23: Рамнотежа на јазол на потисната мрежа

Внатрешните сили што дејствуваат на јазлите се означени како F , така што на секој сегмент на лакот i, j дејствуваат силите $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$, $F^{i,j-1 \rightarrow i,j}$, $F^{i,j \rightarrow i+1,j}$ и $F^{i,j \rightarrow i,j+1}$, а нивниот интензитет е определен од дијаграмот на сили преку површината на соодветниот полигон.

Рамнотежната состојба за разгледуваниот јазол е дефинирана од условот сумата на сите сили кои дејствуваат на истиот да биде еднаква на нула, определена преку проекциите на силите по две взаемно ортогонални оски. Во однос на хоризонталната оска x сумата на сили е дефинирана преку изразот (3.3), додека сумата на сили во однос на вертикалната оска y е дефинирана преку изразот (3.2):

$$W_v^{i,j} = F_v^{i-1,j \rightarrow i,j} + F_v^{i,j-1 \rightarrow i,j} + F_v^{i,j \rightarrow i+1,j} + F_v^{i,j \rightarrow i,j+1} \quad (3.2)$$

$$W_h^{i,j} = F_h^{i-1,j \rightarrow i,j} + F_h^{i,j-1 \rightarrow i,j} + F_h^{i,j \rightarrow i+1,j} + F_h^{i,j \rightarrow i,j+1} \quad (3.3)$$

каде што е:

- $F_v^{i-1,j \rightarrow i,j}$ вертикална компонента на силата $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$,
- $F_v^{i,j-1 \rightarrow i,j}$ вертикална компонента на силата $F^{i,j-1 \rightarrow i,j}$,
- $F_v^{i,j \rightarrow i+1,j}$ вертикална компонента на силата $F^{i,j \rightarrow i+1,j}$,
- $F_v^{i,j \rightarrow i,j+1}$ вертикална компонента на силата $F^{i,j \rightarrow i,j+1}$,
- $F_h^{i-1,j \rightarrow i,j}$ хоризонтална компонента на силата $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$,
- $F_h^{i,j-1 \rightarrow i,j}$ хоризонтална компонента на силата $F^{i,j-1 \rightarrow i,j}$,
- $F_h^{i,j \rightarrow i+1,j}$ хоризонтална компонента на силата $F^{i,j \rightarrow i+1,j}$,
- $F_h^{i,j \rightarrow i,j+1}$ хоризонтална компонента на силата $F^{i,j \rightarrow i,j+1}$.

Потисната линија која го илустрира преносот на сили кај дводимензионалниот лак е претставена преку конструкција на верижниот полигон, кој претставува серија на отсечки кои се меѓусебно поврзани. Следствено потисната површина, која го претставува

преносот на сили кај тродимензионалната лушпа [107], [108] може да биде претставена како верижна мрежа од меѓусебно поврзани отсечки во тродимензионален простор. Јазлите на ваквата мрежа се точки кои лежат на потисната површина додека правецот на силите е дефиниран од линиите кои ги поврзуваат јазлите, а рамномерно распределените товари кои дејствуваат на лушпата се дискретизираат во концентрирани сили кои дејствуваат во јазлите на мрежата.

Во општ случај, лушпата треба да биде дискретизирана на n сегменти, од каде следува дека линијата на потисок се дефинира преку n јазли, по еден јазол за секој сегмент, чија положба е дефинирана со преку координатите $x^{i,j}$ и $y^{i,j}$, додека висината на јазолот е дефинирана преку вертикалната координата $z^{i,j}$. Имено, местоположбата на јазлите е ограничена така што секој јазол треба да биде дефиниран помеѓу горна граница, интрадос $I^{i,j}(x_I^{i,j}, y_I^{i,j}, z_I^{i,j})$, и долна граница, екстрадос $E^{i,j}(x_E^{i,j}, y_E^{i,j}, z_E^{i,j})$, изразено преку висината $z^{i,j}$ на јазолот:

$$z_I^{i,j} \leq z^{i,j} \leq z_E^{i,j}; \forall z^{i,j} \quad (3.4)$$

За да биде обезбедена рамнотежна состојба, секој јазол мора да лежи на нападната линија на резултантата од вертикалниот и хоризонталниот товар на соодветниот сегмент, а која минува низ тежиштето на сегментот $C^{i,j}$ ($\forall(i) \in \{1, \dots, n\} \wedge \forall(j) \in \{1, \dots, n\}$). Нападната линија е определена од интензитетот на вертикалната сила еквивалентен на големината на тежината на секој блок и интензитетот на хоризонталната сила еквивалентен на тежината од предизвиканото еквивалентно хоризонтално забрзување $W_h^{i,j} = a \cdot W_v^{i,j}$.

За лушпа во статичка рамнотежа, секој јазол на потисната мрежа исто така мора да биде во рамнотежна состојба дефинирана како функција од вертикалните и хоризонталните координати на јазолот, $x^{i,j}$ и $y^{i,j}$, товарот $W^{i,j}$ и хоризонталните компоненти на внатрешните сили F што дејствуваат на јазлите.

Правецот на силата $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$ е паралелен на линија дефинирана од двата последователни јазли $i, j(x^{i,j}, y^{i,j}, z^{i,j})$ и $i-1, j(x^{i-1,j}, y^{i-1,j}, z^{i-1,j})$, следствено соодносот на нејзините компоненти по x , y и z оските може да биде изразен како:

$$\frac{F_x^{i-1,j \rightarrow i,j}}{x^{i-1,j} - x^{i,j}} = \frac{F_y^{i-1,j \rightarrow i,j}}{y^{i-1,j} - y^{i,j}} = \frac{F_z^{i-1,j \rightarrow i,j}}{z^{i-1,j} - z^{i,j}} \quad (3.5)$$

Вертикалната компонента на силата $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$ е еднаква на компонентата по z -оската:

$$F_v^{i-1,j \rightarrow i,j} = F_z^{i-1,j \rightarrow i,j} \quad (3.6)$$

додека хоризонталната компонента на силата $F^{i-1,j \rightarrow i,j}$ е еднаква на резултантата на компонентите по x и y оските:

$$F_h^{i-1,j \rightarrow i,j} = \sqrt{(F_x^{i-1,j \rightarrow i,j})^2 + (F_y^{i-1,j \rightarrow i,j})^2} \quad (3.7)$$

Заменувајќи го изразот (3.5) во изразите (3.6) и (3.7), вертикалните компоненти $F_v^{i-1,j \rightarrow i,j}$ може да бидат дефинирани преку хоризонталните компоненти $F_h^{i-1,j \rightarrow i,j}$:

$$F_v^{i-1,j \rightarrow i,j} = F_h^{i-1,j \rightarrow i,j} \cdot \frac{z^{i-1,j} - z^{i,j}}{\sqrt{(x^{i-1,j} - x^{i,j})^2 + (y^{i-1,j} - y^{i,j})^2}} \quad (3.8)$$

Со замена на изразот (3.8) во изразот (3.2), вертикалната рамнотежа може да биде определена преку хоризонталната компонента на силите F и координатите на јазлите:

$$\begin{aligned} W_v^{i,j} = & F_h^{i-1,j \rightarrow i,j} \cdot \frac{z^{i-1,j} - z^{i,j}}{\sqrt{(x^{i-1,j} - x^{i,j})^2 + (y^{i-1,j} - y^{i,j})^2}} \\ & + F_h^{i,j-1 \rightarrow i,j} \cdot \frac{z^{i,j-1} - z^{i,j}}{\sqrt{(x^{i,j-1} - x^{i,j})^2 + (y^{i,j-1} - y^{i,j})^2}} \\ & + F_h^{i,j \rightarrow i+1,j} \cdot \frac{z^{i+1,j} - z^{i,j}}{\sqrt{(x^{i+1,j} - x^{i,j})^2 + (y^{i+1,j} - y^{i,j})^2}} \\ & + F_h^{i,j \rightarrow i,j+1} \cdot \frac{z^{i,j+1} - z^{i,j}}{\sqrt{(x^{i,j+1} - x^{i,j})^2 + (y^{i,j+1} - y^{i,j})^2}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Во изразот (3.9), членовите под квадратен корен ги пресметуваат хоризонталните растојанија меѓу јазлите, кои се одредени од геометријата на мрежата, при што нелинеарноста произлегува од производот на двете непознати во секој член: разликите во висините на јазлите: $z^{i,j} - z^{i-1,j}$; $z^{i,j} - z^{i,j-1}$; $z^{i,j} - z^{i+1,j}$; $z^{i,j} - z^{i,j+1}$ и хоризонталните компоненти на силите $F_h^{i-1,j \rightarrow i,j}$; $F_h^{i,j-1 \rightarrow i,j}$; $F_h^{i,j \rightarrow i+1,j}$; $F_h^{i,j \rightarrow i,j+1}$. Во нумеричкото решение според О’Дwyer [90] изразот се претвара во линеарен проблем преку претпоставување на вредностите на хоризонталните компоненти, така што истите мора да бидат во статичка рамнотежа. Откако ќе се усвојат нивните вредности, изразот дефинира линеарна равенка зависна единствено од висините на јазлите $z^{i-1,j}$; $z^{i,j-1}$; $z^{i,j}$; $z^{i+1,j}$; $z^{i,j+1}$, која не може да биде решена поединечно за секој јазол, бидејќи секоја равенка за рамнотежа на јазол истовремено ги содржи непознатите на повеќе соседни јазли.

Проблемот суштински се разликува од нумеричката постапка за дефинирање на потисната линија на лак, каде што сите хоризонтални компоненти на силите F_i можат да се изразат преку една единствена непозната хоризонтална сила $F_{h,i}$, така што со задавање на вредност за $F_{h,i}$ положбата на линијата на потисок може да се одреди последователно на секој сегмент долж лакот (види 2.2.1). Кај лушпите хоризонталната рамнотежа не може да се сведе на една непозната, туку во равенките за рамнотежа на секој јазол се појавуваат повеќе непознати хоризонтални компоненти на силите кон соседните јазли, со што се добива поврзан систем на линеарни равенки, во кој висината на секој јазол зависи од непознатите на останатите, додека решавањето се изведува симултано преку матрица која ја опишува геометријата и претпоставените хоризонтални сили. Бидејќи интензитетот на хоризонталните сили е претпоставен решавањето се врши итеративно преку задавање на вредности на хоризонталните сили врз основа на кои се решава системот на линеарни равенки за сите јазли, се додека не се добие потисна мрежа која е во рамнотежа и целосно опфатена во геометријата на лушпата.

Изразот (3.9), имплементиран преку графичка статика, овозможува визуелна евалуација на потисната мрежа во рамките на лушпата. Имено, графичката конструкција на потисната мрежа започнува со формулирање на план на сили на вертикалните товари $W_v^{i,j}$ и хоризонталните товари $a \cdot W_v^{i,j}$ и со избор на местоположба на пол за ис-

цртување на дијаграмот на сили, што претставува еквивалентно претпоставување на непознатите хоризонтални компоненти $F_h^{i-1,j \rightarrow i,j}$, $F_h^{i,j-1 \rightarrow i,j}$, $F_h^{i,j \rightarrow i+1,j}$, $F_h^{i,j \rightarrow i,j+1}$, кои се дефинираат преку соодветните полигони од дијаграмот на сили. Со тоа е овозможено одредување на сите вредности $F^{i,j \rightarrow i+1,j}$, односно определување на нивните хоризонтални и вертикални компоненти $F_h^{i,j \rightarrow i+1,j}$ и $F_v^{i,j \rightarrow i+1,j}$, како и определување на нивните x и y координати.

Дијаграмот на сили ја претставува релацијата помеѓу вертикалниот товар $W_v^{i,j}$, забрзувањето a и внатрешната сила во јазолот $F^{i,j \rightarrow i+1,j}$. Со негова примена може да биде исцртана соодветната мрежа на потисок, која треба да биде вклопена во геометријата на лушпата, со цел да биде определена валидната состојба на рамнотежа. Имено, доколку определена линија на потисок, за избраната местоположба на пол за исцртување на дијаграмот на сили, отстапува од границите на линијата на интрадосот $I^{i,j}(x_I^{i,j}; y_I^{i,j}; z_I^{i,j})$, односно $z_I^{i,j} \geq z^{i,j}$, и екстрадосот $E^{i,j}(x_E^{i,j}; y_E^{i,j}; z_E^{i,j})$, односно $z^{i,j} \geq z_E^{i,j}$, тогаш преку итеративно определување на местоположбата на соодветен пол треба да биде определена рамнотежната состојба.

3.4 Дефинирање на дијаграм на сили на лушпа при дејство на неизменичен хоризонтален товар

Постапка разработена претходно дефинира дијаграм на сили кај лушпа при дејство исклучиво на вертикални товари, при што резултантниот полигон лежи во хоризонтална рамнина и претставува збир на сите вертикални товари. Во поставената конфигурација, проекциите на полигоните на сили, со кои се претставени поединечните товари, се нормални на вертикалната оска, при што нивното совпаѓање формира затворен резултантен полигон со кој се дефинира состојбата на надворешна статичка рамнотежа на системот.

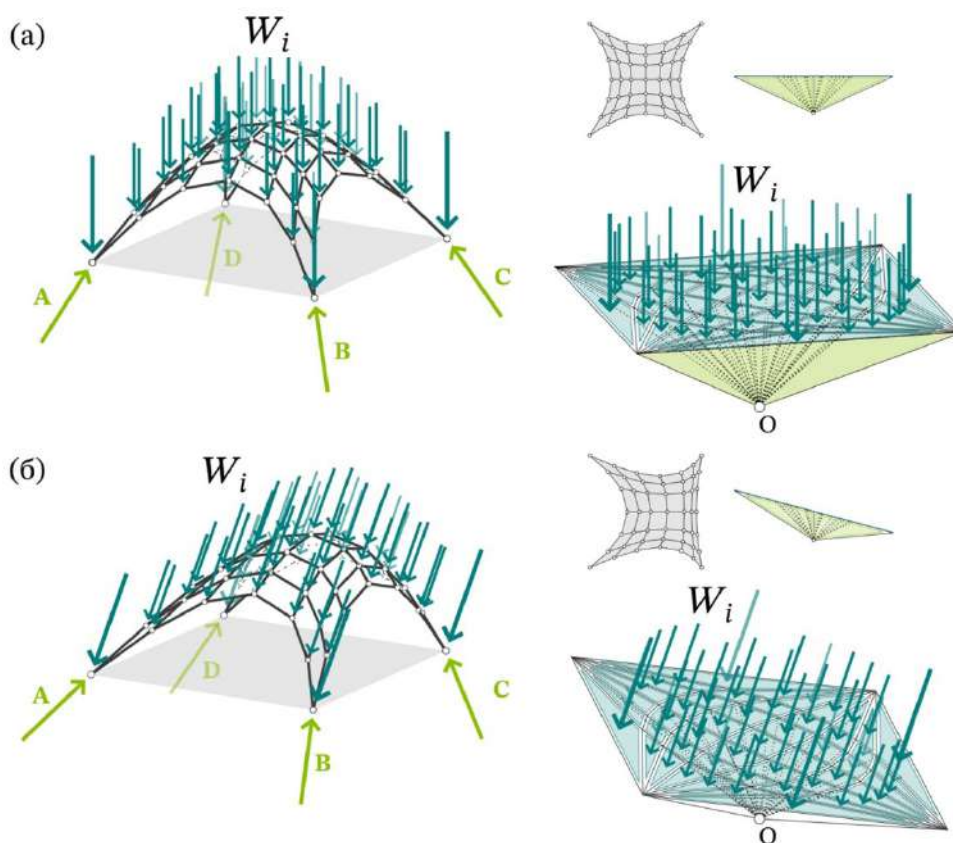
Воведувајќи дополнителен хоризонтален товар, резултантната сила дејствува под наклон кој се дефинира од односот помеѓу вертикалната и хоризонталната компонента на товарот. Следствено, рамнината на резултантниот полигон е ориентирана нормално на правецот на резултантата, при што дијаграмот на сили ја дефинира изменетата насока на вкупното надворешно дејство. Имено, поставеноста налага преминување од вертикален товарен случај во комбиниран товарен случај, при што дијаграмот на сили го претставува заедничкото дејство на вертикалните и хоризонталните компоненти. Дефинираниот дијаграм на сили претставува основа за дефинирање на потисна мрежа за состојба на рамнотежа на лушпа при комбинирано натоварување, овозможувајќи воспоставување на реципрочна релација помеѓу дијаграмите на форма и дијаграмите на сили.

3.4.1 Ротација на полигонот на резултантата

Воведувајќи комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување, резултантата се отклонува во однос на вертикалната оска, проследено со ротација на рамнината во која лежи полигонот на резултантата, останувајќи нормална на правецот на дефинираната сила. Од друга страна полот не ја следи ротацијата, имајќи предвид дека неговата положба е геометриски врзана за вертикалната права нормална на рамнината во која лежат лежиштата на лушпата. Како резултат, при ист тополошки распоред на рабовите, доаѓа до промена на геометријата на дијаграмот на сили, изразено преку промена на растојанијата од темињата на полигонот до полот, промена на аглиите на половите зраци, како и промена на висините на точките во реципрочниот дијаграм на форма. При

тоа, наклонот на полигонот на резултантата ја дефинира насоката и интензитетот на хоризонталното дејство, односно зголемувајќи го интензитетот на хоризонталната компонента се зголемува и аголот на ротација, што доведува до прераспределба на силите во потисната мрежа. Треба да се нагласи дека и покрај промената на геометријата на дијаграмот на сили, системот ја задржува внатрешната конзистентност, имајќи предвид дека полигоналната структура и поврзаноста на рабовите остануваат непроменети.

Новата ориентација на резултантниот полигон, комбинирајќи го со фиксната положба на полот вдолж вертикалата, претставува основа за конструирање на тродимензионален дијаграм на сили, со кој е претставена состојбата на рамнотежа на лушпа при комбинирано вертикален и хоризонтален товар. Разликата помеѓу почетната поставеност на полигонот при дејство на чисто вертикално натоварување, **Слика 3.24 (а)**, и поставеноста на ротиралиот полигон во однос на хоризонталната оска, **Слика 3.24 (б)**, претставува геометриска визуелизација на преминот од вертикален во комбиниран товарен случај, нагласувајќи ја релацијата помеѓу положбата на полот и ориентацијата на полигонот, како основа за понатамошна просторна конструкција на дијаграмот на сили.

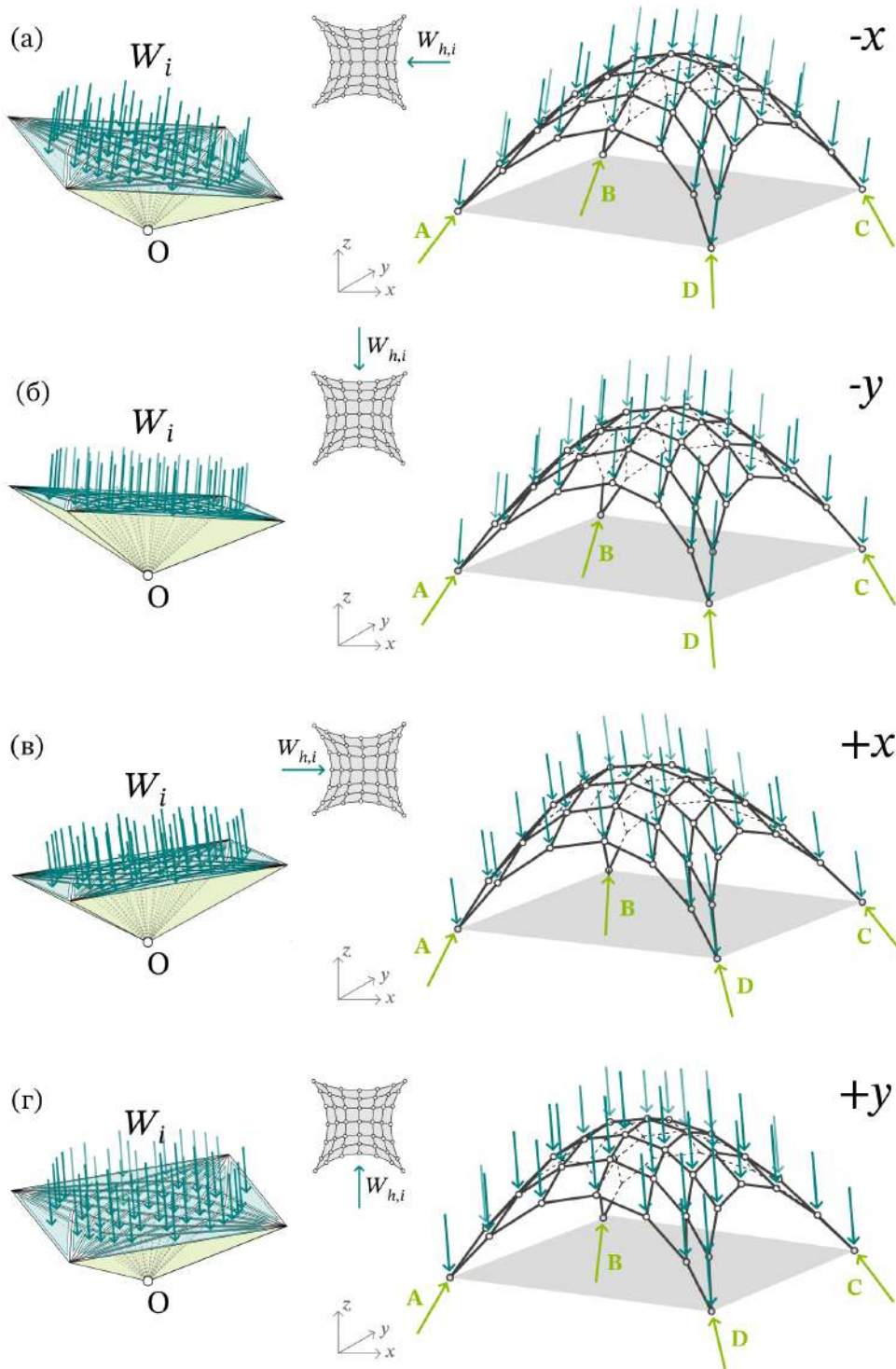


Слика 3.24: Ротација на полигон на резултантата: (а) хоризонтален полигон при вертикално натоварување; (б) ротиран полигон, нормален на правецот на резултантата

3.4.2 Хоризонтално дејство во ортогонални правци

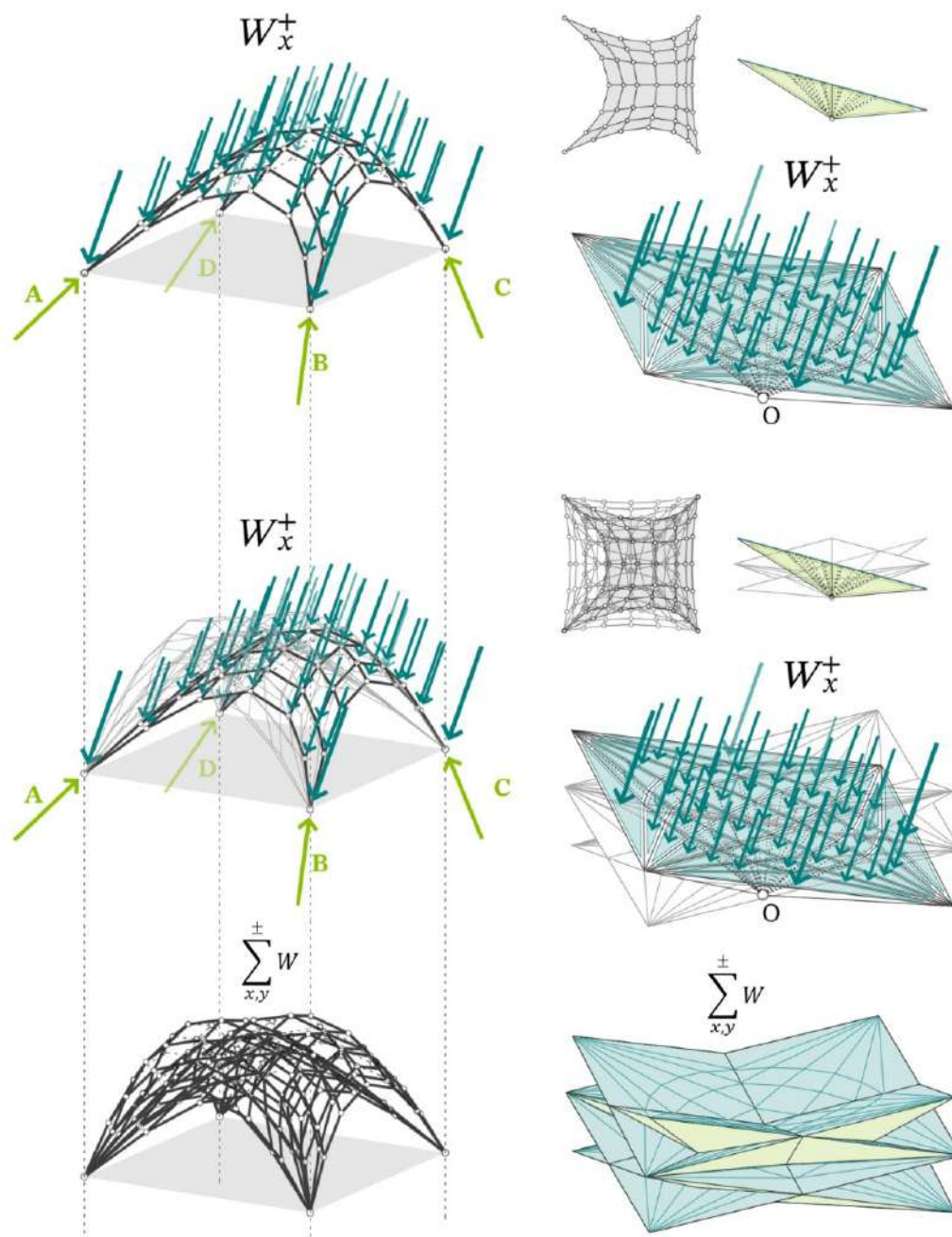
Имајќи предвид дека лушпата претставува површински просторен систем, нејзиното однесување при хоризонтално натоварување не може да биде ограничено само на еден ортогонален правец на дејство на хоризонталните товари. Имено хоризонталните товари може да дејствуваат во трите ортогонални правци, поради што анализата треба да биде спроведена за најмалку двата меѓусебно ортогонални правци, имајќи ги пред-

вид наизменичните насоки на дејство на хоризонталната сила. За секој од карактеристичните четири товарни случаи применета е идентична постапка, во која рамнината на полигонот на резултантата е ротирана нормално на правецот на комбинираната сила, изведувајќи екструзија кон полот, со која е задржана неговата фиксна положба вдоль вертикалната оска, Слика 3.25.



Слика 3.25: Потисни мрежи дефинирани при дејство на вертикален и пропорционален хоризонтален товар: (а) во насока $-x$, (б) во насока $-y$, (в) во насока $+x$ и (г) во насока $+y$

Дефинираните четири засебни дијаграми на сили, со кои е претставена рамнотежата на системот при хоризонтално дејство во една од ортогоналните насоки, заедно дефинираат целосна просторна слика за распределбата и насоченоста на резултантните сили кај просторната лушпа при комбинирано дејство на вертикално и хоризонтално натоварување. Имено, секој од поделните дијаграми на сили дефинирани за дејство во соодветниот ортогонален правец дефинира соодветна фуникуларна мрежа со која е претставена рамнотежната состојба на лушпата за соодветниот товарен случај, **Слика 3.26**. Четирите мрежи претставуваат гранични состојби на системот при хоризонтално натоварување кое дејствува во различни правци, при што просторната конфигурација зависи од насоката на резултантата во сооднос од вертикалните и хоризонталните компоненти на дејството.

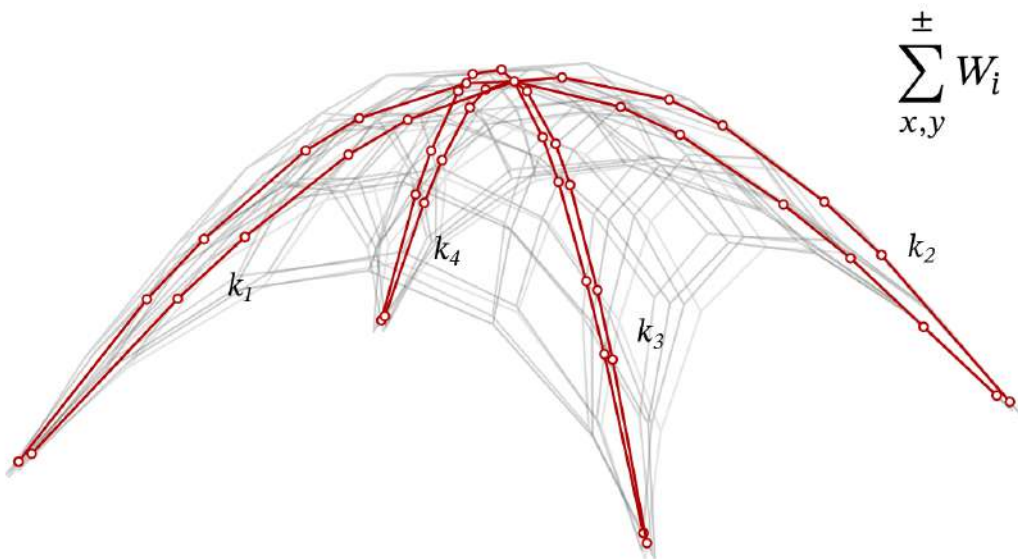


Слика 3.26: Дефинирање на потиска мрежа при дејство на хоризонтален товар во два ортогонални правци со наизменични насоки

Дефинираните четири засебни дијаграми на сили, со кои е претставена рамнотежата на системот при хоризонтално дејство во една од ортогоналните насоки, заедно дефинираат целосна просторна слика за распределбата и насоченоста на резултантните сили кај просторната лушпа при комбинирано дејство на вертикално и хоризонтално натоварување. Имено, секој од поделните дијаграми на сили дефинирани за дејство во соодветниот ортогонален правец дефинира соодветна фуникуларна мрежа со која е претставена рамнотежната состојба на лушпата за соодветниот товарен случај. Четирите мрежи претставуваат гранични состојби на системот при хоризонтално натоварување кое дејствува во различни правци, при што просторната конфигурација зависи од насоката на резултантата во сооднос од вертикалните и хоризонталните компоненти на дејството.

3.4.3 Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница

За да биде појаснет односот помеѓу дијаграмот на сили и конечната форма на двослојната лушпа, дијаграмот на сили е анализиран преку изолирање на деловите што ја дефинираат горната и долната граница на лушпата, со цел директно следење на реципрочната врска помеѓу геометријата на потисните мрежи и соодветните делови од дијаграмот на сили. Прецизното определување на точките преку кои се врши поделбата на дијаграмот на сили се заснова на разгледување на сегментите од потисните мрежи со кои се дефинирани горната и долната граница на лушпата, односно на линиите на нивниот меѓусебен пресек, **Слика 3.27**.



Слика 3.27: Линии на пресек на потисни мрежи дефинирани при дејство на хоризонтален товар во два ортогонални правци со наизменични насоки

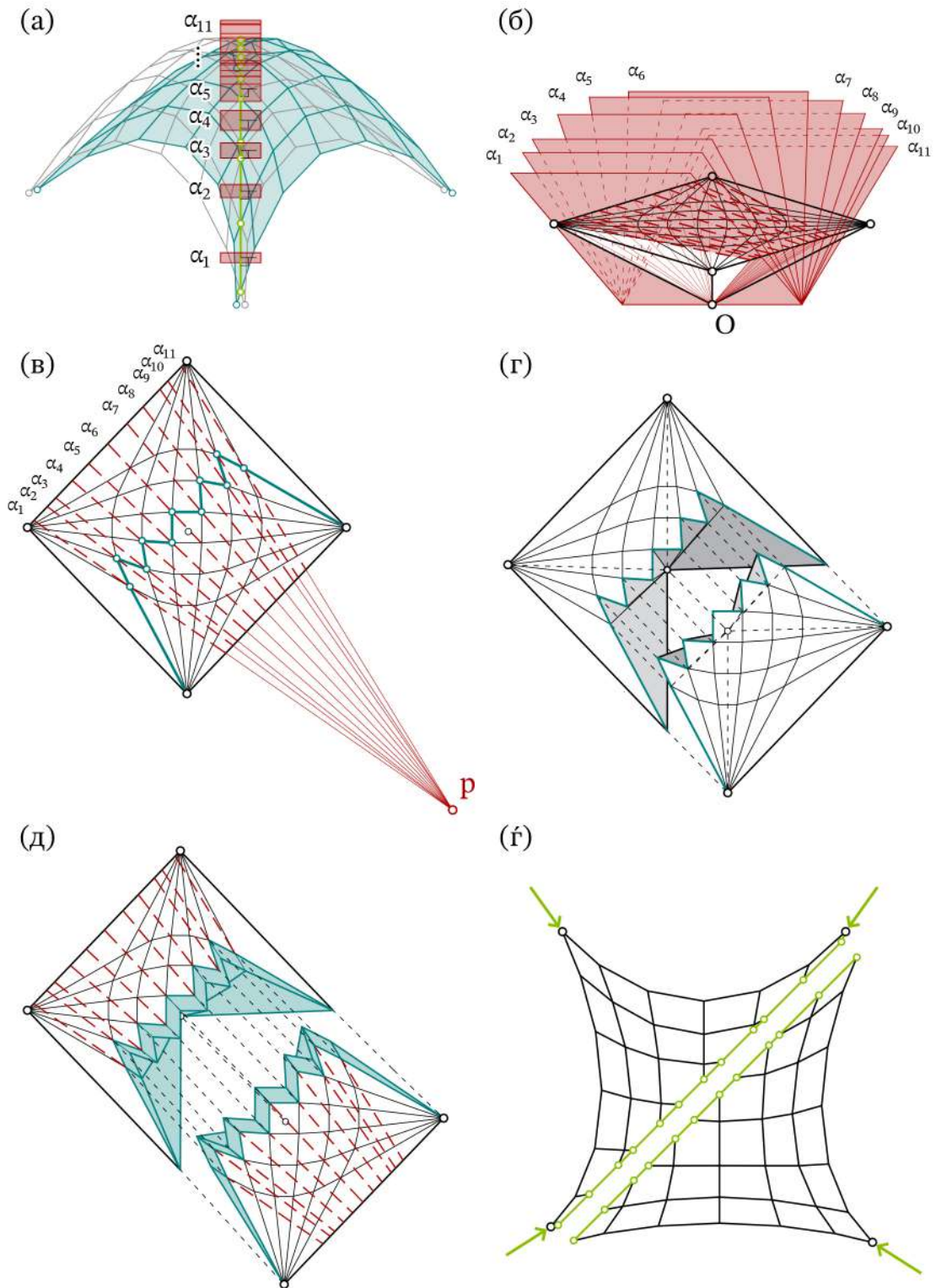
Бидејќи мрежите се составени од дискретни сегменти, линијата на нивниот пресек не претставува континуирана крива, туку полигона дефинирана од последователни сегменти, **Слика 3.28 (а)**. Пресечната линија, која е првично определена геометриски, треба да биде дефинирана преку самиот дијаграм на сили, така што при негово реципрочно решавање ќе се појави како дел од конечната форма. Поради реципрочниот однос помеѓу формата и дијаграмот на сили, при кој сегментите на формата се нормални на соодветни површини во дијаграмот, за секој сегмент од пресечната линија се конструира рамнина нормална на неговата оска. Низ полот O на тродимензионалниот дијаграм на сили се конструираат рамнини паралелни на рамнините нормални на сегментите

од пресечната линија, при што се определуваат нивните траги во рамнината на полигонот на резултантата, **Слика 3.28 (б)**.

На **Слика 3.28 (в)** е прикажан односот помеѓу трагите во рамнината на полигонот на резултантата и темињата на полиедрите од кои е изграден тродимензионалниот дијаграм на сили, при што трагите минуваат низ точно определени темиња на овие полиедри, а линијата на поделба на дијаграмот се дефинира со поврзување на тие темиња. Истовремено, сите траги се сечат во заедничка точка p , со што положбата на секоја трага во рамнината на полигонот на резултантата е определена со точката p и соодветното теме на полиедарот низ кое таа трага минува. Ваквата геометриска зависност овозможува дополнителна дискретизација на дијаграмот без повторно определување на иницијалните потисни мрежи и нивната пресечна линија, бидејќи доколку при дискретизацијата се појават нови темиња долж линијата на пресек тие непосредно се поврзуваат со точката ppp , со што се добиваат нови траги во рамнината на полигонот на резултантата и се воспоставува дополнителна поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили.

Поделбата на тродимензионалниот дијаграм на сили се воспоставува така што за секои две соседни точки од претходно определената пресечна линија и полот O се определува рамнина, при што секоја рамнина е дефинирана со три точки и ја содржи соодветната отсечка од пресечната линија и полот O . Пресеците на овие рамнини со полиедрите на сили формираат низа полигони што заедно ја сочинуваат површината на поделба, со што тродимензионалниот дијаграм на сили се разделува на два полиедарски дела, **Слика 3.28 (г)**. Поради поместувањето на лежиштата под дејство на хоризонталниот товар, основата на потисната мрежа не претставува идеален квадрат, поради што пресечната линија не поминува точно низ лежиштата. Како последица на оваа геометриска состојба, поделбата на дијаграмот на сили резултира со два меѓусебно несиметрични дијаграми. Дополнително ова потврдува дека постапката останува валидна и во случај кога потисните мрежи се меѓусебно поместени, бидејќи нивното совпаѓање во лежиштата не претставува неопходен услов за примена на методот. Геометриската положба на пресечната линија може да биде определена независно од положбата на лежиштата, при што поделбата на тродимензионалниот дијаграм на сили се воспоставува исклучиво преку конструкцијата на соодветните рамнини на поделба.

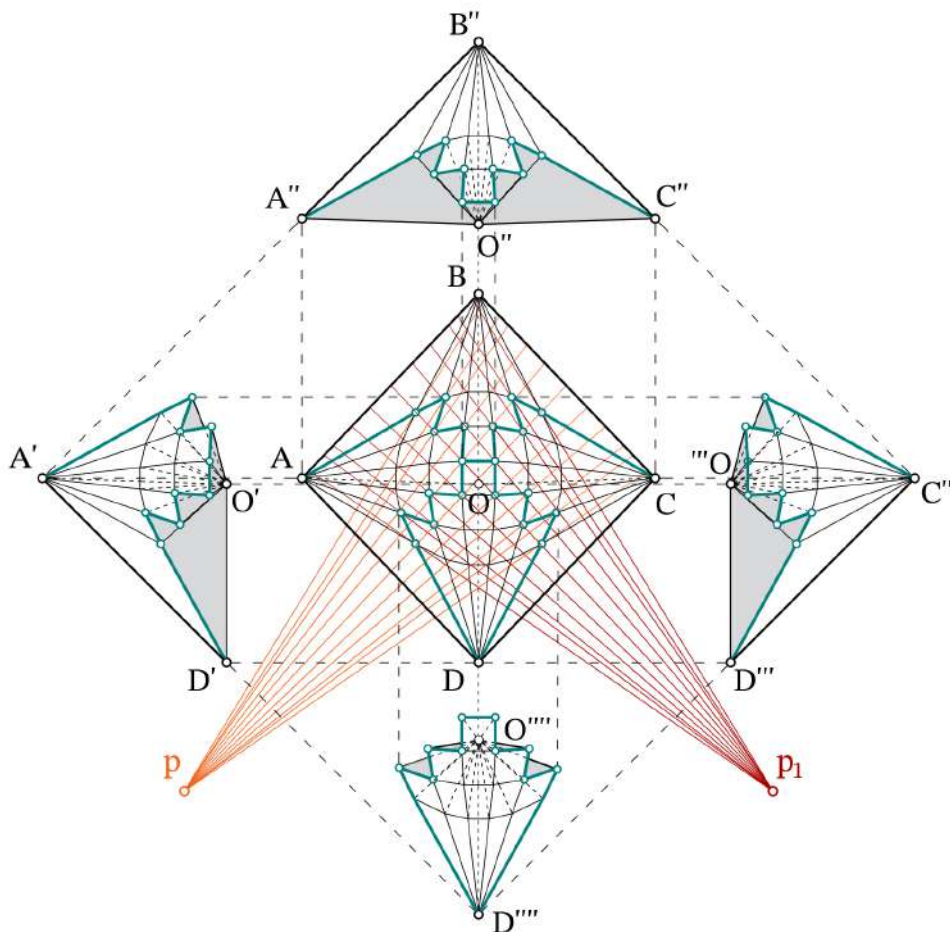
Поделбата на тродимензионалниот дијаграм на сили сама по себе не резултира со валиден дијаграм за поединечните делови од потисната мрежа, бидејќи со раздвојувањето на единствениот дијаграм на сили на два дела, полигоните што во првичниот дијаграм ја претставуваат внатрешната врска помеѓу сегментите на мрежата се интерпретираат како полигони на надворешни товари во рамките на секој од издвоените дијаграми. За да се задржи правилната интерпретација на овие полигони како дел од формата, поделениот дијаграм се надополнува со дополнителни полиедри што ги претставуваат силите што се пренесуваат од пресечените сегменти на потисната мрежа, **Слика 3.28 (д)**. За да се задржи правилната интерпретација на овие полигони како делови од формата, во рамнините на поделбата се конструираат полигони дефинирани со трагите на рамнините, соодветната отсечка од пресечната линија и отсечки паралелни на пресечната линија, по што со поврзување на нивните темиња со полот O се формираат полиедри што го претставуваат преносот на сили од пресечените сегменти помеѓу двата дела на потисната мрежа. Со реципрочно решавање на конструираниот и поделен тродимензионален дијаграм на сили се добиваат двата сегмента на потисната мрежа што одговараат на двата дела на дијаграмот, **Слика 3.28 (е)**.



Слика 3.28: Поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили според линијата на пресек помеѓу две преклопени потисни мрежи: (а) линија на пресек; (б) рамнини низ полот О паралелни на рамнините нормални на сегментите од пресечната линија; (в) линија на поделба на дијаграмот на сили; (г) полигони на поделба определени со соседни точки од пресечната линија и полот О; (д) полиедри што го претставуваат преносот на сили од пресечените сегменти; (е) сегменти на потисната мрежа добиени со реципрочно решавање.

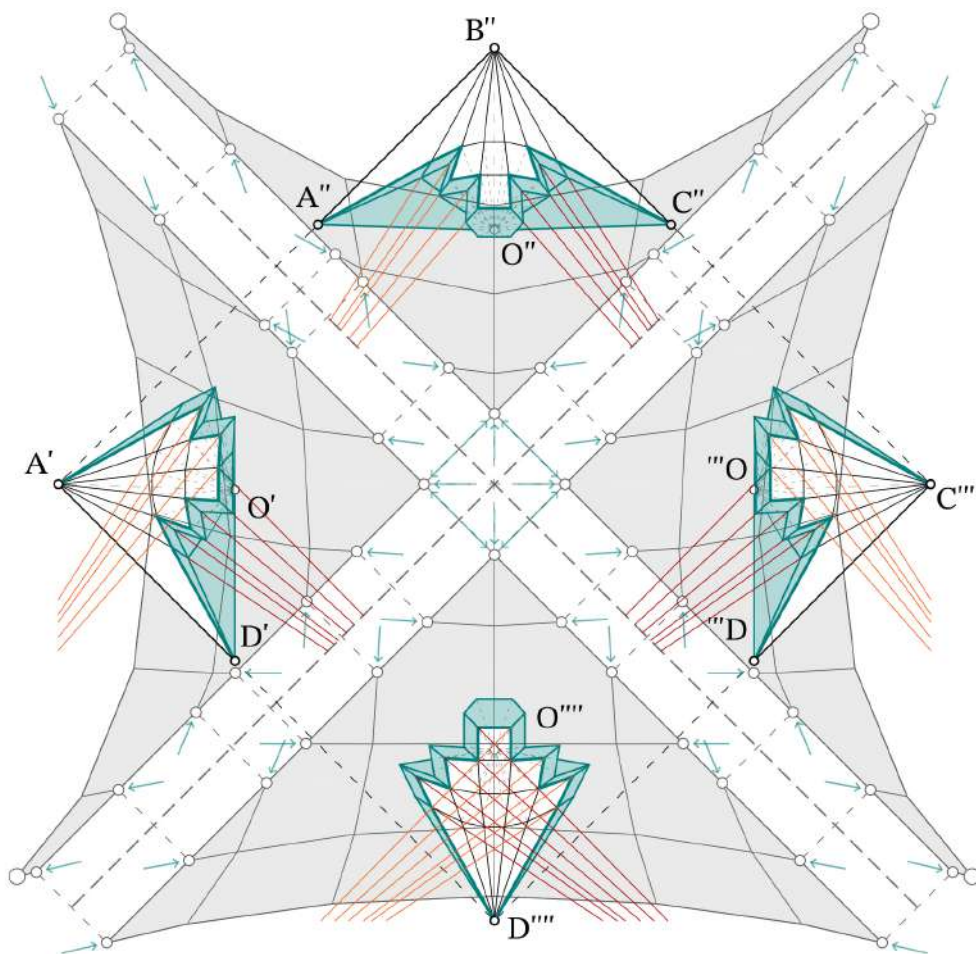
Постапката на преклопување и поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили не е ограничена на две потисни мрежи, туку може да се примени и при разгледување на поголем број мрежи. Во таков случај, за секој пар потисни мрежи се определува соодветна линија на нивниот пресек, при што секоја пресечна линија претставува полигона составена од дискретни сегменти. За секој сегмент од овие линии, како и во претходниот пример, се конструира рамнина нормална на неговата насока, а низ полот O на тродимензионалниот дијаграм на сили се поставуваат рамнини паралелни на овие рамнини. Трагите на рамнините во рамнината на полигонот на резултантата ја определуваат линијата на поделба на дијаграмот, при што за секои две соседни точки од пресечната линија и полот O се определува рамнина што ја содржи соодветната отсечка од пресечната линија. Со пресекување на овие рамнини со полиедрите на сили се формира површина на поделба која го разделува тродимензионалниот дијаграм на сили на соодветни полиедарски делови.

На Слика 3.29 е прикажан пример во кој оваа постапка е применета за четири потисни мрежи добиени за хоризонтален товар во два меѓусебно нормални правци и во наизменични насоки. Во овој случај, со разгледување на пресечните линии помеѓу соодветните мрежи и со повторување на постапката на поделба на дијаграмот на сили се добива раздвојување на тродимензионалниот дијаграм на четири соодветни делови, од кои секој одговара на една од разгледуваните потисни мрежи.



Слика 3.29: Поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили на четири дела добиена со преклопување на дијаграмите што одговараат на хоризонтален товар во два меѓусебно нормални правци и во наизменични насоки

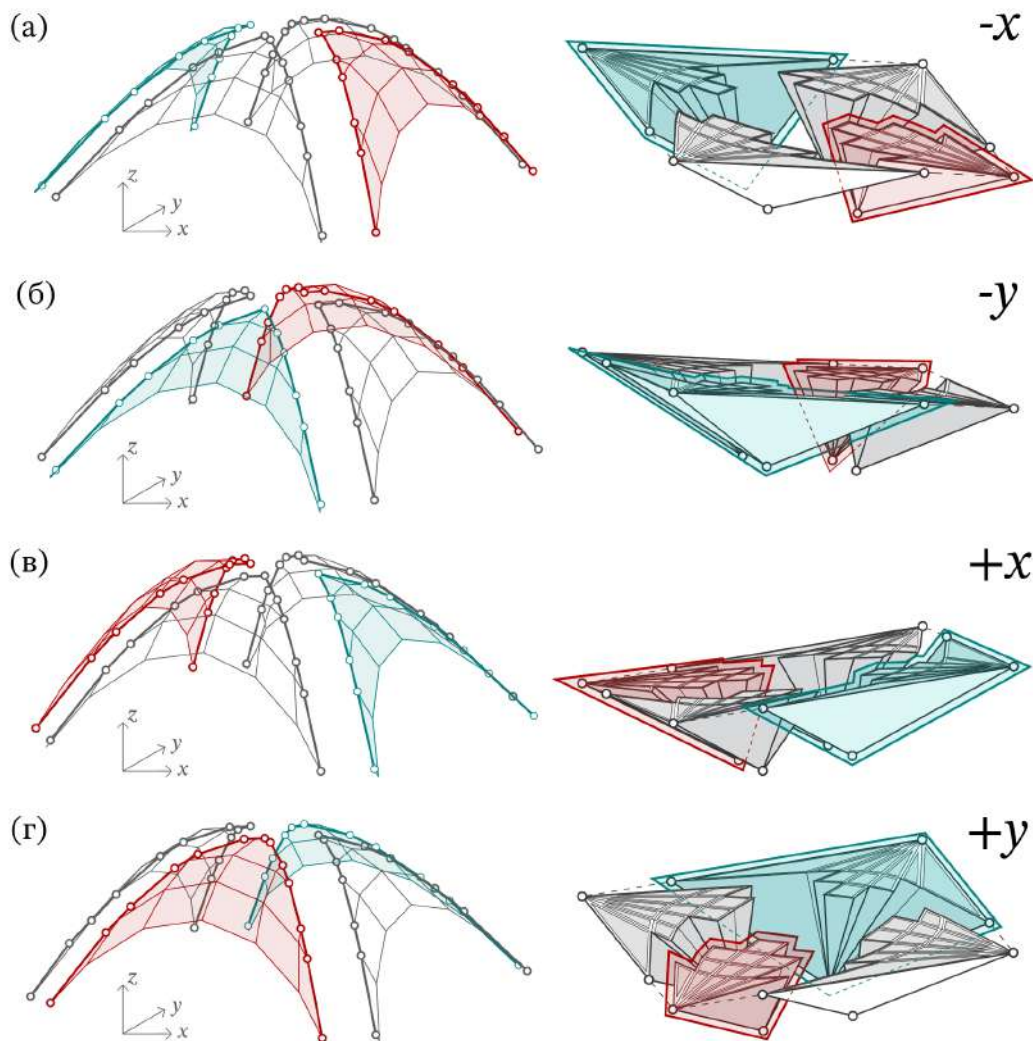
По поделбата на тродимензионалниот дијаграм на сили на поединечни полиедарски делови, секој од нив се дополнува со полиедри што ги претставуваат силите што се пренесуваат преку пресечените сегменти на потисната мрежа, со што се воспоставува целосен и независен тродимензионален дијаграм на сили за секој сегмент од разгледуваните потисни мрежи. На Слика 3.30 се прикажани дијаграмите на сили добиени по извршената поделба, при што секој од нив е прикажан заедно со својата реципрочна потисна мрежа. Секој од овие дијаграми ја опишува распределбата на силите што одговара на соодветниот сегмент од потисната мрежа, при што се задржува реципрочната врска помеѓу геометријата на мрежата и нејзиниот тродимензионален дијаграм на сили. На овој начин се добива систем на меѓусебно зависни дијаграми на форма и дијаграми на сили, кои иако се геометриски одвоени, ја задржуваат својата реципрочна врска и овозможуваат независно разгледување на секој сегмент од потисните мрежи и на силите што се пренесуваат низ него.



Слика 3.30: Тродимензионални дијаграми на сили добиени со поделба на иницијалниот дијаграм и нивните реципрочни потисни мрежи.

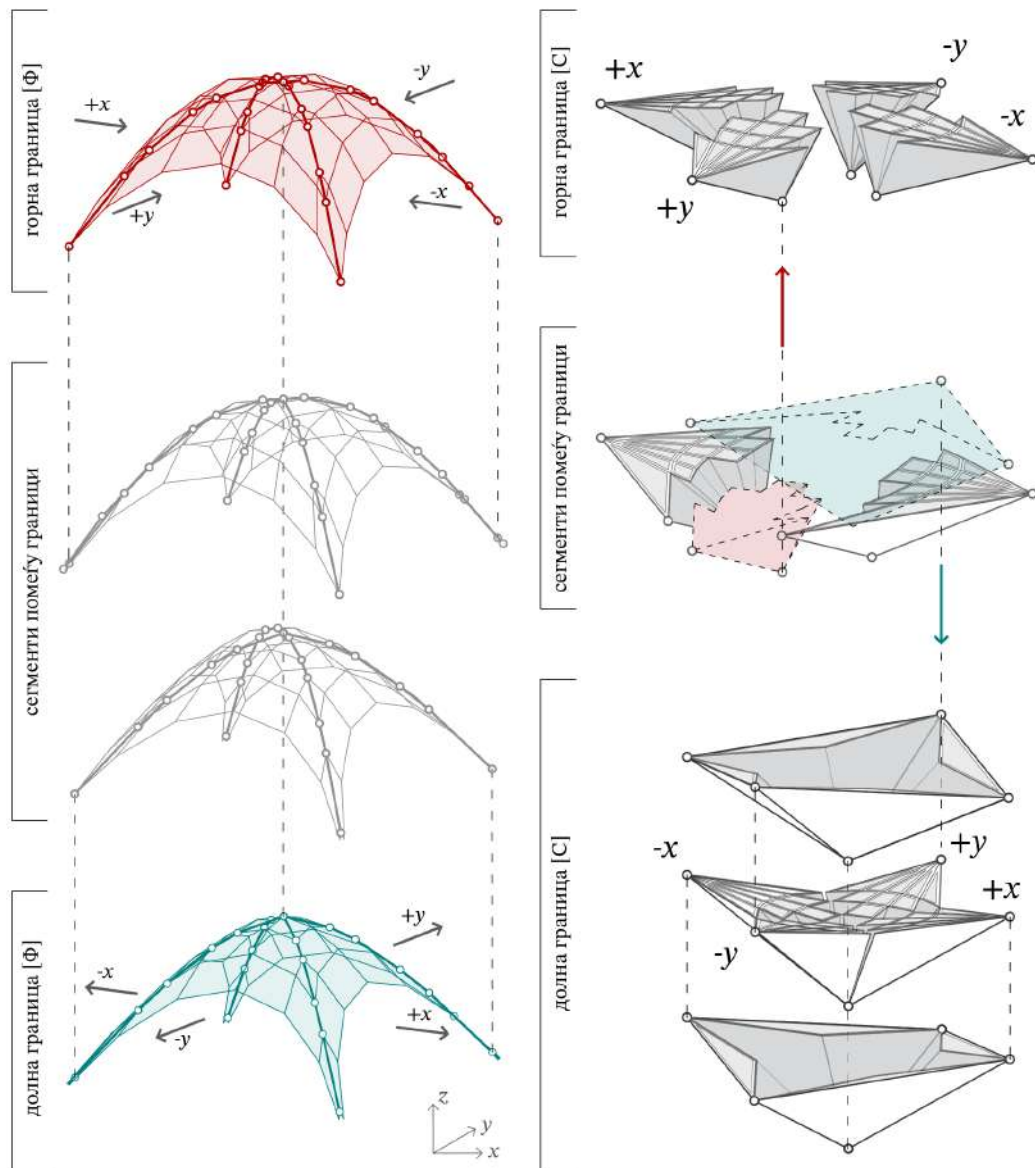
На Слика 3.31 се прикажани поделените тродимензионални дијаграми на сили за четирите разгледувани случаи на хоризонтално дејство, заедно со нивните реципрочни потисни мрежи. Поделбата на дијаграмите на сили резултира со соодветна поделба на потисните мрежи, при што секоја од мрежите се разделува на четири сегменти долж линиите на нивниот меѓусебен пресек. Секој од поделените дијаграми на сили на тој начин дефинира четири сегменти на соодветната потисна мрежа, при што два од овие сегменти се појавуваат како гранични сегменти што ја дефинираат горната и долната

граница на системот.



Слика 3.31: Подлеба на потисни мрежи и соодветни дијаграми на сили дефинирани при дејство на вертикален и пропорционален хоризонтален товар: (а) во насока $-x$, (б) во насока $-y$, (в) во насока $+x$ и (г) во насока $+y$

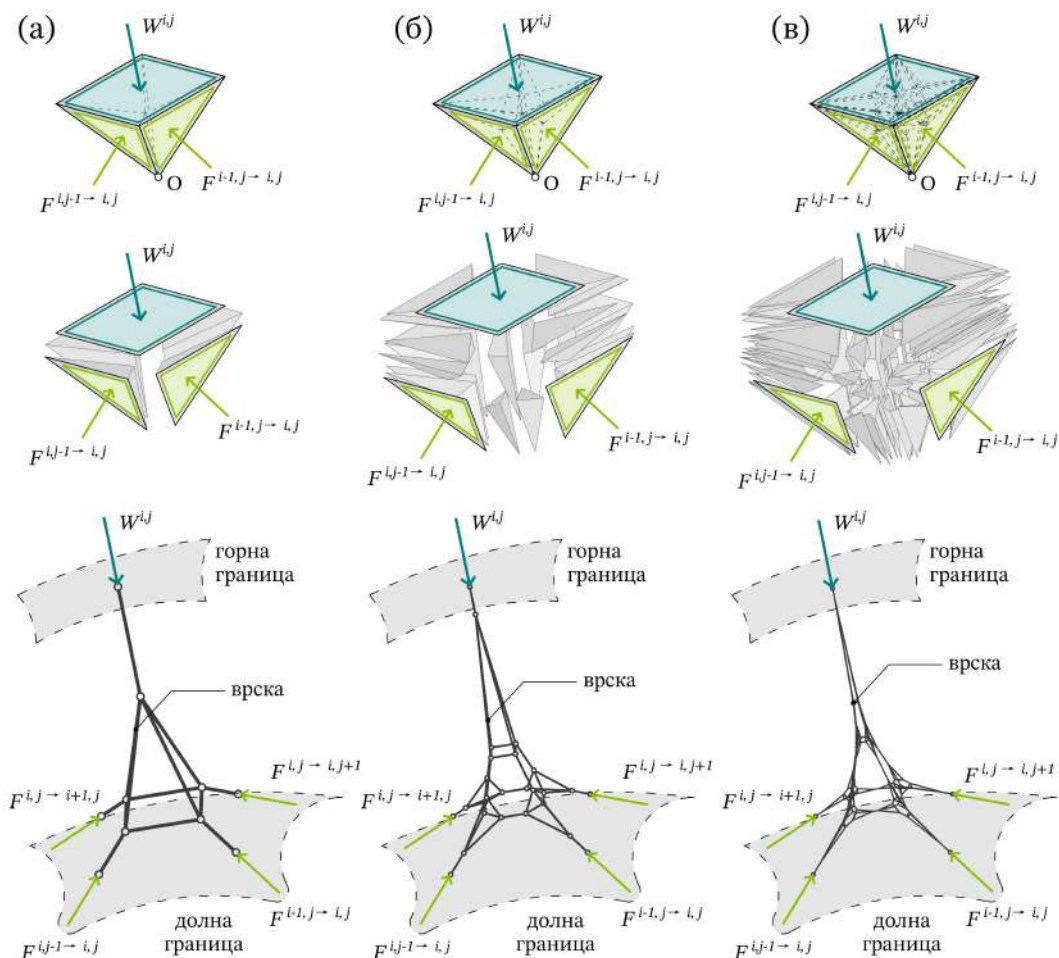
На **Слика 3.32** сегментите добиени од поединечните потисни мрежи се групирани според нивната улога во формирањето на граничната форма на системот. Сегментите што ја дефинираат горната и долната граница се поврзуваат долж линиите на нивниот меѓусебен пресек, со што се формираат граничните линии на системот, додека преостанатите сегменти се наоѓаат помеѓу нив. Соодветно на ова групирање на сегментите на потисните мрежи се групираат и соодветните делови од тродимензионалниот дијаграм на сили, со што се добиваат дијаграмите што ја дефинираат горната и долната граница на системот.



Слика 3.32: Дефинирање на дијаграм на сили на горна и долна граница

Методот применет при дефинирање на врските помеѓу горната и долната граница на потисната мрежа се заснова на истите принципи што се применети при дефинирање на формата на лаците, при што основната постапка се темели на внатрешна поделба на дијаграмот на сили. Додека кај лаците оваа поделба се спроведува во рамнината на полигон на сили и резултира со формирање на затворени конвексни полигони кои ја определуваат геометријата на линијата на потисок, кај тродимензионалниот случај истата логика се применува врз внатрешниот волумен на тродимензионалниот дијаграм на сили, при што поделбата доведува до формирање на конвексни полиедри кои ја определуваат геометријата на соодветната потисна мрежа. Како и во рамнинскиот случај, периферните лица на дијаграмот на сили мора да останат непроменети за да се запазат зададените гранични услови и надворешната статичка рамнотежа, додека внатрешната поделба на дијаграмот овозможува дефинирање на различни конфигурации на формата кои ги задоволуваат истите услови на рамнотежа. Со тоа, аналогно на постапката применета кај лаците, внатрешната поделба на дијаграмот на сили овозможува разгранување на формата на потисната мрежа на поединечни сегменти, при што нивната големина и распоред можат да бидат контролирани во процесот на дефини-

рање на формата, со цел да се воспостави соодветна врска помеѓу горната и долната граница на системот, Слика 3.33. Поделбата може да се спроведе во повеќекратно, при што иницијалниот полиедар на сили најнапред се дели на поединечни полиедарски делови Слика3.33 (а), а потоа и новоформираните полиедри можат повторно да подлежат на понатамошна поделба по истиот принцип Слика3.33 (б-в). На овој начин се добива постепено разгранување на потисната мрежа на помали сегменти, со што се воспоставува соодветна врска помеѓу горната и долната граница на системот.



Слика 3.33: Поделба на полиедар од дијаграм на сили со цел формирање на врска помеѓу долната и горната граница: (а) иницијална поделба; (б) второстепена поделба и (в) трестостепена поделба

3.5 Споредба на резултати добиени со тродимензионална графичка статика и динамичка релаксација

3.5.1 Влезни параметри и гранични услови

Со цел да биде спроведена споредбена анализа на резултатите кои се генерираат применувајќи го методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација, разгледани се потисните мрежи дефинирани со примена на двата методи. При тоа, за да се избегне влијанието на различни почетни конфигурации, двете потисни мрежи се дефинирани врз иденична тополошка поставеност, составена од 100 јазли поврзани со 180 рабови во правилна геометриска мрежа 10×10 , при што крајните јазли во четирите агли кои ги претставуваат лежишта на системот се моделирани како неподвижни.

Динамичката релаксација применета во истражувањето е спроведена со палета на алатки имплементирани во Grasshopper, Kangaroo, развиена од Piker [109], која претставува модифицирана варијанта на алгоритам на динамичка релаксација, формулирана како дискретизација на континуиран модел во конечен број маси, наречени материјални точки, поврзани со совршено еластични пружини. Имено, динамичката релаксација е нумерички метод базиран на решавање збир на нелинеарни равенки, при што во секоја итерација се пресметуваат сумите на сили во материјалните точки, јазлите, при што со нивното намалување мрежата постепено се приближува кон состојба на статичка рамнотежа. Аналогно на методот на Verlet [110] кој се користи за интегрирање на вториот Њутнов закон низ времето [42], динамичката релаксација за зададениот товар го следи движењето на мрежата, при што аксијалните сили во елементите и реакциите во лежиштата ја определуваат насоката и големината на последователното поместување, а итеративниот процес се повторува сè додека определување на координати на јазлите што ја дефинираат конфигурацијата на мрежата која соодветствува на статичка рамнотежа за зададениот вертикален товар при зададените ограничувања.

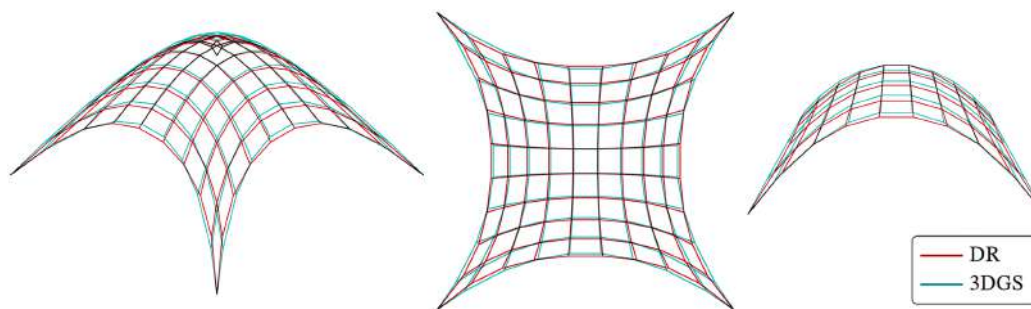
Тродимензионалната графичка статика применета во истражувањето е имплементирана преку, палета на алатки имплементирани во Grasshopper, PolyFrame, преку која е овозможено конструирање на тродимензионален дијаграм на сили и реципрочен дијаграм на форма согласно принципите на тродимензионалната графичка статика [32]. Полидеарскиот дијаграм на сили, дефиниран преку просторните ориентации и големините на неговите полигони, ги претставува нападните линии и интензитетите на надворешните товари, како и аксијалните сили во елементите и реакциите во лежиштата. Од друга страна дијаграмот на форма ја дефинира потисната мрежа, која преку условите на реципрочност е геометриски поврзана со полиедарот на сили, имајќи предвид дека секој полигон од полиедарот на сили има реципрочен раб во потисната мрежа, нормално поставен на неговата ориентација. Дефинирањето на рабовите се спроведува преку итеративен процес за определување на местоположбата на јазлите, сè додека помеѓу полиедарот на сили и потисната мрежа не биде воспоставена целосно усогласена реципрочност, односно сè додека не биде постигнато секој раб да е нормален на соодветниот полигон, со што системот ја достигнува конфигурацијата која ги задоволува зададените статички и геометриски услови.

Мрежата на потисок дефинирана со тродимензионална графичка статика е генерирана преку полигон на резултанта дискретизиран на 100 сегменти, применувајќи ротирани внатрешни полигони за дефинирање на нападните линии кои соодветствуваат на сите јазли, вклучително и четирите лежишта. Целокупната форма на дијаграмот ги определува реакциите во лежиштата и насоките на надворешните товари, додека внатрешните сили во мрежата се определуваат преку внатрешна поделба на полиедарот на

сили. Местоположбата на полот во дијаграмот на сили, преку кој се контролира висината на мрежата на потисок, е дефинирана преку односот помеѓу висината и распонот, односно усвоен е сооднос $h/L = 1/2$.

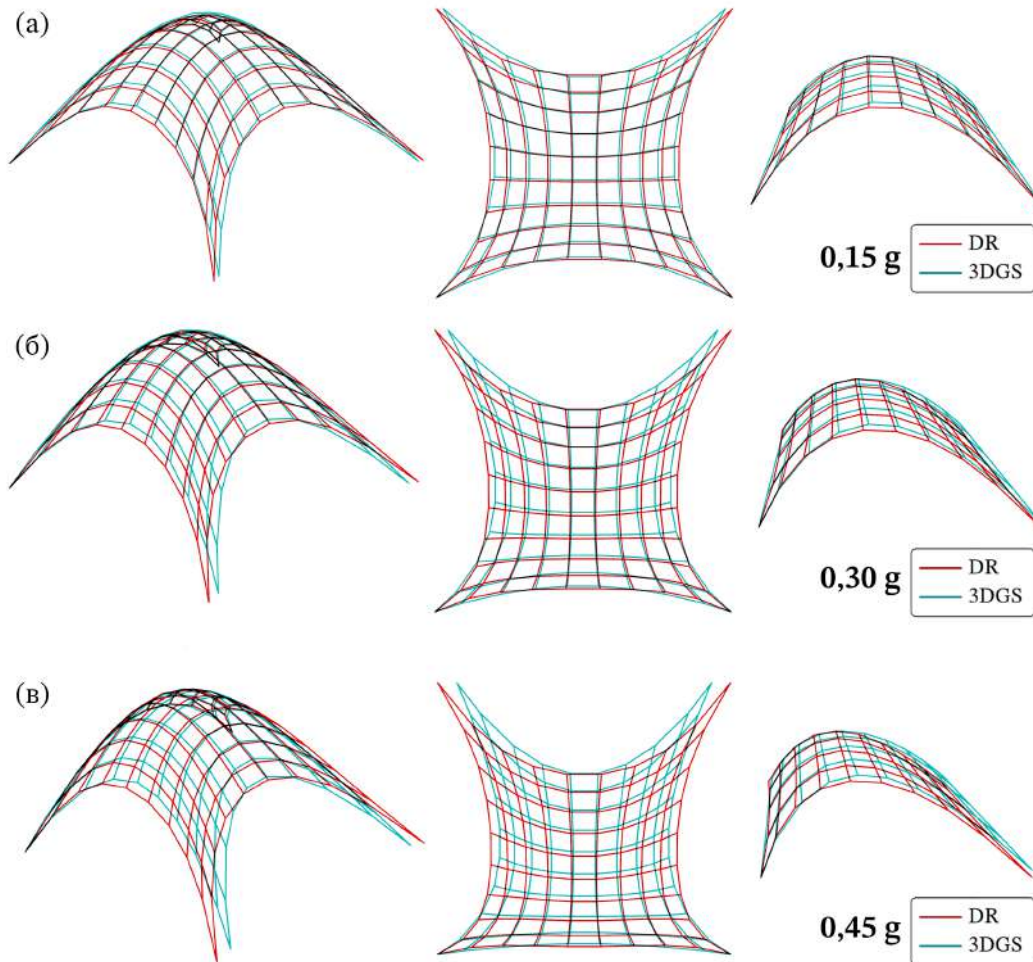
Динамичката релаксација, топологијата на мрежата ја третира како влезен периметар, врз основа на кој се генерираат јазлите и рабовите преку кои се определува мрежата на потисок. При дефинирањето на надворешните товари кај динамичката релаксација во сите јазли од мрежата се нанесува товар со ист интензитет, за разлика од тродимензионалната графичка статика, кај која во секој јазол се дефинираат конкретни товари преку дискретизација на полигонот на резултантата. При тоа секој раб е моделиран како пружина, дефинирајќи систем на материјални точки и пружини, при што контролата на соодносот помеѓу конечната висина на мрежата и распонот се постигнува преку двата параметри, референтна должина и коефициент на еластичност, засекој пружински елемент. Референтната должина, како параметар, ја дефинира геометриската состојба кон која тежнее пружината во процесот на релаксација, односно дали елементот има тендиција на издолжување или скратување, додека преку коефициентот на еластичност се определува чувствителноста на елементот на геометриски промени. Двата параметра се итеративно поврзани, со цел определување мрежа со геометрија најблиска до геометријата дефинирана со методот на графичка статика, запазувајќи го претходно дефинираниот сооднос помеѓу висината и распонот, $h/L = 1/2$.

Во првичната анализа споредени се потисните мрежи на лушпа определени исклучиво при дејство на вертикален товар дефинирани со примена на двете разгледувани методи, **Слика 3.34**, при што дијаграмот на сили дефиниран со примена на графичка статика е конструиран применувајќи ја постапката дефинирана во точка 3.2.2, додека методот на динамичка релаксација е применет преку стандардна итеративна постапка за постигнување статичка рамнотежа.



Слика 3.34: Потисини мрежи на лушпа дефинирани со примена на методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар

Во понатамошната анализа, користејќи ја истата тополошка поставеност и идентичната софтверска имплементација, генерирани се потисните мрежи на лушпа при дејство на комбиниран константен вертикален товар и хоризонтален товар со три интензитети на хоризонталната компонента од 0,15g, 0,30g и 0,45g, со примена на двата разгледувани метода, **Слика 3.35**. Моделирањето на дијаграмот на сили за комбиниранот товарен случај, при имплементација на методот на тродимензионална графичка статика, е спроведено согласно постапката дефинирана во точка 3.4.2, додека при примена на кај методот на динамичка релаксација, комбиниранот товарен случај е воведен нанесувајќи соодветен пар од вертикална и хоризонтална сила со пропорционални интензитети во сите јазли на мрежата.



Слика 3.35: Потисини мрежи на лушпа дефинирани со примена на методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација при дејство на константен вертикален товар и хоризонтален товар со интензитет: (а) 0,15g; (б) 0,30g; (в) 0,45g

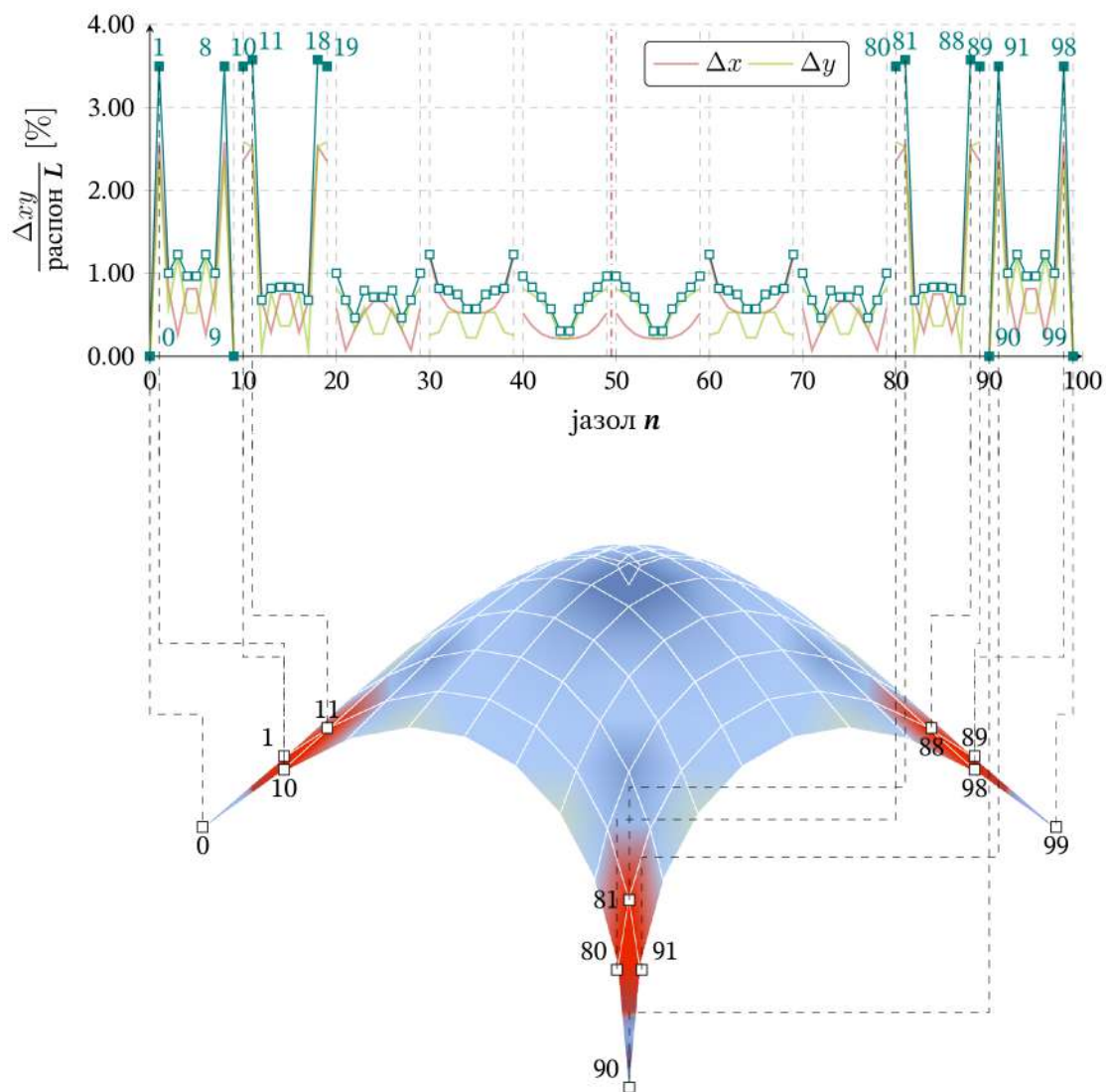
3.5.2 Споредба на геометријата на фуникуларна и релаксирана мрежа

Со цел да бидат идентификувани сегментите каде релаксираната форма на мрежата се поклопува со фуникуларната форма, како и да се идентификуваат сегментите каде има до поголеми отстапувања од разликите помеѓу двата методи на дефинирање на потисната мрежа, спроведена е споредбена анализа на геометриите помеѓу потисните мрежи дефинирани со методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација. Истата е спроведена дефинирајќи ги разликите на координатите на соодветните јазли определени со двете методи, при што со разликите Δx , Δy и Δz се дефинира отстапувањето помеѓу координатите, со вкупно хоризонтално отстапување $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$, изразено како процент од распонот и вкупно вертикално отстапување Δz , изразено како процент од висината, независно од размерот на моделот. Со цел да биде согледана стабилноста и карактерот на образецот на отстапувања, а при тоа да не биде воспоставена директна апсолутна споредба помеѓу различните интензитети на товарот, анализата на геометриските разлики е направена за секој поединечен товарен случај.

3.5.2.1 Хоризонтални разлики во положбата на јазлите

Спроведената споредбена анализа при дејство на исклучиво вертикален товар, покажува дека највисоките вредности се концентрирани во зоните на лежиштата, додека

во останатиот дел од мрежата тие остануваат значително пониски и релативно рамномерно распределени. Вкупното хоризонтално отстапување помеѓу двете потисни мрежи во зоната на лежиштата изнесува 3,575%, **Слика 3.36**, со поединечни компоненти $\Delta x = 2,585\%$ и $\Delta y = 2,352\%$, при што во самите лежишта не се јавува отстапување, а во централниот дел вкупното хоризонтално отстапување е 0,30%, со поединечни компоненти $\Delta x = 0,216\%$ и $\Delta y = 0,225\%$.



Слика 3.36: Вкупно хоризонтално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на распон L; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки

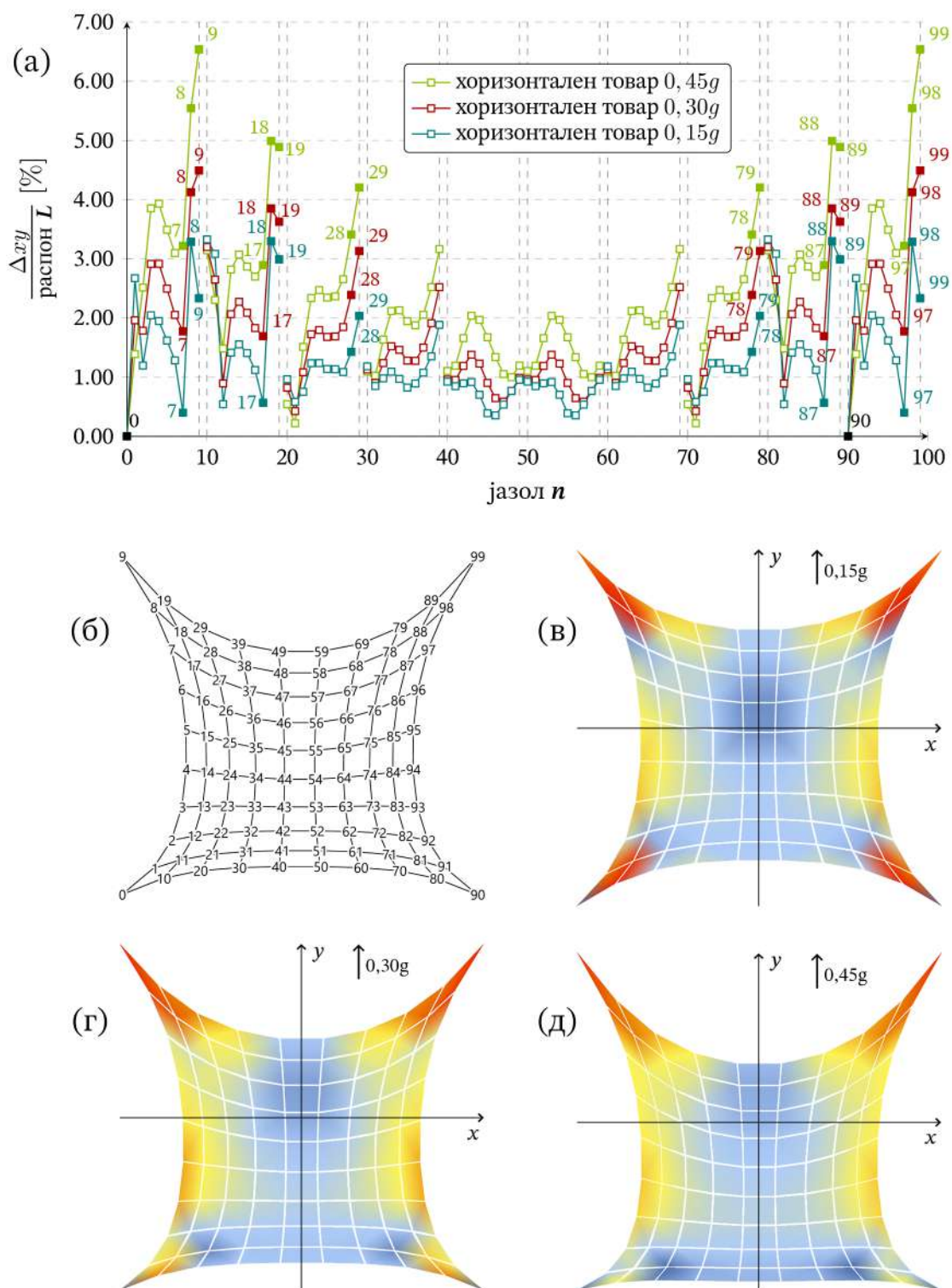
Од анализата на резултатите може да се заклучи дека разликите во вкупното хоризонтално отстапување на положбата на јазлите помеѓу двете потисни мрежи произлегуваат пред сè од различниот пристап на поврзување на аксијалната сила со конечната должина на рабовите на мрежата. Имено, во методот на графичка статика должината на секој раб е геометриски определена преку соодносот помеѓу дијаграмот на форма и дијаграмот на сили, останувајќи независна од интензитетот на пренесената сила, додека во методот на динамичка релаксација, рабовите се моделирани како пружини чие издолжување е пропорционално на големината на аксијалната сила, која во зоните на лежиштата има најголем интензитет, што доведува до појава на најизразени разлики

во нивната должина. Предизвиканите издолжувања доведуваат до промена на положбата на локалните јазли во споредба со решението генерирано применувајќи го метод на графичка статика, доведувајќи до најголеми хоризонтални отстапувања Δx и Δy во крајните делови од распонот, и речиси идентична геометрија на двете мрежи во средишниот дел каде аксијалните сили се помали проследени со минимални издолжувања.

Од анализата на резултатите за вкупното хоризонтално отстапување определено при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар може да се заклучидека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до зголемување на разликите помеѓу потисните мрежи определени со примена на двата метода, како и појава на разлики и во периферните делови на мрежата и во самите лежишта. При тоа за сите разгледувани товарни случаи, воведувањето на хоризонталната компонента на товарот резултира со асиметрична распределба на отстапувањата вдоль u -правецот, при што најголемите разлики се концентрирани во горната половина на мрежата.

При дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g, најголемото вкупно отстапување од 3,287% се јавува во зоната на лежиштата, со доминантен придонес на компонентата $\Delta y = 3,163\%$, наспроти отстапувањето на компонентата $\Delta x = 0,896\%$, **Слика 3.36 (а)**. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар на 0,30g доведува до поместување на најголемото вкупно отстапување од 4,493% во самото лежиште, со доминантна компонента $\Delta x = 4,493\%$ и минимално отстапување $\Delta y = 0,001\%$. Истата тенденција се задржува и при хоризонтален товар со интензитет од 0,45g, при што најголемото вкупно отстапување од 6,538% повторно е концентрирано во лежиштето, со соодветни компоненти $\Delta x = 6,538\%$ и $\Delta y = 0,001\%$.

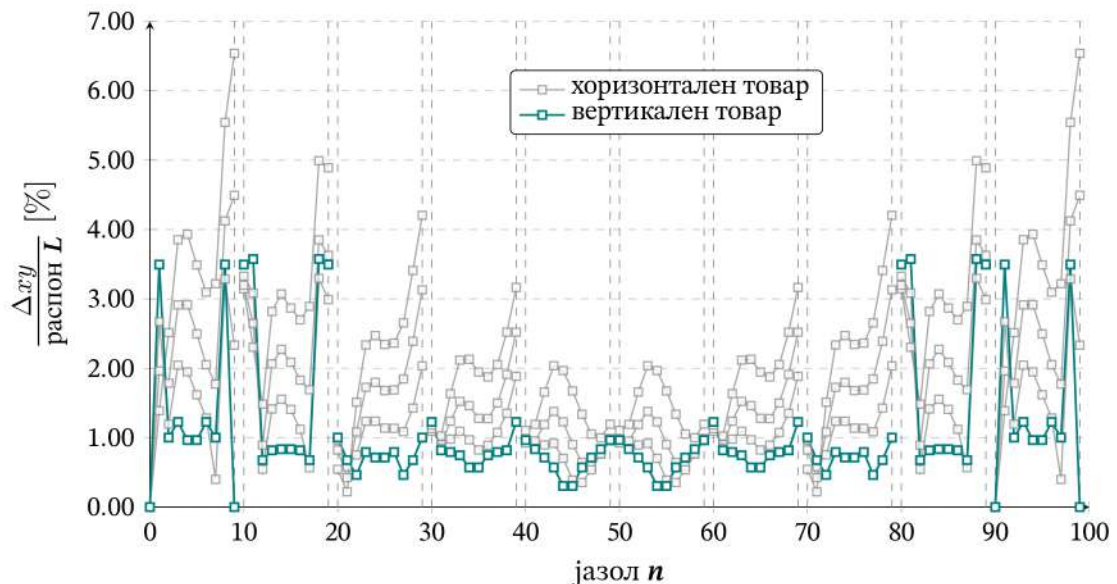
Анализата на резултатите за просторната распределба на разликите покажува дека максималните вредности се појавуваат во зоните на лежиштата и периферните делови на мрежата, додека во централниот дел тие остануваат пониски и порамномерно распределени. Разликите со средни вредности во периферијата на мрежата произлегуваат од начинот на кој методот на динамичка релаксација ја поврзува должината на рабовите со интензитетот на аксијалните сили, при што зголемените хоризонтални компоненти резултираат со дополнителни издолжувања на пружинските елементи и поизразени поместувања на јазлите во споредба со потисната мрежа дефинирана со примена на методот на графичка статика.



Слика 3.37: Вкупно хоризонтално отстапување помеѓу соодветни јазли определено со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на распон L ; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g

Во споредба со товарен случај со исклучиво вертикален товар, воведувањето и зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар резултира со суштинска промена во просторната локација на критичните разлики, поместувајќи ги во самите лежишта, со што се рефлектира различната интерпретација на граничните услови кај двата применети метода. Динамичката релаксација лежиштата ги третира како идеално неподвижни крути точки, додека тродимензионалната графичка статика дозволува нивно поместување, со цел постигнување на рамнотежа и реципрочност на целиот систем. И покрај тоа, најголем број на критични јазли со кои се дефинира границата на формата се јавуваат на исти позиции при примена и на двата метода, при што целокупната форма на потисната мрежа останува геометриски усогласена, со локализирани разлики, условени од различниот третман на лежиштата и начинот на кој методот на динамичка релаксација ја поврзува должината на рабовите со интензитетот на аксијалните сили.

Споредбата на резултатите определени за дејство на исклучиво вертикален товар со резултатите определени за комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар покажува јасна разлика во интензитетот и просторната распределба на вкупното хоризонтално отстапување, **Слика 3.38**. При дејство на вертикален товар, отстапувањата се ниски и во најголем дел рамномерно распределени вдоль распонот, со локални максимуми ограничени на зоните на лежиштата. Воведувањето на хоризонталната компонента доведува до зголемување на максималните вредности на Δx и Δy , со поизразени отстапувања во периферните делови на мрежата и асиметрична распределба вдоль u -правецот, со доминантна половина ориентирана во насока на дејство на хоризонталниот товар. Во однос на дејството на исклучиво вертикален товар, кај комбинираниот случај најзначајната разлика се манифестира преку непоклопување на позициите на лежиштата, додека геометријата на потисната мрежа во внатрешноста на распонот останува во голема мера усогласена при примена на двата метода.



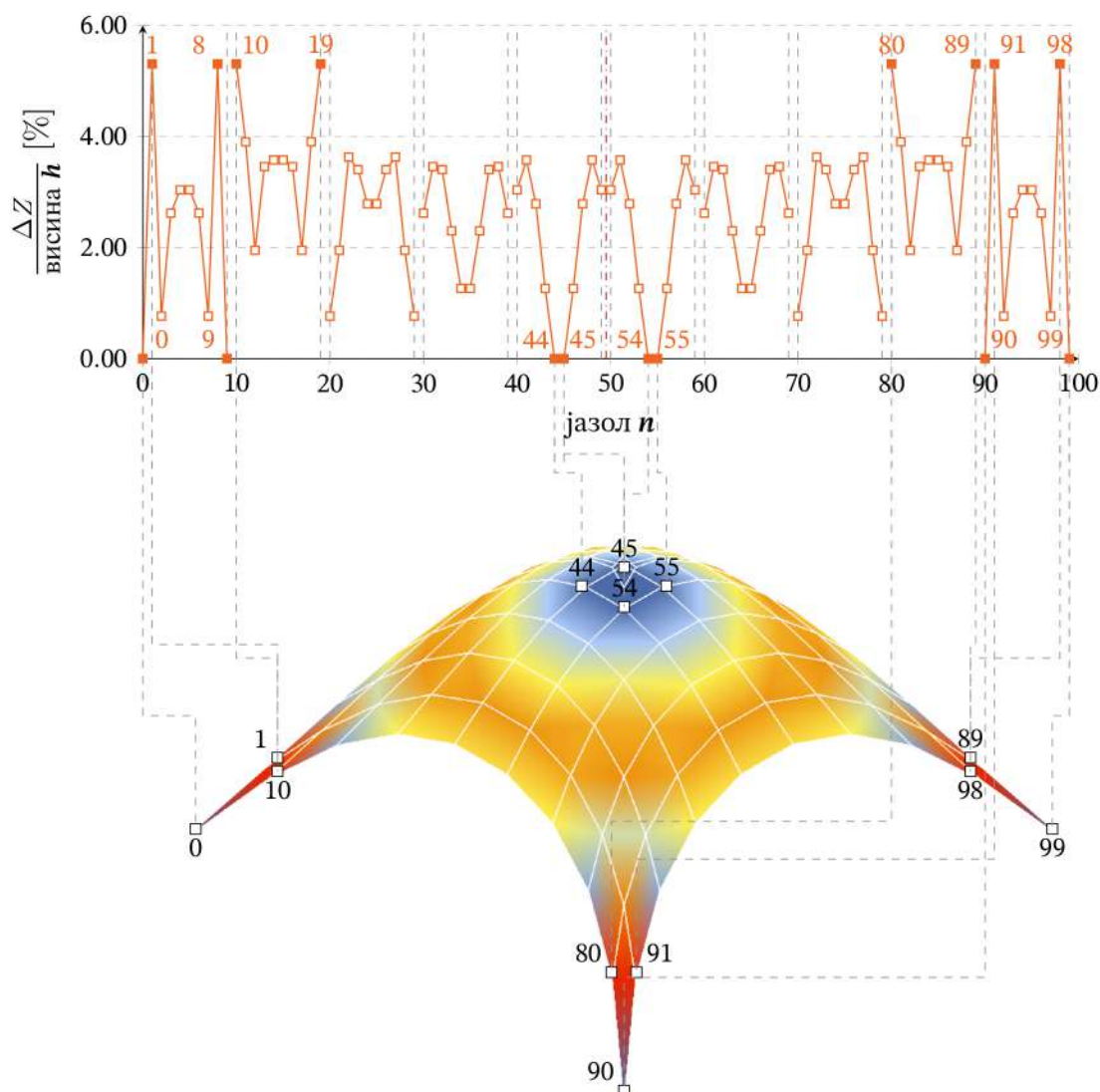
Слика 3.38: Вкупно хоризонтално отстапување на положбата на јазли помеѓу потисни мрежи добиени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар споредено со комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар

Може да се констатира дека максималните вкупни хоризонтални отстапувања, и при дејство на исклучиво вертикален товар и при комбиниран товар, се концентрирани во зоните на лежиштата, при што воведувањето на хоризонталната компонента

резултира со дополнителни отстапувања во периферните делови на мрежата, додека разликите во централниот дел остануваат ниски и порамномерно распределени, укажувајќи на високо ниво на геометриско поклопување помеѓу потисните мрежи генерирани со примена на двата метода.

3.5.2.2 Вертикални разлики во положбата на јазлите

Споредбената анализа, во однос на вкупното вертикално отстапување помеѓу двете потисни мрежи при дејство на исклучиво вертикален товар, **Слика 3.39**, покажува поинаква распределба на однос на вкупното хоризонтално отстапување. Вкупните вертикални отстапувања на координатите на јазлите покажуваат јасно изразена девијација по целиот периметар на мрежата. Најголемите вредности на вкупното вертикално отстапување, определени во однос на максималната висина на потисната мрежа, $\Delta z = 5,307\%$ се сконцентрирани во зоните околу лежиштата, додека во централниот дел, каде мрежата ја достигнува својата максимална висина, вертикалните разлики Δz се значително пониски и се движат во граници од 1,266% до 0,001%.



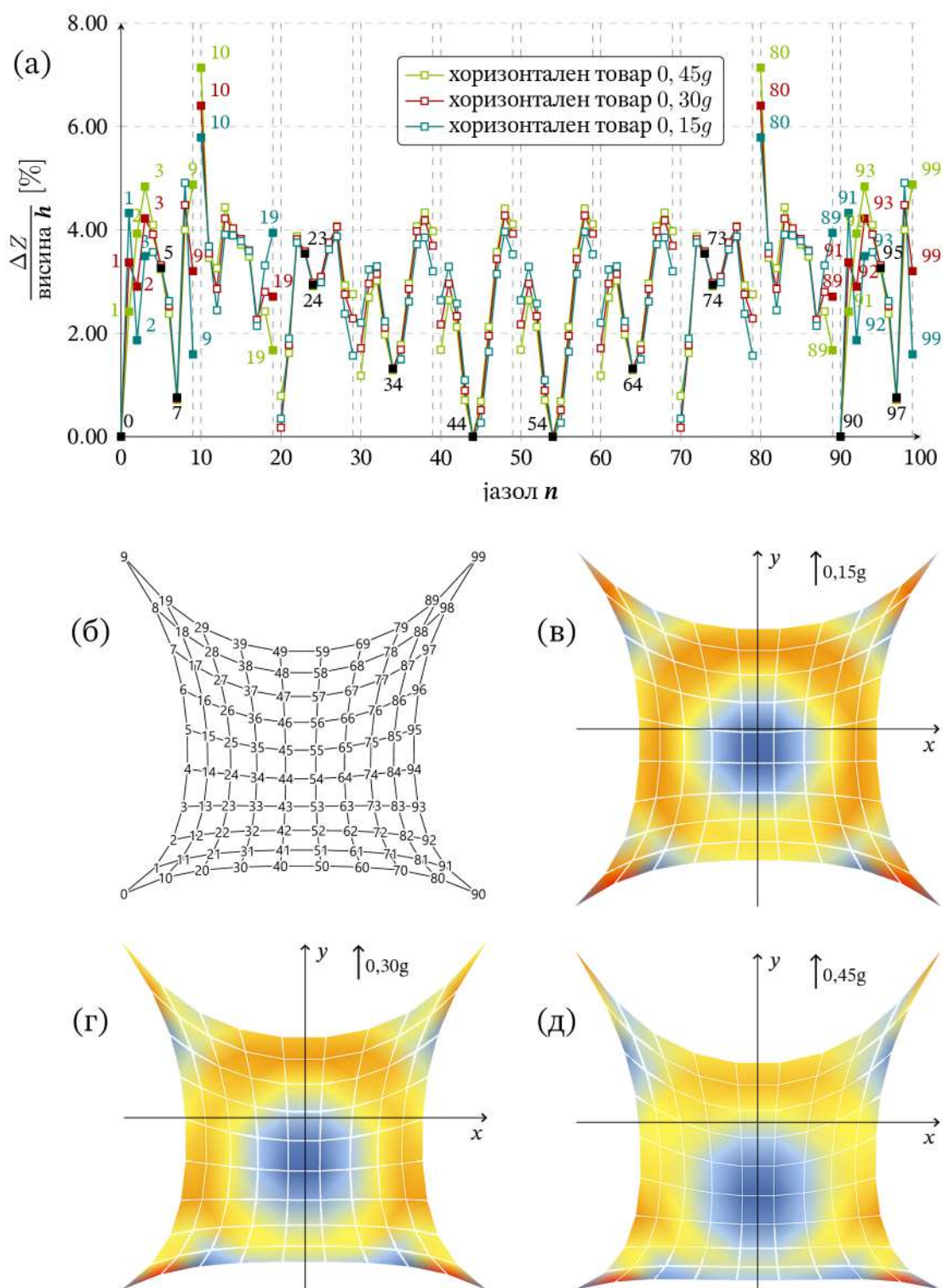
Слика 3.39: Вкупно вертикално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на максимална висина h ; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки

Може да се заклучи дека иако највисоките вредности на вкупното вертикално отстапување Δz се јавуваат во зоните во непосредна близина на лежиштата, овие разлики не се репрезентативни за реалната вертикална девијација на потисната мрежа, бидејќи произлегуваат од споредба на z -координатите во точки со различна позиција во x -рамнината. Спротивно на тоа, долж контурната линија, каде положбата на јазлите во хоризонталната рамнина е усогласена кај двата метода, се јавува карактеристична вертикална девијација од приближно 3,04%, која претставува стабилен образец и ја одразува разликата во закривувањето на профилот, при што потисната мрежа дефинирана со примена на методот на графичка статика покажува поплатка форма во споредба со подлабокиот профил добиен со методот на динамичка релаксација.

Резултатите за вкупното вертикално отстапување определени при анализа спроведена при дејство на комбиниран вертикален и хоризонтален товар кој е нанесен во позитивна насока на u -правецот, покажуваат дека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар нема значајно влијание на разликите помеѓу потисните мрежи определени со примена на двата метода, при што просторната распределба на разликите останува конзистентна за сите разгледувани случаи на хоризонтален товар, **Слика 3.40**. При тоа воведувањето на хоризонтална компонента на товарот резултира со асиметрична распределба на отстапувањата вдоль u -правецот, при што најголемите разлики се сконцентрирани во половината на мрежата која припаѓа на квадрантите со негативни u -координати.

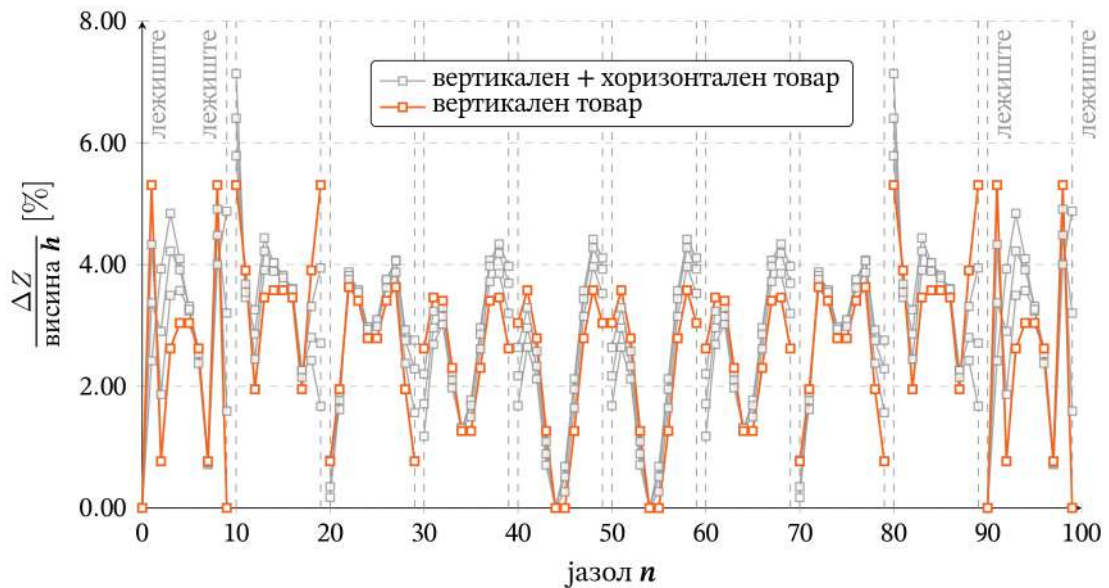
Може да се заклучи дека најголемите отстапувања се јавуваат кај јазлите 10 и 80, лоцирани на контурата на мрежата во зоните на лежиштата, без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар. При хоризонтален товар со интензитет од 0,15g, максималното вкупно вертикално отстапување изнесува $\Delta z = 5,787\%$, за хоризонтален товар со интензитет од 0,30g вкупно вертикално отстапување се зголемува на $\Delta z = 6,403\%$, додека при хоризонтален товар со интензитет од 0,45g достигнува $\Delta z = 7,136\%$, **Слика 3.40 (а)**. Во останатите јазли од потисните мрежи вертикалните отстапувања се значително помали и во најголем дел се движат околу 5%, со мали варијации при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар и речиси целосно поклопување на вредностите кај јазлите 0, 5, 7, 23, 34, 44, 54, 64, 73, 74, 90, 95 и 97 при различен интензитет на хоризонталниот товар.

Анализата на просторната распределба на вертикалните отстапувања покажува дека максималните вредности се појавуваат во зоните на лежиштата и во периферните делови на мрежата, додека во централниот дел се пониски. Може да се констатира дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, вертикалните разлики не се намалуваат, туку стануваат поизразено локализирани и концентрирани во ограничен број точки во зоните на лежиштата, **Слика 3.40 (в-д)**, што укажува на промена во карактерот на распределбата, но не и на нивниот вкупен интензитет.



Слика 3.40: Вкупно вертикално отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на максимална висина h ; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g

Споредбата на резултатите определени при дејство на исклучиво вертикален товар со резултатите определени при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар покажува дека разликите во големината и просторната распределба на вкупното вертикално отстапување Δz на положбата на јазлите остануваат релативно мали. Може да се заклучи дека воведувањето на хоризонтална компонента на товарот резултира со локални зголемувања, но и намалувања на вредностите, како и со асиметрична распределба во долж у-правецот, при што доминира половината ориентирана во насока на дејство на хоризонталниот товар, додека општиот просторен образец останува стабилен и во голема мера независен од интензитетот на хоризонталниот товар, **Слика 3.41**.



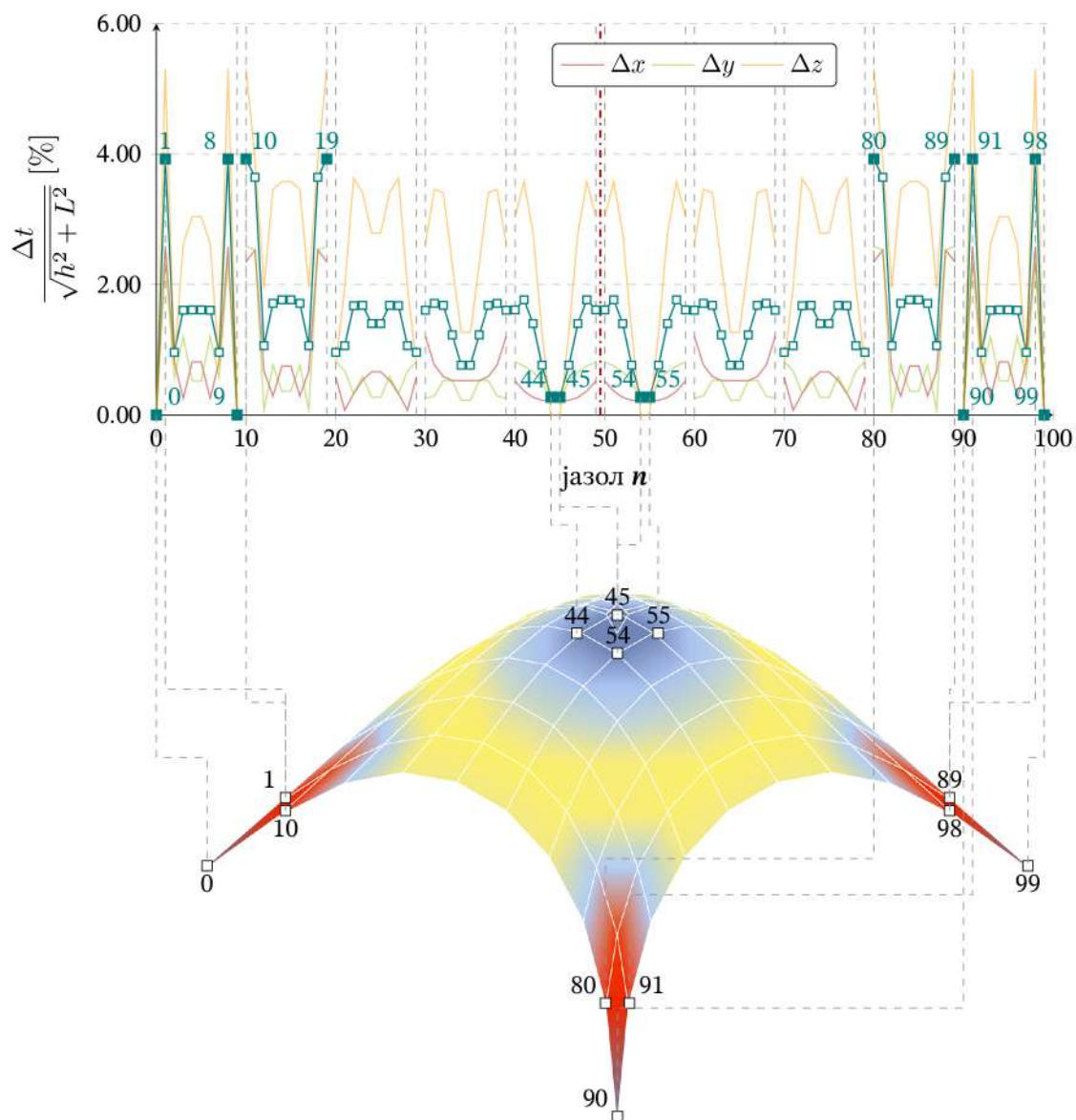
Слика 3.41: Вкупно вертикално отстапување на положбата на соодветни јазли помеѓу потисните мрежи определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар наспроти комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар.

Може да се констатира дека и при дејство на исклучиво вертикален товар и при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар се задржува истата општа просторна тенденција, при што највисоките вредности на вкупното вертикално отстапување Δz се јавуваат во зоните на лежиштата, но мора да се истакне дека карактерот на распределбата на определените вредности е различен. Имено, при дејство на исклучиво вертикален товар повисоките отстапувања се манифестираат како пошироко распределен образец по периферијата на мрежата, без изразена концентрација на драстично големи отстапувања во ограничен број точки, додека кај комбинираниот товарен случај, воведувањето на хоризонталната компонента резултира со поизразена локализација на екстремите и концентрација на најголемите вредности кај две од четирите лежиштата, како последица на асиметријата на системот. Оттука, иако општата просторна тенденција останува зачувана, комбинираниот товарен случај доведува до поконцентриран критичен одговор во мал број јазли, додека при исклучиво вертикален товарен случај разликите се порамномерно распределени.

3.5.2.3 Вкупни просторни разлики во положбата на јазлите

Врз основа на вкупните компонентни хоризонтални отстапувања Δx и Δy и вкупните вертикални отстапувања Δz , како евклидово растојание помеѓу соодветните јазли мрежите генерирани со примена на двете методи при дејство на исклучиво вертикален товар пресметани се вкупните просторни отстапувања во положбата на јазлите Δt ,

Слика 3.42. Со цел да биде согледано поединечното влијание на вкупните хоризонтални отстапувања и вкупното вертикално отстапување, вкупните просторни отстапувања Δt се разгледуваат преку придонесот на соодветните компоненти Δx , Δy и Δz . Во зоните на лежиштата, вкупните хоризонтални отстапувања достигнуваат вредности од $\Delta x = 2,585\%$ и $\Delta y = 2,352\%$, додека вкупното вертикално отстапување во истите точки изнесува $\Delta z = 5,307\%$. Во централната зона, вкупните хоризонтални отстапувања се значително пониски и изнесуваат $\Delta x = 0,216\%$ и $\Delta y = 0,225\%$, додека вкупните вертикални отстапувања Δz се намалуваат и се движат во опсег од 1,266% до 0,001%.

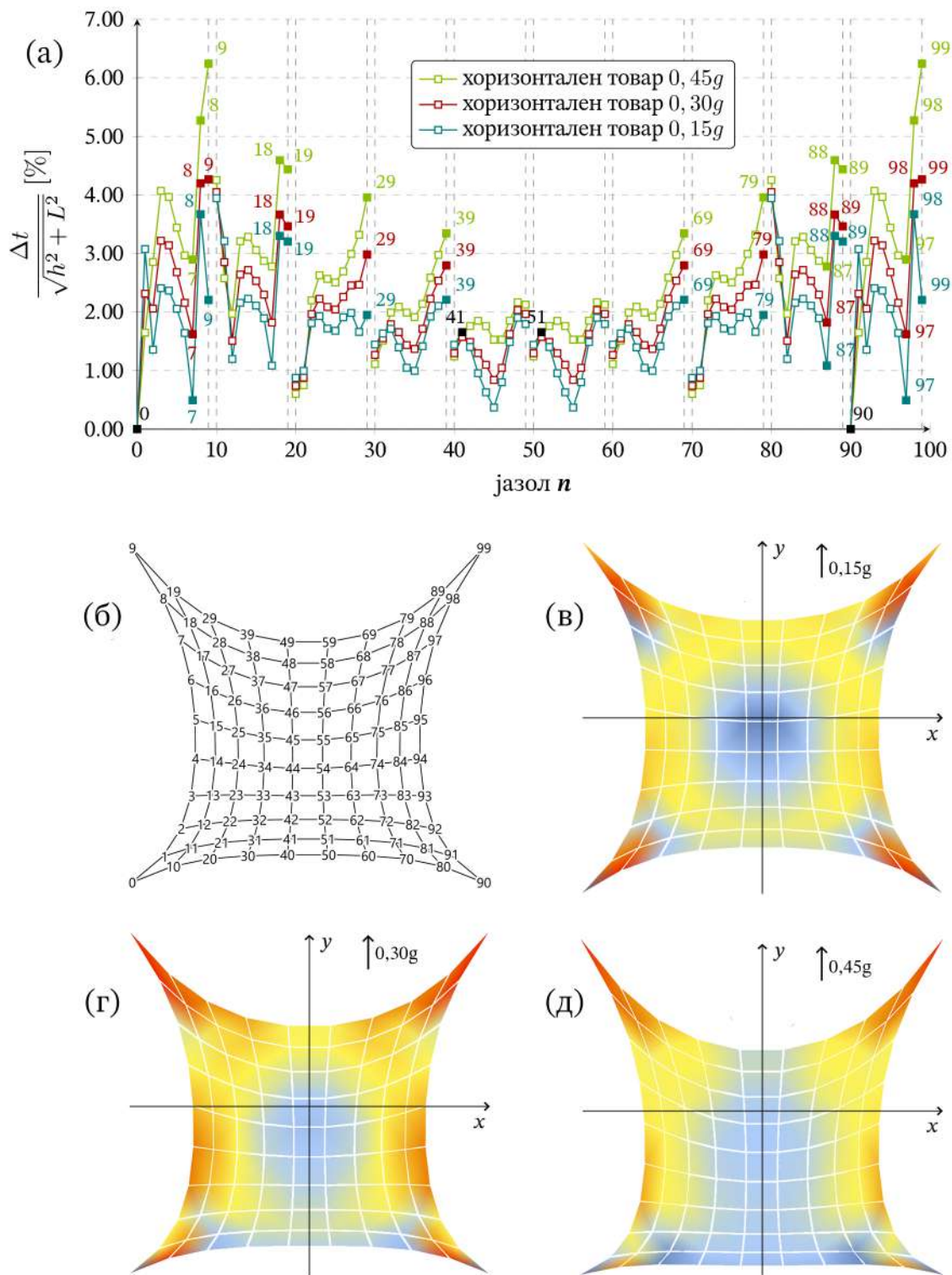


Слика 3.42: Вкупно отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален товар: (а) процентуална вредност во однос на нормализирано евклидово растојание; (б) скаларна мапа со анотација на критични точки

Од анализата на резултатите може да се заклучи дека вкупните вертикални отстапувања имаат доминантно влијание врз вкупното просторно отстапување на потисните мрежи генерирани со примена на двата метода при дејство на исклучиво вертикален товар, како резултат на нецелосно идентичното закривување на мрежите по нивната должина. Иако најголемите вредности на вкупното просторно отстапување Δt се појавуваат во зоните на лежиштата, овие разлики не претставуваат суштинско геометриско непоклопување, туку се резултат на благо поместување на положбата на поединечните јазли. Разгледувани како континуирани површини, двете потисни мрежи покажуваат високо ниво на геометриска конзистентност, при што разликите во геометрискиот профил се ограничени и во централниот дел на мрежата дополнително се сведени на минимум.

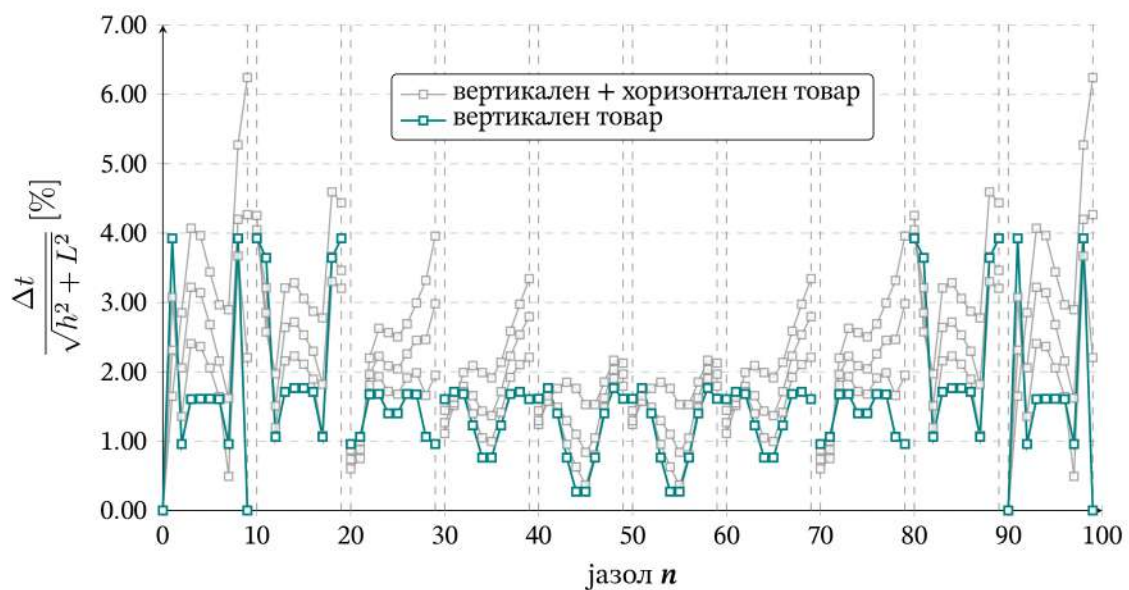
Од спроведената анализа при дејство на комбиниран вертикален и хоризонтален товар кој е нанесен во позитивна насока на u -правецот може да се констатира дека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар не доведува до суштинска промена на редоследот и релативната распределба на разликите помеѓу потисните мрежи добиени со примена на двата метода, при што максималните вредности на вкупното просторно отстапување Δt остануваат локализирани на исти позиции за сите разгледувани товарни случаи, **Слика 3.43 (а)**. Сепак, воведувањето на хоризонтална компонента на товарот резултира со јасно изразена асиметрична распределба на отстапувањата вдолж u -правецот, при што најголемите разлики се систематски концентрирани во половината на мрежата што припаѓа на квадрантите со негативни u -координати, односно во зоната спротивна на насоката на дејство на нанесениот хоризонтален товар, **Слика 3.43 (в–д)**.

При анализата на вкупните просторни отстапувања Δt , минималните и максималните вредности, како и просторната распределба на разликите, повторно треба да биде интерпретирана во рамки на секој поединечен товарен случај, имајќи предвид дека Δt претставува интегрална мерка која зависи од хоризонталните и вертикалните компоненти на отстапувањето. Иако најголемите поединечни вредности на вкупното просторно отстапување Δt се добиваат за хоризонталниот товар со најголем интензитет од 0,45 g, анализата на просторната распределба покажува дека при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,30 g зголемените вредности на Δt се јавуваат на значително поголем број јазли кои се порамномерно распределени по површината на мрежата, **Слика 3.43**. Оттука, може да се констатира дека за разлика од случајот при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45 g, кај кој зголемувањето на вкупното отстапување е доминантно локализирано во ограничен број критични зони, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30 g разликите помеѓу потисните мрежи имаат поизразен глобален карактер, без формирање на екстремно изразени локални пикови. Ваквата распределба на вкупните просторни отстапувања Δt резултира со визуелно поизразени повисоки вредности при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30 g, иако апсолутните максимуми се помали отколку при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45 g. Ова укажува на фактот дека ефектот на хоризонталниот товар врз вкупното просторно отстапување се манифестира преку промена на интензитетот и локалната изразеност на разликите во рамки на еден ист просторен образец, а не преку промена на нивната просторна распределба.



Слика 3.43: Вкупно отстапување помеѓу соодветни јазли определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација при дејство на вертикален и хоризонтален товар: (а) процентуална вредност во однос на на нормализирано еуклидово растојание; (б) нумерација на јазли; скаларна мапа за хоризонтален товар со интензитет од (в) 0,15g; (г) 0,30g; (д) 0,45g

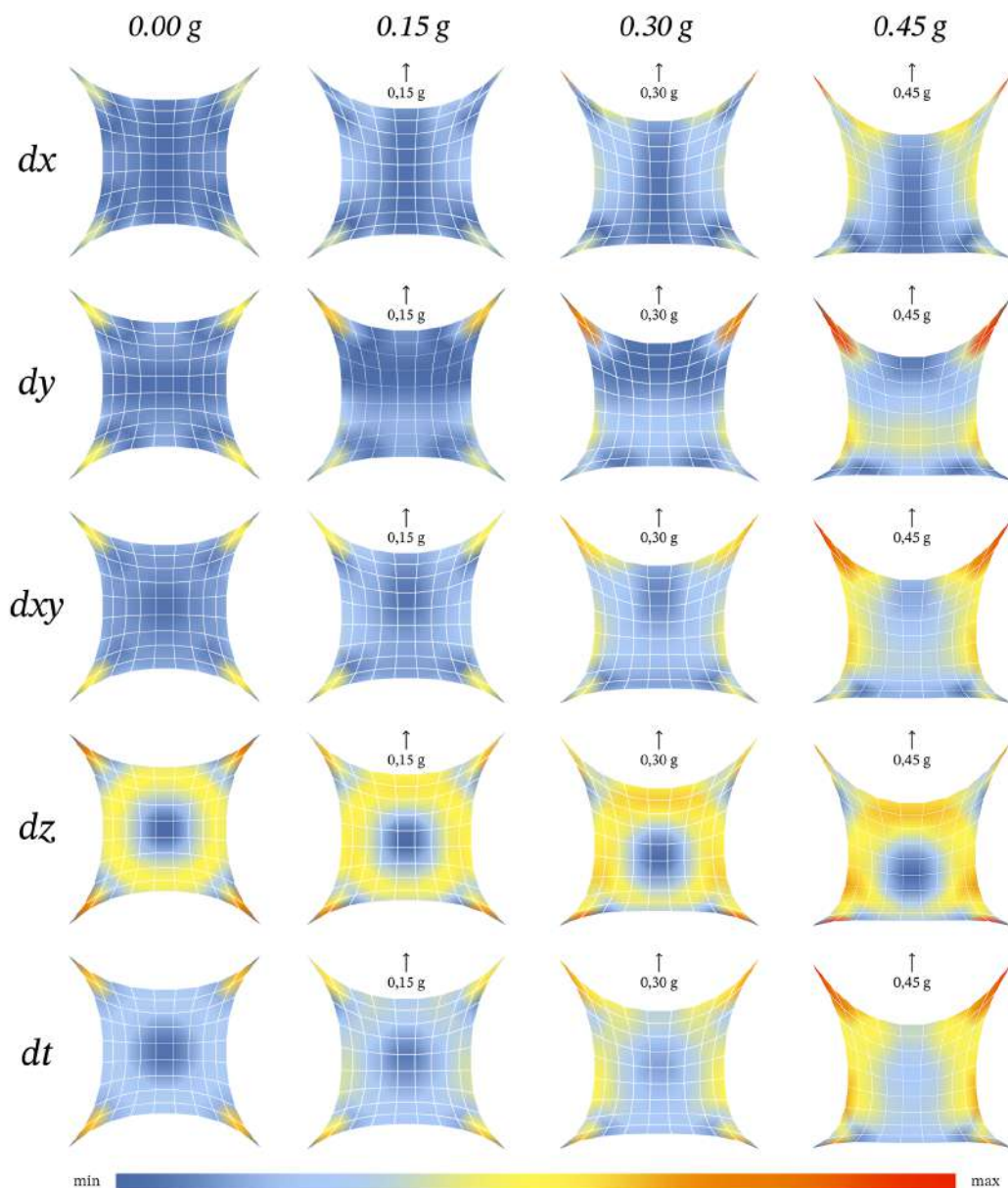
Споредбата на резултетите определени при дејство на исклучиво вертикален товар со резултетите определени при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар покажува ограничени и систематски разлики во големината и просторната распределба на вкупното отстапување Δt на положбата на јазлите. Воведувањето на хоризонтална компонента на товарот резултира со локални зголемувања, но и изолирани намалувања на вредностите, како и со асиметрична распределба вдоль у-правецот, при што доминира половината ориентирана во насока на дејство на хоризонталниот товар, додека општиот просторен образец на распределба останува релативно стабилен, **Слика 3.44**. Клучната разлика во однос на случајот при дејство на исклучиво вертикален товар се состои во појавата на отстапувања во самите лежишта и поизразени разлики вдоль контурната линија на мрежата, како директна последица на воведувањето на хоризонтална компонента на товарот.



Слика 3.44: Вкупно отстапување на положбата на соодветни јазли помеѓу потисните мрежи определени со метод на графичка статика и метод на динамичка релаксација, при дејство на исклучиво вертикален товар наспроти комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар

Анализата на вкупните просторни отстапувања Δt укажува на стабилен однос помеѓу резултатите определени со примена на двата метода, при што и при дејство на исклучиво вертикален товар и при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар се добиваат геометриски конзистентни потисни мрежи. Најголемиот дел од разгледуваниот домен се карактеризира рамномерно распределени вкупни отстапувања кои се движат во граници од 2% до 3%, додека повисоките вредности остануваат локализирани во ограничени зони кај лежиштата и периферијата на мрежата.

Дополнително на претходните анализи, во кои екстремните вредности на отстапувањата се разгледани во рамки на секој поединечен товарен случај, определените резултати се сумирани во скаларни мапи базирани на единствена заедничка референтна скала, дефинирана врз основа на сите разгледувани товарни случаи, **Слика 3.45**. Највисоките вредности се идентификуваат релативно во однос на глобалните екстрими на вкупното отстапување, со што е овозможена директна споредба на интензитетот и просторната појава на разликите помеѓу различните товарни случаи.



Слика 3.45: Скаларни мапи на компонентални и вкупни разлики за вертикални и хоризонтални товари

Може да се констатира дека при дејство на исклучиво вертикален товар, разликите помеѓу потисните мрежи добиени со примена на двата метода покажуваат симетрична просторна распределба во однос на координатните оски, како директна последица од симетријата на геометријата и товарниот случај. Од друга страна воведувањето на хоризонтална компонента на товарот резултира со асиметрична распределба на разликите во правец на нејзиното дејствување, при што најголемите вредности се сконцентрирани во периферните делови на мрежата и во зоните на лежиштата. Може да се заклучи дека во сите разгледувани товарни случаи, најмало отстапување и најголемо геометриско поклопување на потисните мрежи се јавува во највисокиот дел на мрежата, поместувајќи ја зоната на најголемо поклопување во насока спротивна на дејството на хоризонталниот товар. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до зголемување на хоризонталните разлики, особено во x -правец, како директна последица од различниот третман и поместување на лежиштата кај мрежата дефинирана со примена на методот на графичка статика.

Анализата на резултатите покажува дека вкупните вертикални отстапувања имаат доминантно влијание врз вкупното просторно отстапување на потисните мрежи добиени со примена на двата метода, при што овие разлики произлегуваат од нецелосно идентичното закривување на мрежите по нивната должина. И покрај тоа што во геометрискиот профил е присутно одредено отстапување, интензитетот останува ограничен, резултирајќи со апсолутно мали вкупни отстапувања, кои во централниот дел од мрежата се сведени на минимални вредности.

3.5.3 Споредба на пренос на аксијални сили на притисок

Анализата во точка 3.5.2 покажа дека потисните мрежи добиени со графичка статика и динамичка релаксација се карактеризираат со релативно мали отстапувања во поглед на нивната геометриска поставеност. Откако е потврдена стабилноста на формата, преку споредбената анализа презентирани во точка 3.5.2, треба да бидат разгледан интензитетот на аксијалните сили на притисок, определени применувајќи ги специфичните методолошки принципи на двата метода, а со цел утврдување на степен на усогласеност на нивната дистрибуција.

При примена на методот на графичка статика интензитетот на аксијалните сили на притисок се определува директно имајќи ја предвид реципрочната врска помеѓу дијаграмот на форма и дијаграмот на сили, при што преку површината на соодветниот полигон во дијаграмот на сили се определува интензитетот на силата која се пренесува преку работ на потисната мрежа. Дополнително, доколку дијаграмот на сили биде исцртан во соодветен размер, површината на иницијалниот резултантен полигон може да биде определена преку апроксимација на товарот од параболична лушпа со соодветен распон, од кој може да бидат определени референтните големини на аксијалните сили.

При примена на методот на динамичка релаксација не се пресметуваат експлицитни вредности за аксијалните сили, имајќи предвид дека процесот е формулиран како итеративна геометриска постапка, во која номиналните вредности со кои е опишана релативната распределба на силите по рабовите на мрежата може да бидат определени доколку на финалната конфигурација на потисната мрежа се примени Хуковиот закон во облик:

$$F_i^{DR} = k \cdot (L - L_0) \quad (3.10)$$

каде што е:

F_i^{DR} аксијална сила на притисок во работ i ,

k коефициент на еластичност на пружина,

L должина на раб i по релаксација,

L_0 иницијална должина на раб i .

Вредностите пресметани применувајќи го методот на динамичка релаксација имајќи предвид дека не се материјално засновани не претставуваат реален интензитет на аксијалната сила на притисок, но преку истите овозможена е идентификација на соодносот на силите помеѓу рабовите. Имено, пресметаните вредности се номинални кои зависат од параметризацијата на коефициентот на еластичност на пружината, кој во процесот на динамичка релаксација е фиктивен параметар.

Имајќи предвид дека станува збор за апсолутни големини кои не се директно спо-

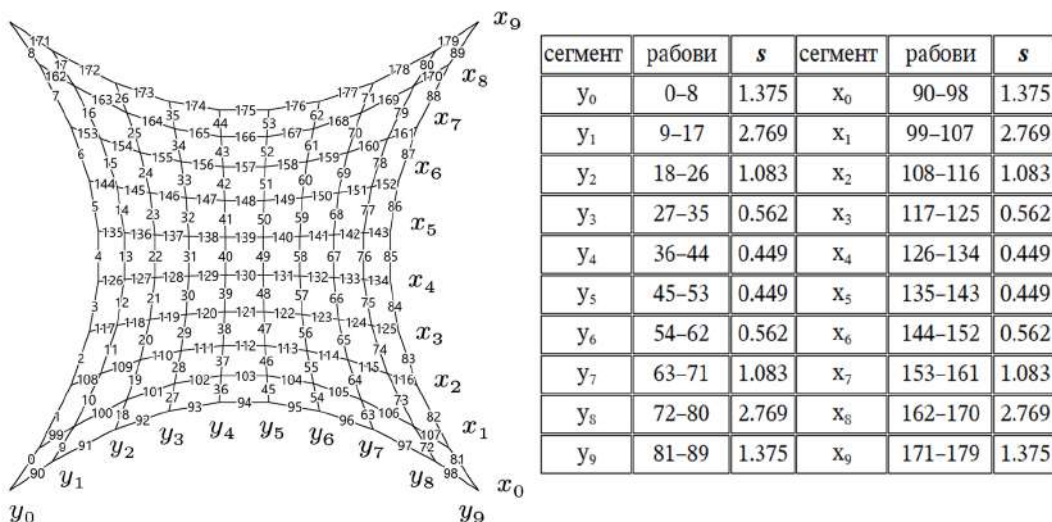
редливи со интензитетот на аксијалните сили определени со примена на метод на графичка статика, при споредбена анализа потребно е да биде воспоставена размерна усогласеност помеѓу вредностите определени со примена на двата метода. Нормализацијата на силите определени со примена на методот на динамичка релаксација со силите определени со примена на методот на графичка статика се изведува без изменување на нивната релативна распределба преку усогласување на нивниот размер со скаларен коефициент s , дефиниран со изразот:

$$S = \frac{\sum_i F_i^{DR} F_i^{3DGS}}{\sum_i (F_i^{DR})^2} \quad (3.11)$$

Дефинираниот коефициент, s претставува пропорција помеѓу скаларниот производ на вредностите определени со примена на двете распределби и квадратната норма на распределбата од вредностите определени со методот на динамичка релаксација, при што нормализираните вредности се пресметуваат применувајќи го изразот:

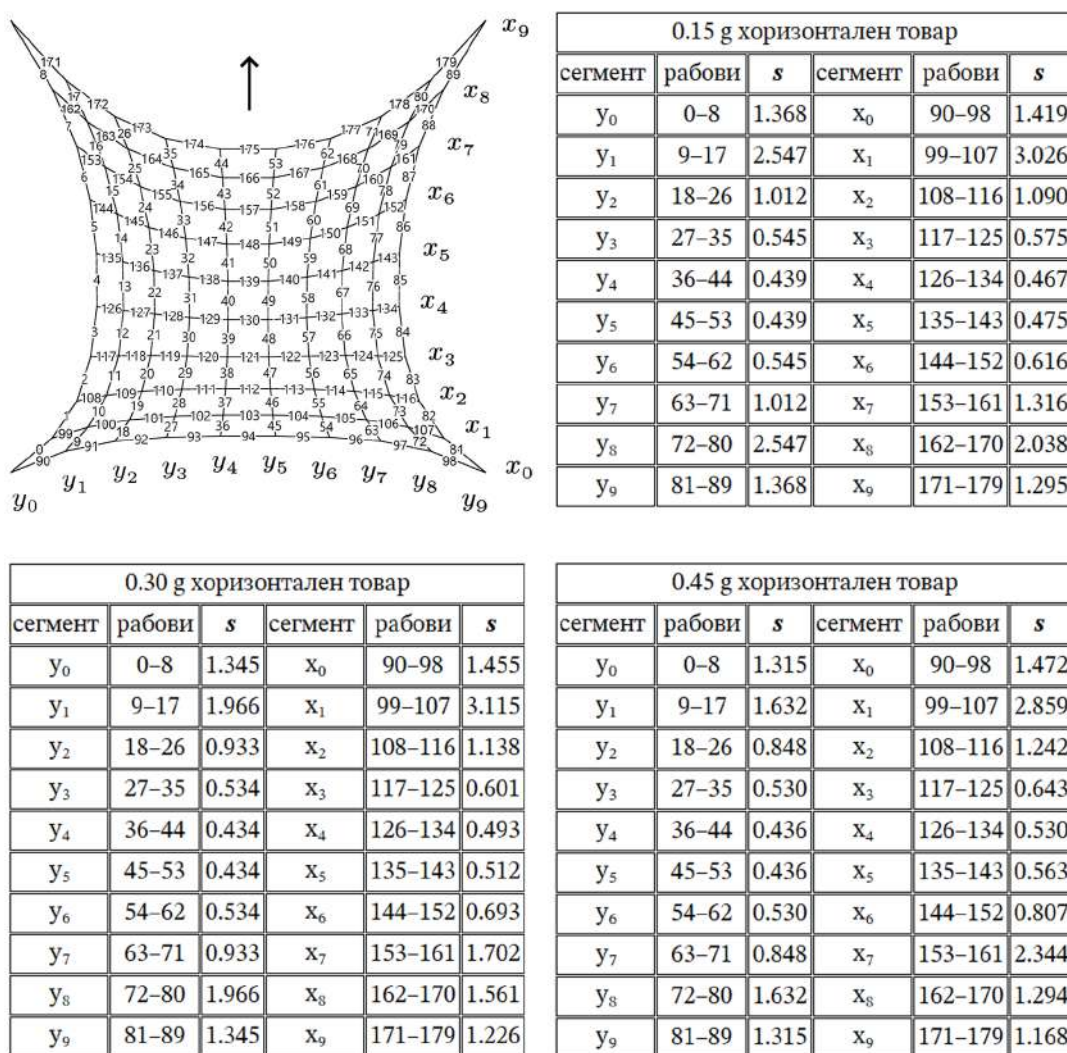
$$F_{DR}^* = s \cdot F_{DR} \quad (3.12)$$

Определените нормализирани вредности F_{DR}^* го задржуваат меѓусебниот сооднос на силите определени со примена на методот на динамичка релаксација F_{DR} , но на овој начин истите се поставени на размерна скала споредлива со силите измерени од тродимензионалниот дијаграм при примена на методот на графичка статика, F_{3DGS} . Имајќи предвид дека значително поголемиот интензитет на аксијалните сили кои дејствуваат кај рабовите во непосредна близина на лежиштата би доминирал во постапката на нормализација со што би било потиснато влијанието на силите кои дејствуваат во останатите рабови од повисоките сегменти во централниот дел од мрежата, може да се заклучи дека примената на единечна вредност за скаларниот коефициент s би довела до нарушување на споредливоста помеѓу двете применети методи. Поради изразената нерамномерност на распределба на силите, нормализацијата не може да биде изведена како единствена операција за целата мрежа, поради што потребно е групирање на рабовите во сегменти, **Слика 3.46**.



Слика 3.46: Нумерирани рабови на потисна мрежа, групирани по сегменти вдолж насоките y_0 – y_9 и x_0 – x_9 ; табела на вредност на коефициент s применет за нормализација на распределба на силите при дејство на вертикален товар

Во случај на комбиниран товарен случај, односно при истовремено дејство на вертикален и хоризонтален товар, основниот принцип за спроведување на постапката останува непроменет и покрај изменетите услови на натоварување, **Слика 3.47**. Изразената нерамномерност на распределбата на аксијалните сили, дополнително засилена од влијанието на хоризонталната компонента, ја исклучува можноста за примена на единечен скаларен коефициент на ниво на цела мрежа, задржувајќи го сегментното групирање на рабовите како неопходен предуслов за обезбедување на споредливост помеѓу резултатите определени со примена на двата метода. Дополнително, имајќи ја предвид варијацијата на интензитетот на хоризонталниот товар, користени се различни вредности на скаларниот коефициент s , при што истите се определени поединечно за секој разгледуван товарен случај.

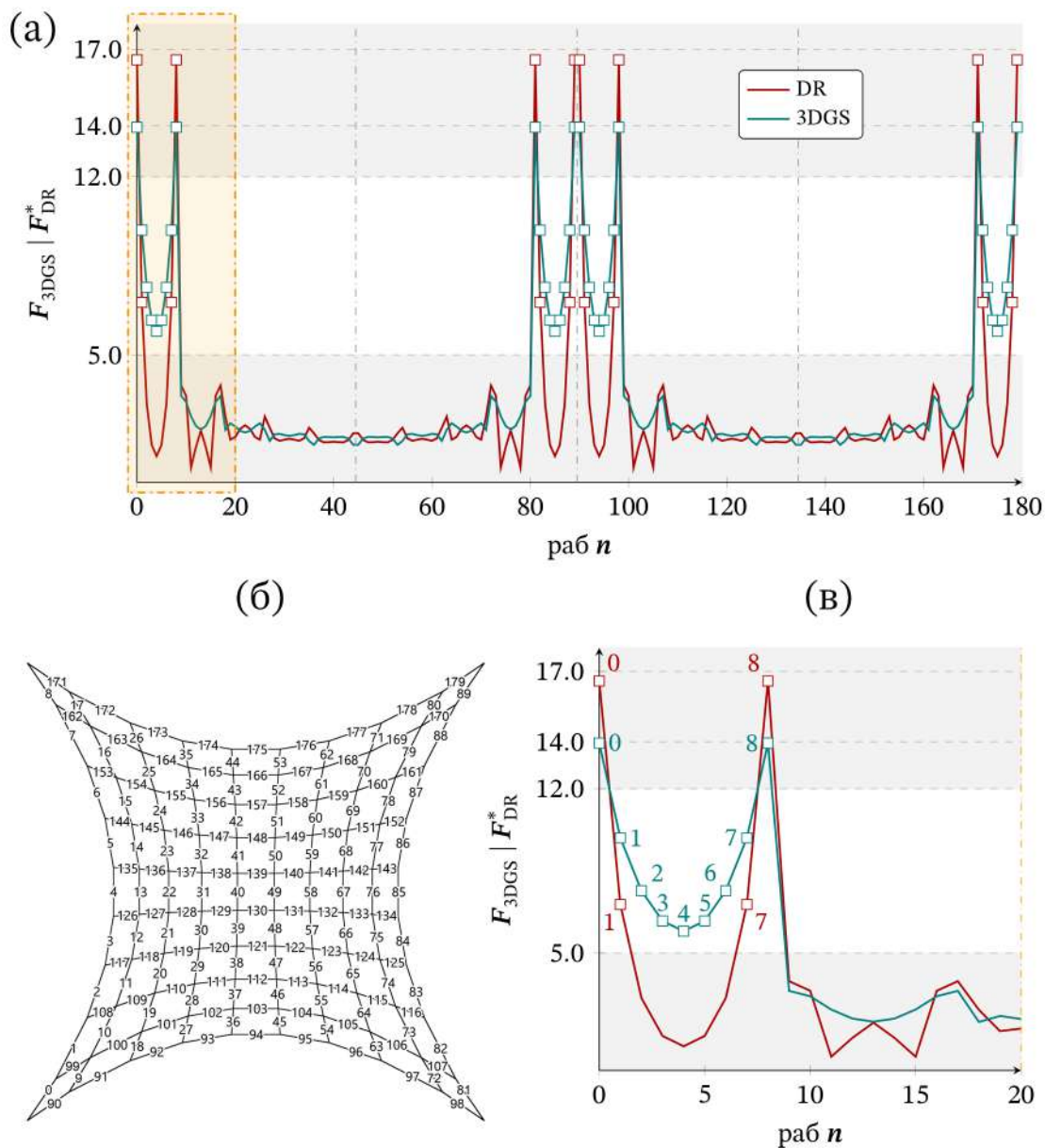


Слика 3.47: Нумерирани рабови на потисна мрежа, групирани по сегменти вдоль насоките y_0 – y_9 и x_0 – x_9 ; табели на вредност на коефициент s применет за нормализација на распределба на сили при дејство на различни интензитети на хоризонтален товар

Од **Слика 3.46** и **Слика 3.47** може да се констатира дека рабовите се групирани според нивната меѓусебна поврзаност во мрежата, при што во еден ист сегмент припаѓаат серии рабови кои го следат континуитет во x -правец, односно y -правец. За секој од дефинираните сегменти пресметана е засебна вредност на скаларниот коефициент s , со што е задржана локалната распределба на силите, овозможувајќи валидна споредба помеѓу вредностите определени со примена на двата метода.

3.5.4 Глобална дистрибуција на сили и глобални максимуми

Со цел да биде согледан начинот на кој се распределува максималниот и минималниот интензитет на аксијалните сили анализирани се сите 180 рабови како една целина. Дистрибуцијата на аксијалните сили, при дејство на вертикален товар, пресметани со примена на методот на графичка статика споредено со нормализираните сили определени со примена на методот на динамичка релаксација за целата мрежа се прикажани на Слика 3.48.

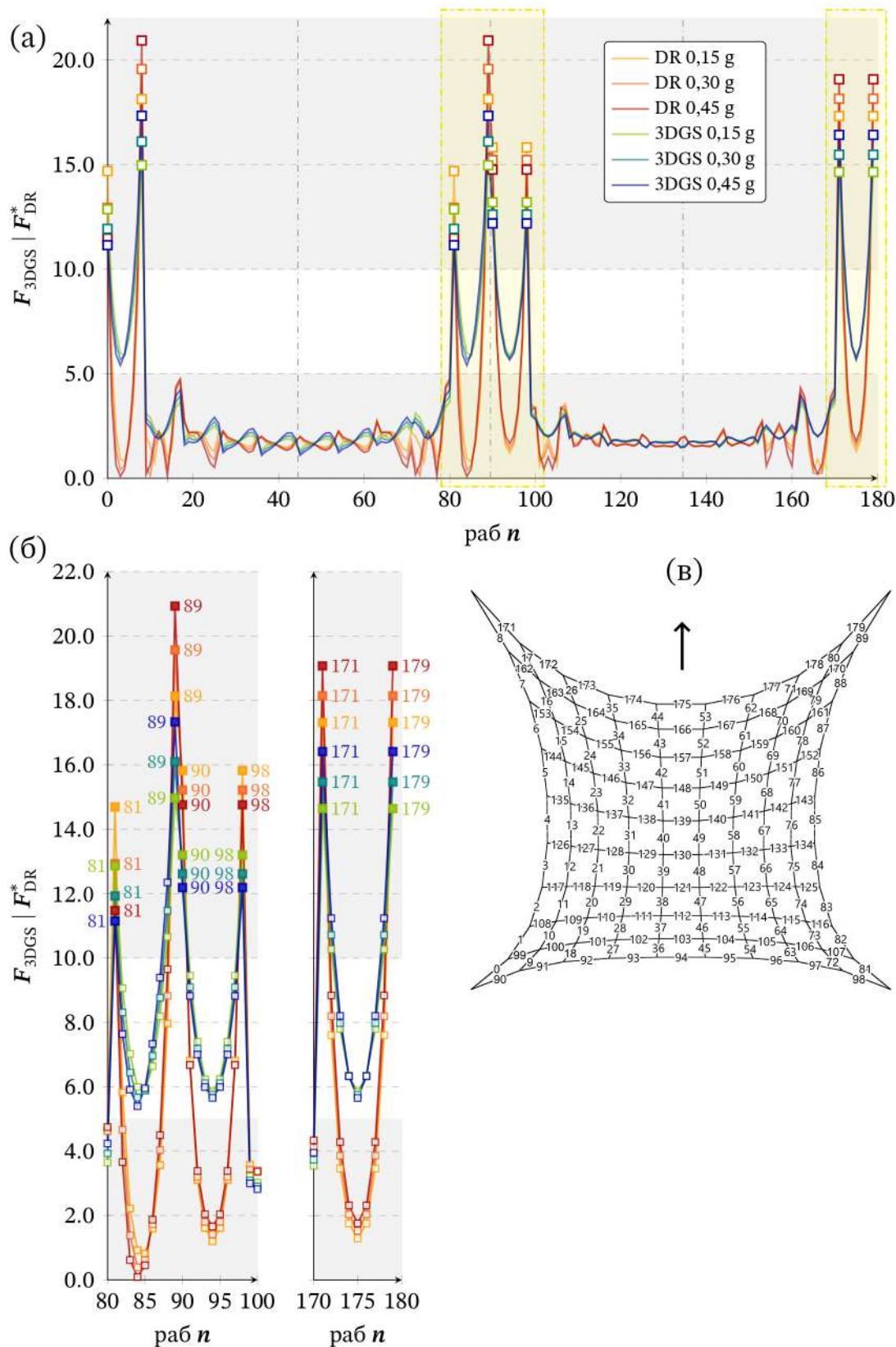


Слика 3.48: Споредба на максимални вредности на аксијални нормализирани сили дефинирани со примена на динамичка релаксација F_{DR}^* и аксијални сили дефинирани со примена на графичка статика F_{3DGS} : (а) на ниво на целата мрежа при дејство на вертикален товар; (б) Нумерирана топологија на мрежата; (в) Детален приказ на интервал за рабови од 0 до 20

Од Слика 3.48 (а) може да се констатира дека кривата определена со примена на методот на динамичка релаксација покажува поизразени осцилации, со повисоки глобални максимуми и пониски минимуми споредено со кривата определена со приме-

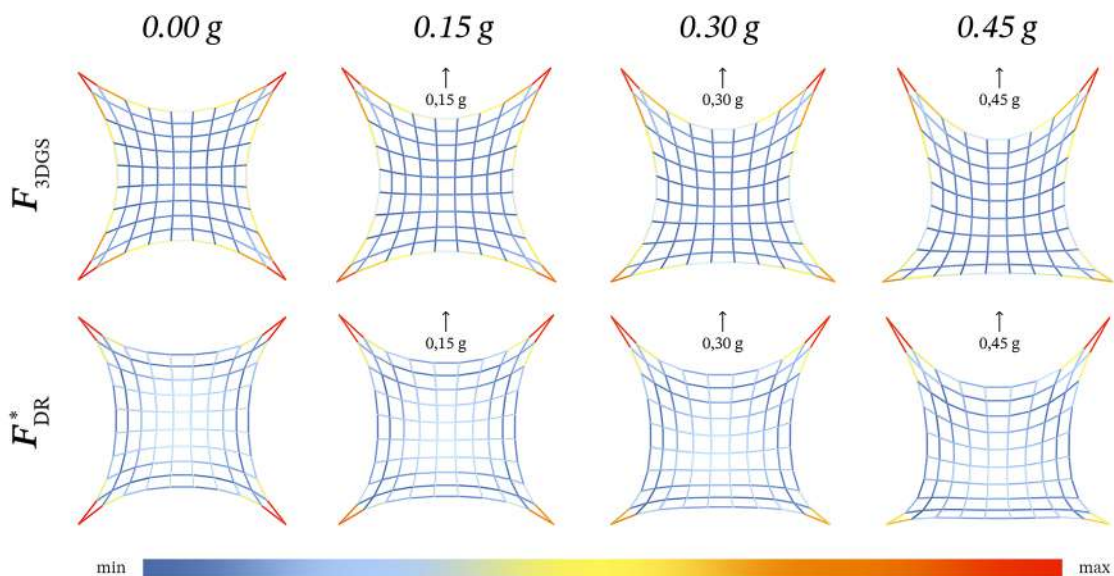
на на методот на графичка статика, чиј профил покажува значително поконтролирана распределба. Исто така, може да се констатира дека сегментот во кој се појавуваат највисоките нормализирани сили, без разлика на применетиот метод, но со јасно поголеми отстапувања кај резултатите определени со примена на методот на динамичка релаксација, е интервалот за рабовите од 0 до 20, **Слика 3.48 (в)**, кој имајќи ги предвид квадратната основа и симетријата, се повторува и пресликува вдоль кривата. Силите определени со методот на динамичка релаксација достигнуваат екстремни вредности над 15 единици кај рабовите 0 и 8, проследено со драстичен пад до просечна вредност помеѓу рабовите 1 и 7 со вредности под околу 5 единици. Исто така од **Слика 3.48 (а)** може да се заклучи дека вредностите од кривата определена со примена на методот на динамичка релаксација се спушта и до многу пониски минимални вредности, создавајќи нагли скокови помеѓу соседни рабови. Наспроти тоа, кривата определена со методот на графичка статика покажува порамномерна распределба, односно појава на повисоки вредности со порамномерно степенување, без драстичен пад под минималните вредности, при што пиковите не се изразени како кај кривата определена со методот на динамичка релаксација, што укажува на отсуство на локална концентрација. Од деталната анализа на изолираниот сегмент, **Слика 3.48 (в)**, може да се заклучи дека методот на динамичка релаксација не само што генерира поостри локални максимуми и нагли падови, туку ги концентрира највисоките определени вредности во ограничен број на рабови.

При дејство на комбиниран товарен случај од истовремено дејство на вертикален и хоризонтален товар, од дијаграмот прикажан на **Слика 3.49 (а)** може да се констатира дека кривата определена со примена на методот на динамичка релаксација покажува поизразени осцилации, дополнително зголемени глобални максимуми и значително пониски минимални вредности споредено со кривата определена со примена на методот на графичка статика, чиј профил покажува поконтролирана и порамномерна распределба. Имајќи предвид дека аплицирањето на хоризонтален товар резултира со нарушување на симетричната распределба на нормализираните сили во однос на х-оската, анализата е фокусирана на два карактеристични интервали кои кореспондираат со зоните во близина на лежиштата, од кои првиот разгледуван интервал е од раб 80 до раб 100, додека вториот разгледуван интервал е од раб 170 до раб 180, **Слика 3.49 (в)**. Во двата разгледувани интервала, без разлика на применетиот метод, се појавуваат највисоките аксијални сили, при што кај резултатите добиени со примена на методот на динамичка релаксација се забележуваат јасно поизразени отстапувања, силите достигнуваат екстремни вредности од над 20 единици, додека екстремните минимални вредности се приближуваат до нула, што укажува дека зголемувањето на товарот ја засилува тенденцијата на концентрација на екстремните вредности во зоните на лежиштата. Дополнително, од дијаграмот прикажан на **Слика 3.49 (а)** може да се заклучи дека при примена на методот на динамичка релаксација доаѓа до нагли скокови помеѓу соседни рабови, како резултат на истовремена појава на високи локални максимуми и ниски локални минимуми. Наспроти тоа, кривата определена со методот на графичка статика покажува значително порамномерна распределба, при што максималните вредности се движат во дијапазон од приближно 16 единици, додека минималните вредности остануваат во граници од околу 6 единици, без појава на нагли падови или остри локални пикови, што укажува на отсуство на изразена локална концентрација. Од деталната анализа на двата разгледувани сегмента, **Слика 3.49 (в)**, може да се заклучи дека и при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар, применувајќи го методот на динамичка релаксација концентрацијата на највисоките и најниските определени вредности е во ограничен број на рабови, додека при примена на методот на графичка статика се задржува постабилна и поконтролирана распределба на аксијалните сили.



Слика 3.49: Споредба на максимални вредности на аксијални нормализирани сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и аксијални сили дефинирани со метод на графичка статика F_{3DGS} : (а) на ниво на целата мрежа при дејство на вертикален и хоризонтален товар; (б) Детален приказ на интервал од раб 80 до раб 100 и од раб 170 до раб 180; (в) Нумерирана топологија на мрежата

Скаларни мапи на распределба на аксијалните сили во секој раб на мрежата, визуелизиран преку соодветна боја со која е означена неговата пресметана вредност врз основа на претходно дискутираните нумерички податоци, се прикажани на **Слика 3.50**. Може да се заклучи дека при примена на методот на графичка статика, поголемите вредности на аксијалните сили се распределени вдоль контурната линија, следејќи ги сегментите кои во нумеричката анализа се издвоени како карактеристични интервали, додека во централниот дел на потисната мрежа аксијалните сили остануваат во рамки на значително пониски меѓусебно блиски вредности. При примена на методот на динамичка релаксација, зголемените вредности на аксијалните сили не се протегаат вдоль целата контура, ограничувајќи се на мал број рабови сконцентрирани непосредно до лежиштата, додека аксијалните сили во останатите рабови од потисната мрежа се на ниво на вредности кои не формираат изразени разлики. При дејство на хоризонтален товар, кај двата применети метода, зголемените вредности на аксијалните сили се јавуваат кај двете лежишта чија местоположба е во насока на дејство на хоризонталниот товар, додека кај останатите две лежишта определените силе се со зголемени вредности, но со помал интензитет. И покрај тоа што во внатрешноста на потисната мрежа е присутна блага градација, анализата покажува дека истата не е доволна за оформување дистинктивни делови со јасно издвоени сегменти. Од визуелната презентација може да се констатира дека при примена на различните методи за дефинирање на интензитетот на аксијалните сили постои разлика во распределбата на истите, при што со примена на методот на графичка статика максималниот интензитет на аксијалните сили формира континуирана контурна линија, додека при примена на методот на динамичка релаксација максималниот интензитет на аксијалните сили се концентрира исклучиво во непосредна близина на потпорите.

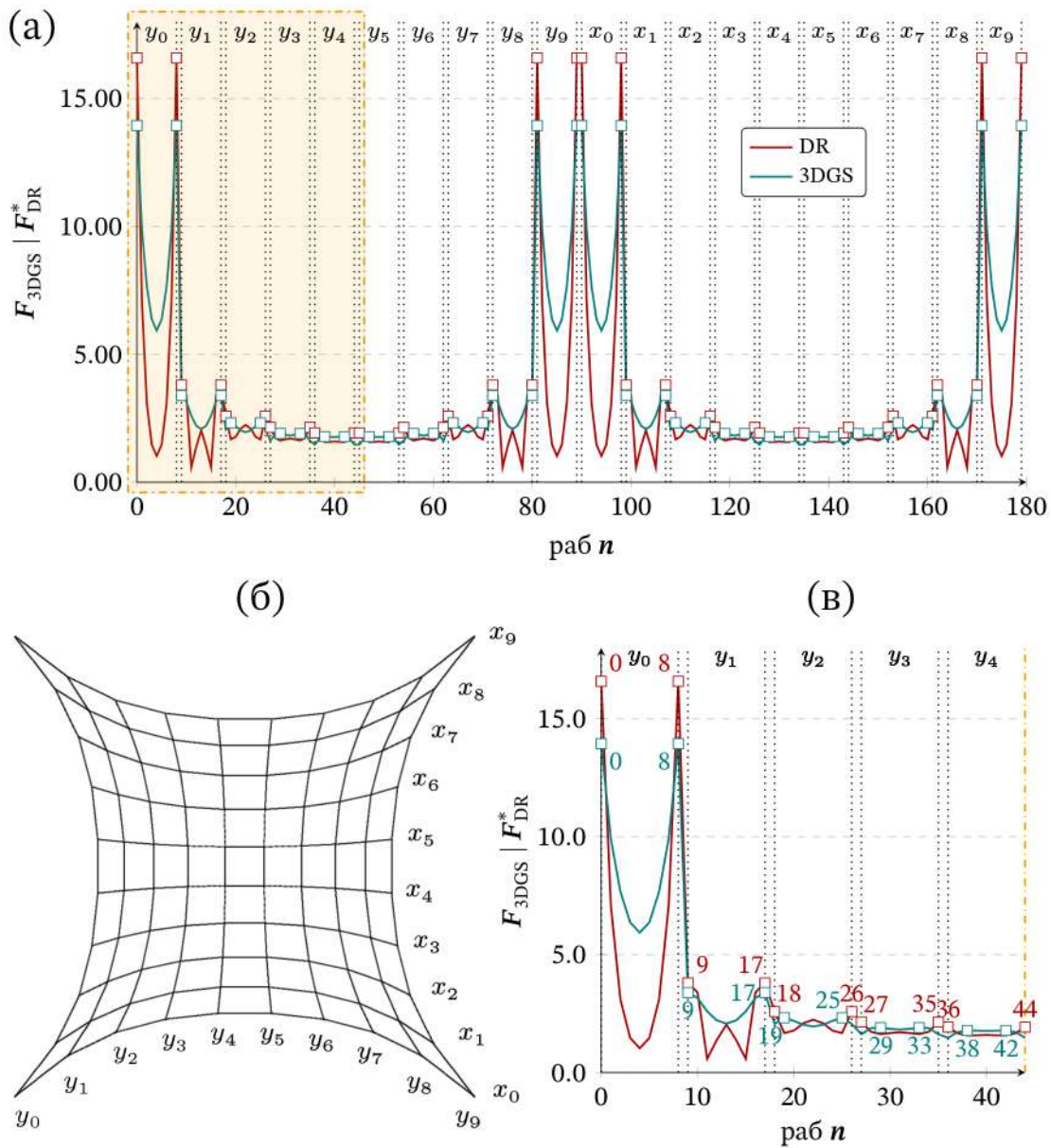


Слика 3.50: Скаларни мапи на интензитет на аксијални сили за потисни мрежи дефинирани преку метод на графичка статика и преку метод на динамичка релаксација

Дополнително, од скаларната мапа за распределба на аксијалните сили прикажана на **Слика 3.50** може да се заклучи дека, без разлика на применетиот метод и присуството на хоризонтален товар, екстремните вредности на аксијалните сили се сконцентрирани во непосредна близина на лежиштата, поради што истите доминираат споредено со аксијалните сили во горниот дел од опсегот, сведувајќи ја градацијата во внатрешното поле на минимален интервал, при тоа правејќи ги тешко читливи разлики во рамки на истата скала.

3.5.4.1 Дистрибуција на сили по сегменти со локални максимуми

Со цел да биде сведено на минимум доминантното влијание на интензитетот на аксијалните сили во рабовите во непосредна близина на лежиштата, и да се испита локалното однесување, се анализирани се групи рабови дефинирани при нормализација, оформени според нивниот континуитет во x , односно y -правец. Во рамки на секој сегмент определен е локалниот максимум како репрезентативна вредност за распределба во дадениот дел од мрежата кој не зависи од глобално доминантните вредности. Имајќи предвид дека при дејство на вертикален товар структурата на интервалот од раб 0 до раб 40, преку пресликување и повторување, ја опишува целата мрежа, локалните максимуми во разгледуваните сегменти даваат целосен увид во распоредбата на аксијалните сили по сите идентични делови на потисните мрежи, **Слика 3.51**.



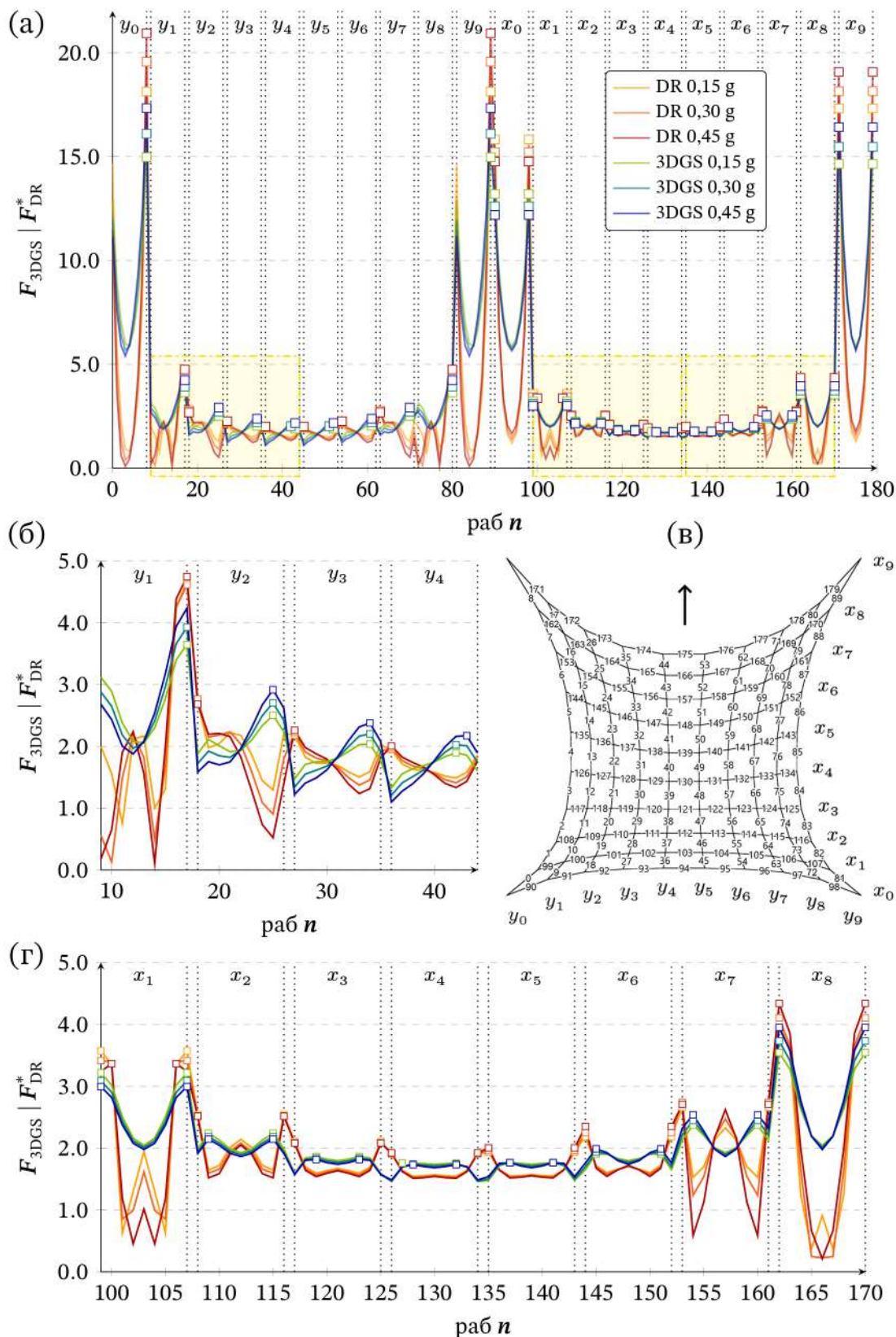
Слика 3.51: Споредба на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и метод на графичка статика на F_{3DGS} , при дејство на вертикален товар со максимални вредности на ниво на сегменти во x и y правец: (а) Групирани аксијални сили по сегменти; (б) Нумерирана топологија на сегменти; (в) Детален приказ на интервал 0–40

Локалните максимални вредности на аксијалните сили во у-сегментите во интервалот од раб 0 до раб 40 со издвоени рабови со највисока вредност во секој сегмент определени со примена на двата метода се прикажани на **Слика 3.51 (в)**. Може да се констатира дека во сегментите кои ја следат надворешната контура, аксијалните сили во максималните рабови определени со примена на двата метода се исти. Со преминувањето кон внатрешноста во мрежата може да се констатира систематско разидување на вредностите определени применувајќи различен метод, односно при примена на методот на графичка статика како максимални вредности се издвојуваат силите во рабови од средината на сегментот, раб 19 и раб 25, додека со примена на методот на динамичка релаксација доследно се идентификуваат силите во краевите на сегментот, раб 18 и раб 26. Идентификуваниот тренд кај метод на динамичка релаксација останува присутен во сегментот од раб 27 до раб 35, додека кај методот на графичка статика трендот е присутен во сегментот од раб 29 до раб 33, упатувајќи на заклучок дека распределбата на аксијалните сили во рабовите се одвива на различен начин во зависност од применетиот метод.

При дејство на комбиниран вертикален и хоризонтален товар, поради нарушувањето на симетријата на потисната мрежа, **Слика 3.52 (а)**, не може да биде изолиран единствен карактеристичен интервал преку чие пресликување ќе биде опишана целата мрежа, следствено локалното однесување е анализирано преку повеќе несиметрични интервали со различна распределба на екстремните вредности. Во у-правец анализата е спроведена преку четири сегменти во интервал од раб 9 до раб 44, **Слика 3.52 (б)**, кои поради повторливоста на геометријата се реплицираат вдоль мрежата, додека во х-правец разгледани се осум сегменти во интервалот од раб 99 до раб 170, **Слика 3.52 (г)**.

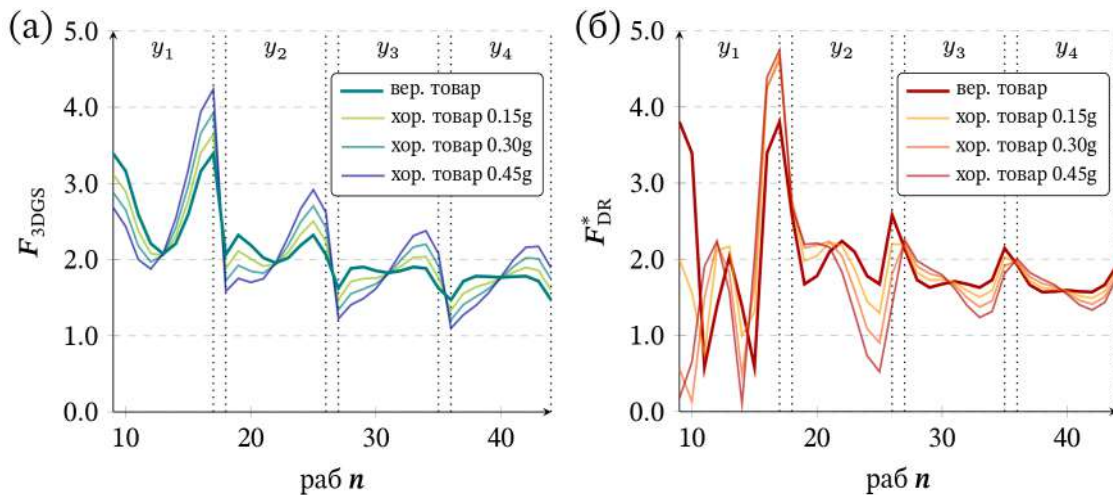
Кај анализираните сегменти во у-правец може да се констатира нарушување не само на глобалната симетрија на мрежата, туку и на симетријата на самиот сегмент, при што во секој сегмент доаѓа до појава на само едена јасно изразена максимална односно минимална вредност. При тоа, примената на различните методи води до спротивно позиционирање на екстремите, односно при примена на методот на графичка статика како минимални вредности се издвојуваат рабови од првата половина на сегментот, додека максималните вредности се јавуваат во втората половина, додека при примена на методот на динамичка релаксација максималните вредности доследно се појавуваат на почетокот на сегментот, а минималните вредности на неговиот крај. Може да се констатира дека при примена на методот на динамичка релаксација, интензитетот на хоризонталниот товар има помалку изразено влијание врз локалните максимуми, но со појасно изразени локални минимални вредности, при што во одредени сегменти може да се забележи нестабилно однесување кое резултира не само со промена на вредностите на екстремите, туку и со промена на формата на кривата. Наспроти тоа, при примена на методот на графичка статика однесувањето е постабилно, при што формата на кривите останува непроменета, а со зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар води кон зголемување на екстремните вредности.

Кај анализираните сегменти дефинирани во х-правец може да се констатира исклучително стабилно однесување при примена на методот на графичка статика, при што кривите определени за различен интензитет на хоризонтален товар покажуваат поклопување, укажувајќи на фактот дека определените вредности во овие сегменти се независни од интензитетот на хоризонталниот товар. При примена на методот на динамичка релаксација во овие сегменти може да се констатира поголема стабилност наспроти вредностите во у-сегментите, но сепак може да се забележат понагласени варијации кај минималните вредности, како и промени во нивната позиција, што резултира со промена на формата на кривата.



Слика 3.52: Споредба на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација F_{DR}^* и метод на графичка статика на F_{3DGS} , со максимални вредности на ниво на сегменти во x и y правец: (а) Групирани аксијални сили по сегменти при дејство на различен интензитет на хоризонтален товар; (б) Детален приказ на интервал од раб 9 до раб 44 (v) Нумерирана топологија на сегменти; (г) Детален приказ на интервал од раб 99 до раб 170

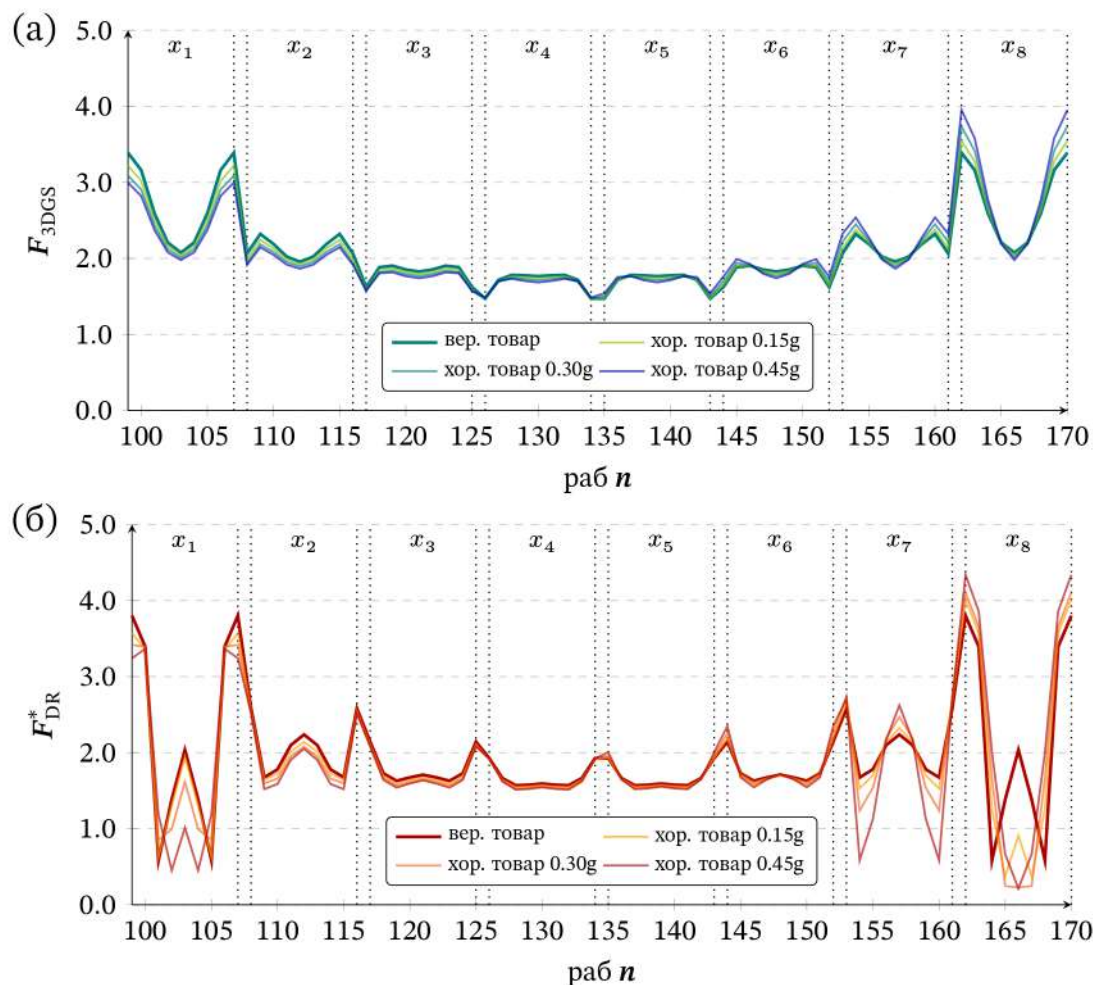
За разгледуваниот интервал од раб 9 до раб 44 извршена е споредбена анализа помеѓу резултатите определени при дејство на чисто вертикален и комбиниран товарен случај за двата применети метода, **Слика 3.53**. Може да се констатира дека при дејство на чисто вертикален товар, интервалите се симетрични со појава на две максимални вредности кои меѓусебно се пресликуваат, што е во согласност со симетријата на мрежата и товарниот случај. При дејство на комбиниран товарен случај при примена на методот на графичка статика, со воведување на хоризонтална компонента на товарот, **Слика 3.53 (а)**, вредностите во првата симетрична половина на интервалот рамномерно опаѓаат со нагласен минимум, додека во втората половина растат со доминантен максимум. Вредноста во оската на симетрија останува стабилна независно од интензитетот на хоризонталниот товар, при што ваквиот образец се задржува доследно за сите разгледувани интервали. Наспроти тоа, при примена на методот на динамичка релаксација при дејство на комбиниран товарен случај, **Слика 3.53 (б)**, може да се констатира значително помалку контролирано однесување, особено со приближувајќи се кон периферните контурни рабови. Имено, присутно е изразено опаѓање на вредностите во одредени сегменти без соодветно зголемување во спротивните делови на интервалот, што резултира со неуррамнотежена распределба. Може да се заклучи дека ваквото однесување произлегува од фактот дека на глобално ниво најголемиот дел од товарите остануваат концентрирани во сегментите кои водат непосредно кон лежиштата, при што методот на динамичка релаксација не овозможува рамномерна распределба на аксијалните сили по целата мрежа.



Слика 3.53: Споредба на аксијални сили дефинирани при дејство на вертикален товар и комбиниран вертикален и хоризонтален товар со максимални вредности на сегменти во у правец: (а) Метод на графичка статика на F_{3DGS} ; (б) Метод на динамичка релаксација F_{DR}^*

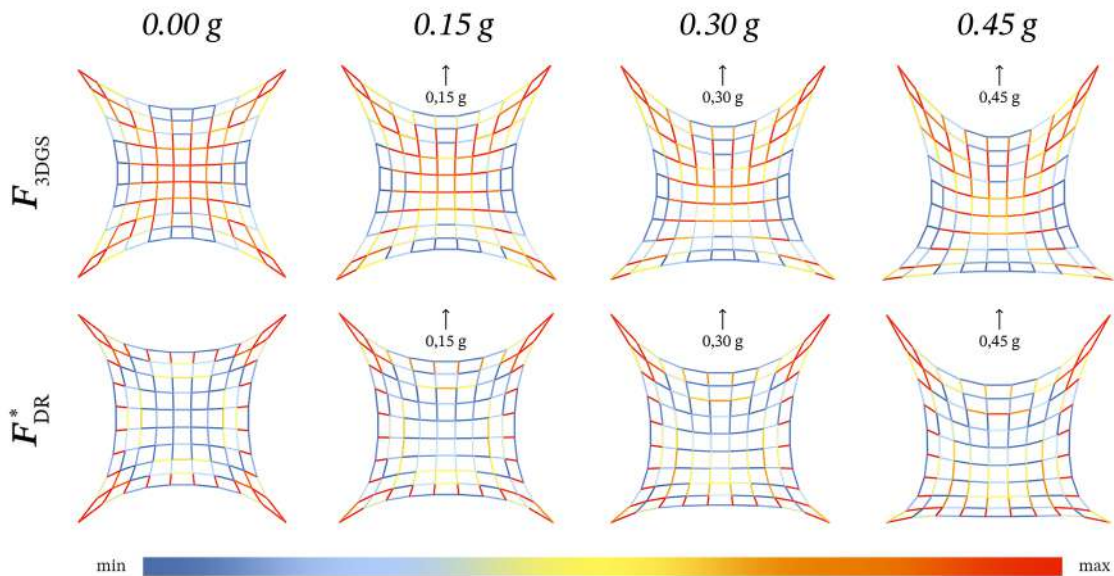
За разгледуваниот интервал од раб 99 до раб 170 спроведена е споредбена анализа помеѓу резултатите определени при дејство на чисто вертикален и комбиниран товарен случај, за двата применети метода, **Слика 3.54**. Може да се констатира дека во најголем дел од интервалот определените вредности речиси целосно се поклопуваат, независно од аплицираниот хоризонтален товар, укажувајќи на стабилно однесување на распределбата на аксијалните сили во овие сегменти. Констатираното однесување е особено конзистентно при примена на методот на графичка статика, **Слика 3.54 (а)**, со детектирани контролирани и благи зголемувања на максимумите во периферните сегменти, без промена на општата форма на распределбата. Исто така и при примена на методот на динамичка релаксација може да се констатира сличен тренд на однесување, **Слика 3.54 (б)**, но со значително поизразени варијации, особено во периферните

сегменти, каде што покрај намалувањето на минималните вредности може да се констатира и промена во дистрибуцијата на силите во рабовите со екстремни вредности.



Слика 3.54: Споредба на аксијални сили дефинирани при дејство на вертикален товар и комбиниран вертикален и хоризонтален товар со максимални вредности на сегменти во x правец: (а) Метод на графичка статика на F_{3DGS} ; (б) Метод на динамичка релаксација F_{DR}^*

Локалните максимуми од сегментите визуелизирани како скаларни мапи со позиција во рамки на потисната мрежа се прикажани на Слика 3.55. Може да се констатира дека применувајќи го методот на графичка статика максималните аксијални сили постепено се повлекуваат од контурната линија, позиционирајќи се по рабовите кои припаѓаат на полето на мрежата, со јасно оформени дијагонални насоки кон внатрешноста. При примена на методот на динамичка релаксација, локалните максимуми на аксијалните сили се појавуваат на крајните рабови на секој сегмент, независно од нивната позиција во мрежата, додека во средишните делови од сегментите на мрежата најголем дел од аксијалните сили се со релативно низок, приближно ист интензитет, издвојувајќи пооделни рабови со среден интензитет на аксијална сила. Може да се заклучи дека со воведување на хоризонтална компонента на товарот, образецот станува асиметричен, проследен со зголемување на интензитетот на аксијалните сили во насока на дејство на аплицираниот хоризонтален товар и јасна концентрација на локалните максимуми во горната половина на мрежата.



Слика 3.55: Скаларни мапи на интензитет на аксијални сили по сегменти за потисна мрежа

Анализата на скаларните мапи определени со примена на двата метода упатува на заклучок дека распределбата на локалните максимуми определени со примена на методот на графичка статика многу појасно ги следи очекуваните мембрански сили кај синкластична лушпи со квадратна основа. Дијагоналното групирање на рабовите кои пренесуваат аксијална сила со поголем интензитет, постепено оддалечувајќи ги максималните вредности од контурната линија кон внатрешните полиња на мрежата, оформуваат јасни дијагонални насоки кон лежиштата поклопувајќи се со очекуваните доминантни патеки на пренос на сили. За разлика од резултатите определени со примена на методот на графичка статика резултатите определени со примена на методот на динамичка релаксација не воспоставуваат логична распределба на аксијалните сили. Локалните максимуми се концентрирано воглавно на крајните рабови на сегментите, додека во средишните делови на мрежата аксијалните сили остануваат ниски со меѓусебно блиски вредности, формирајќи на неконтинуиран образец кој упатува на стабилни носечки патеки.

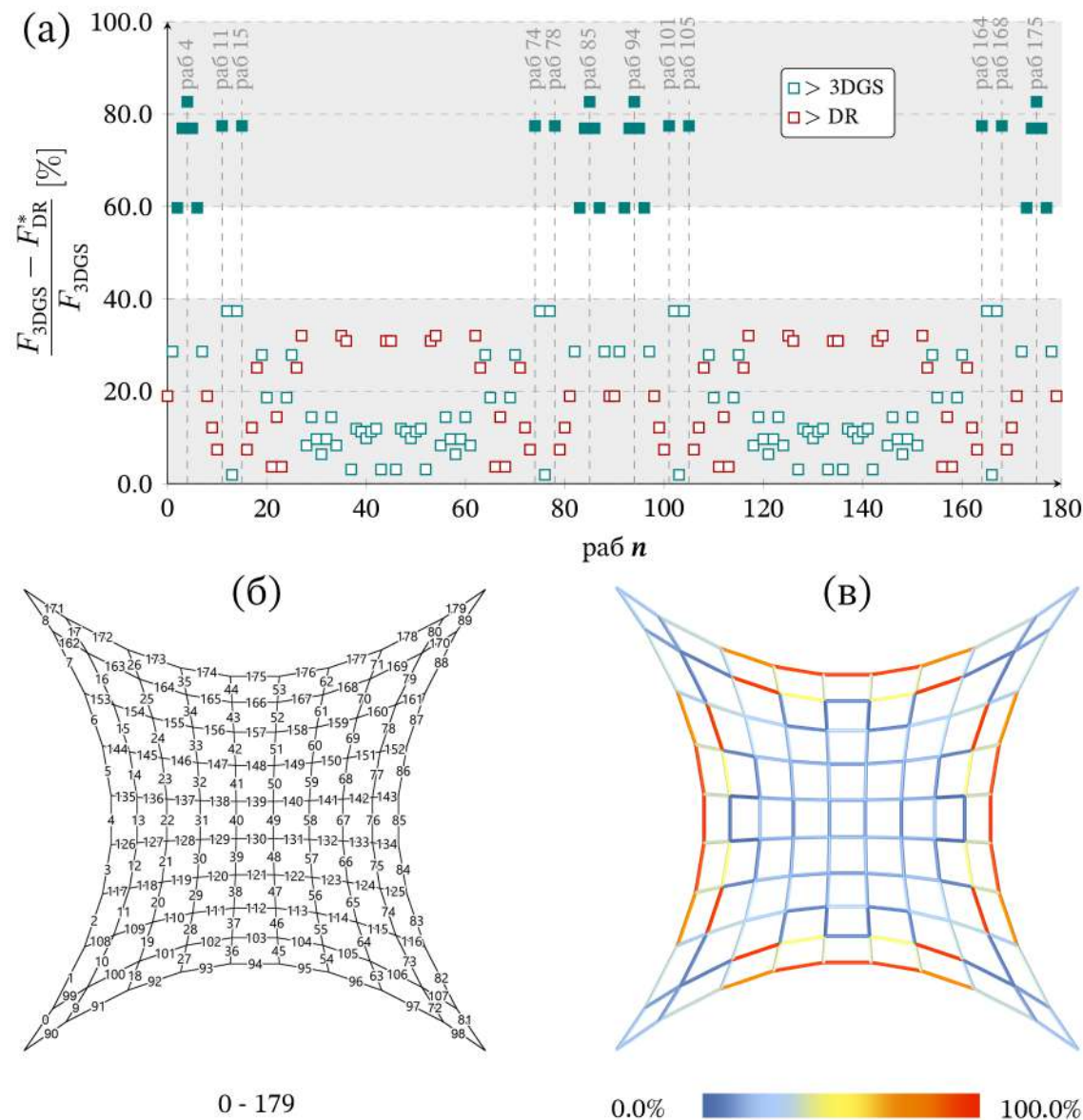
Може да се заклучи дека при примена на методот на динамичка релаксација распределбата не укажува на формирање на реален модел на пренос на мембранските сили, особено имајќи предвид дека методот на динамичка релаксација во суштина претставува симулација заснована на мрежа од пружини аналогна на модел од висечки ткаенини, а не модел со кој се отсликува карактеристичниот пренос на сили кај лушпи.

3.5.4.2 Глобални разлики во интензитет на сили

Со цел да бидат идентификувани доминантните разлики при распределба на аксијалните сили пресметани со примена на двата метода, за секој поединечен раб пресметана е процентуалната разлика помеѓу интензитетите на силите определени со примена на методот на графичка статика и со примена на методот на динамичка релаксација. Споредбената анализа е спроведена за резултатите на ниво на цела мрежа, разгледувајќи ги сите 180 рабови како единствена целина.

При дејство на исклучиви вертикален товар, кај 152 раба постои разлика од приближно 40% помеѓу интензитетите на аксијалните сили пресметани со примена на двата метода, од кои разликата е под 20% кај 108 раба. Покрај доминантната распределба, може да се детектираат 28 раба со значително поголеми отстапувања, кај кои примену-

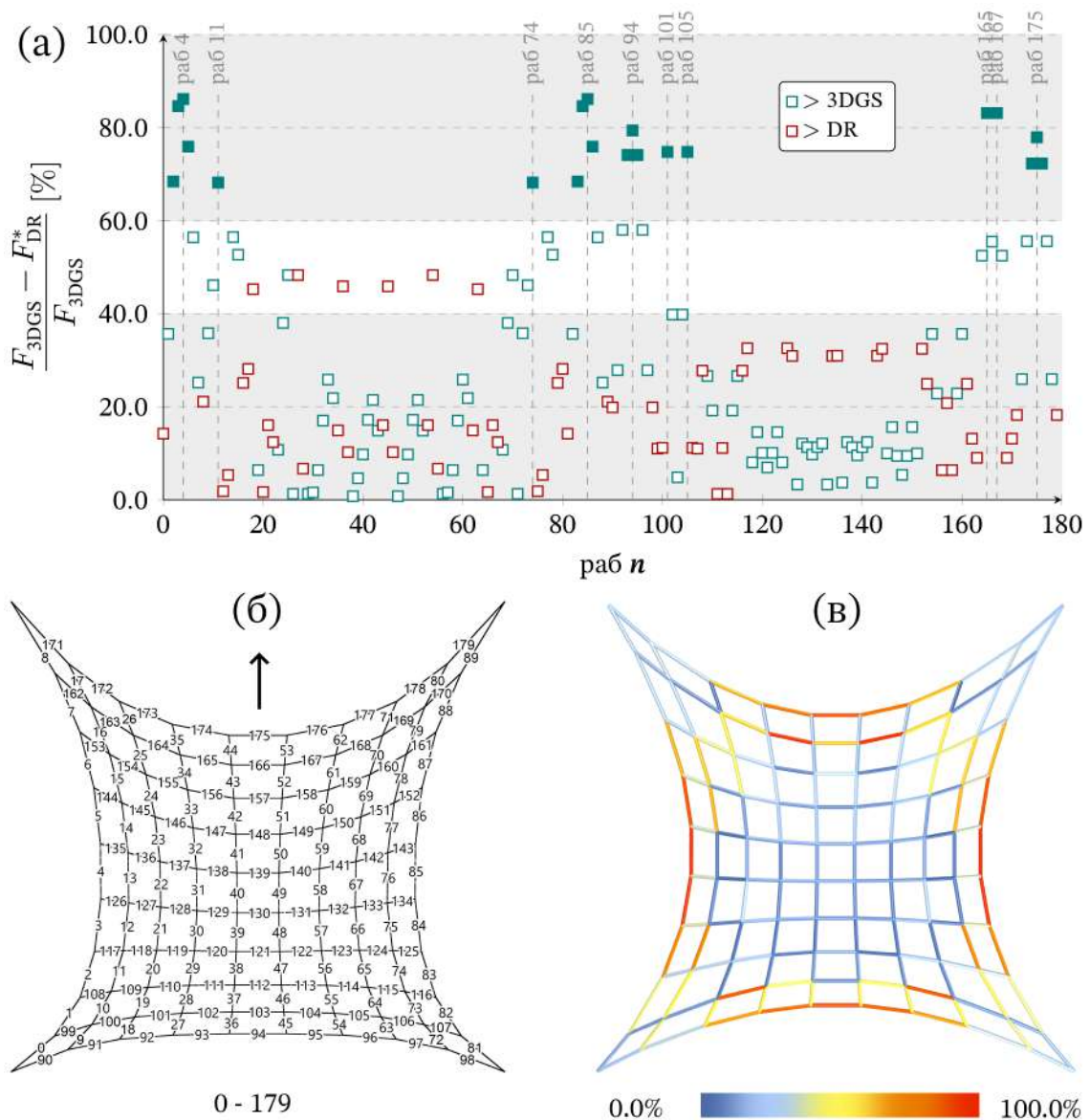
вајќи го методот на графичка статика се дефинира поголем интензитет на аксијалната сила од приближно 80% во однос интензитетот определен со примена на методот на динамичка релаксација, **Слика 3.56 (а)**. Доколку отстапувањата се разгледаат од аспект на нивната позиција во рамки на мрежата може да се заклучи дека највисоките разлики се концентрирани вдолж контурните рабови, достигнувајќи максимална разлика во средните контурни сегменти на распонот со намалување на разликите кон лежиштата и незабележителни разлики во внатрешноста на мрежата, **Слика 3.56 (в)**.



Слика 3.56: Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика: (а) процентуална разлика со обележани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на разлика

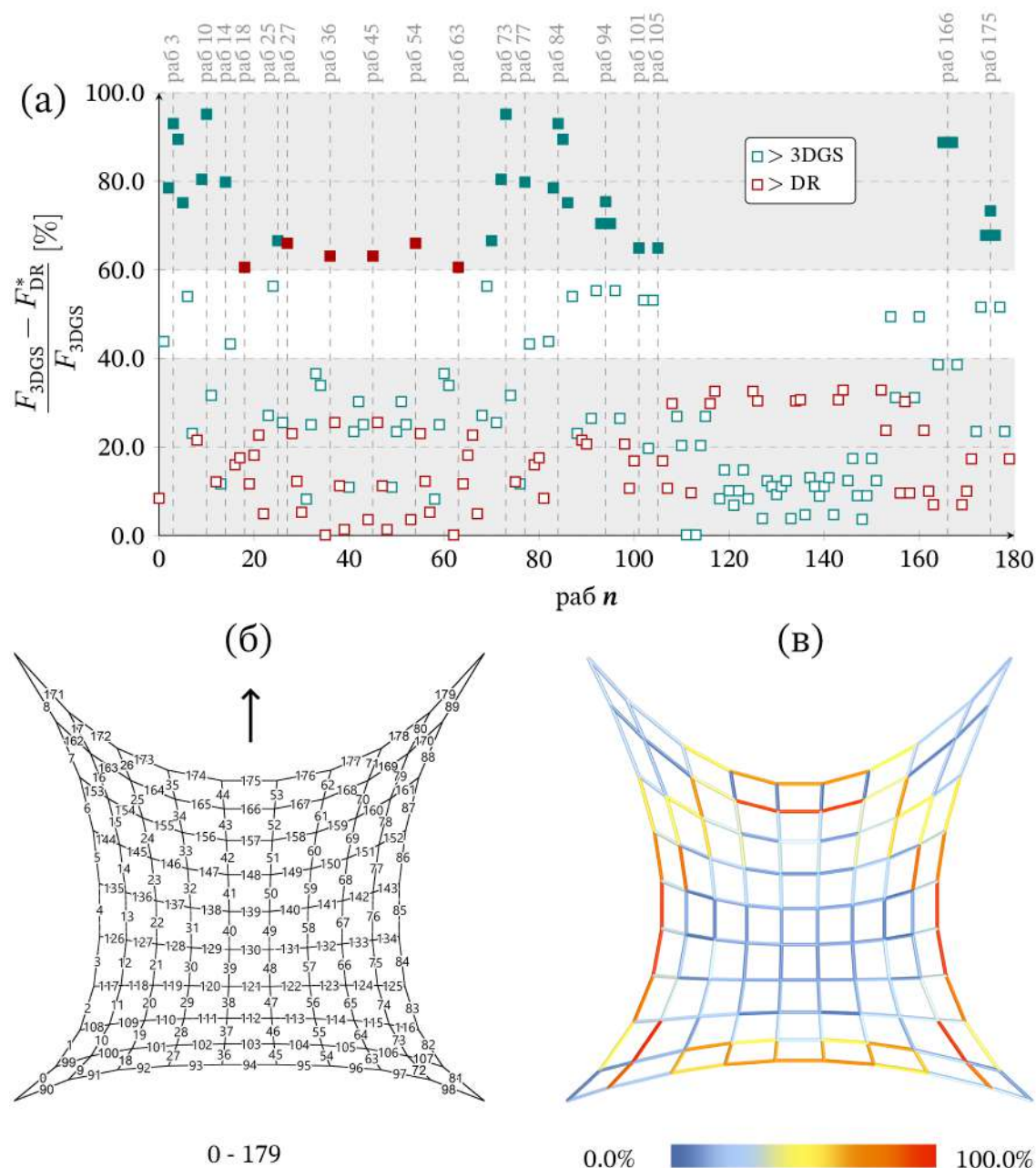
Со цел да бидат идентификувани доминантните разлики при распределбата на аксијалните сили пресметани со примена на двата метода при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар, за секој поединечен раб пресметана е процентуалната разлика помеѓу интензитетите на силите определени со примена на методот на графичка статика и со примена на методот на динамичка релаксација, при дејство на хоризонтален товар со различен интензитет од 0,15g, 0,30g и 0,45g.

При дејство на комбиниран товарен случај кај кој хоризонталниот товар е со интензитет од 0,15g, може да се констатира дека процентуалните разлики помеѓу интензитетите на аксијалните сили пресметани со примена на двата метода остануваат во опсег како при дејство на чист вертикален товар за најголем дел од рабовите, со асиметрија во нивната распределба. Покрај доминантната група на рабови со умерени отстапувања, се издвојуваат рабови со значително зголемени процентуални разлики, кај кои применувајќи го методот на динамичка релаксација се дефинира поголем интензитет на аксијалната сила во однос на определениот со примена на методот на графичка статика, **Слика 3.57 (а)**. Спроведената анализа во однос на нивната позиција во рамки на потисната мрежа покажува дека детектираните разлики се ориентирани во насока на дејство на хоризонталниот товар, со изразена доминација во долната половина на мрежата, додека разликите остануваат пониски во спротивната половина и во внатрешноста на мрежата, **Слика 3.57 (в)**.



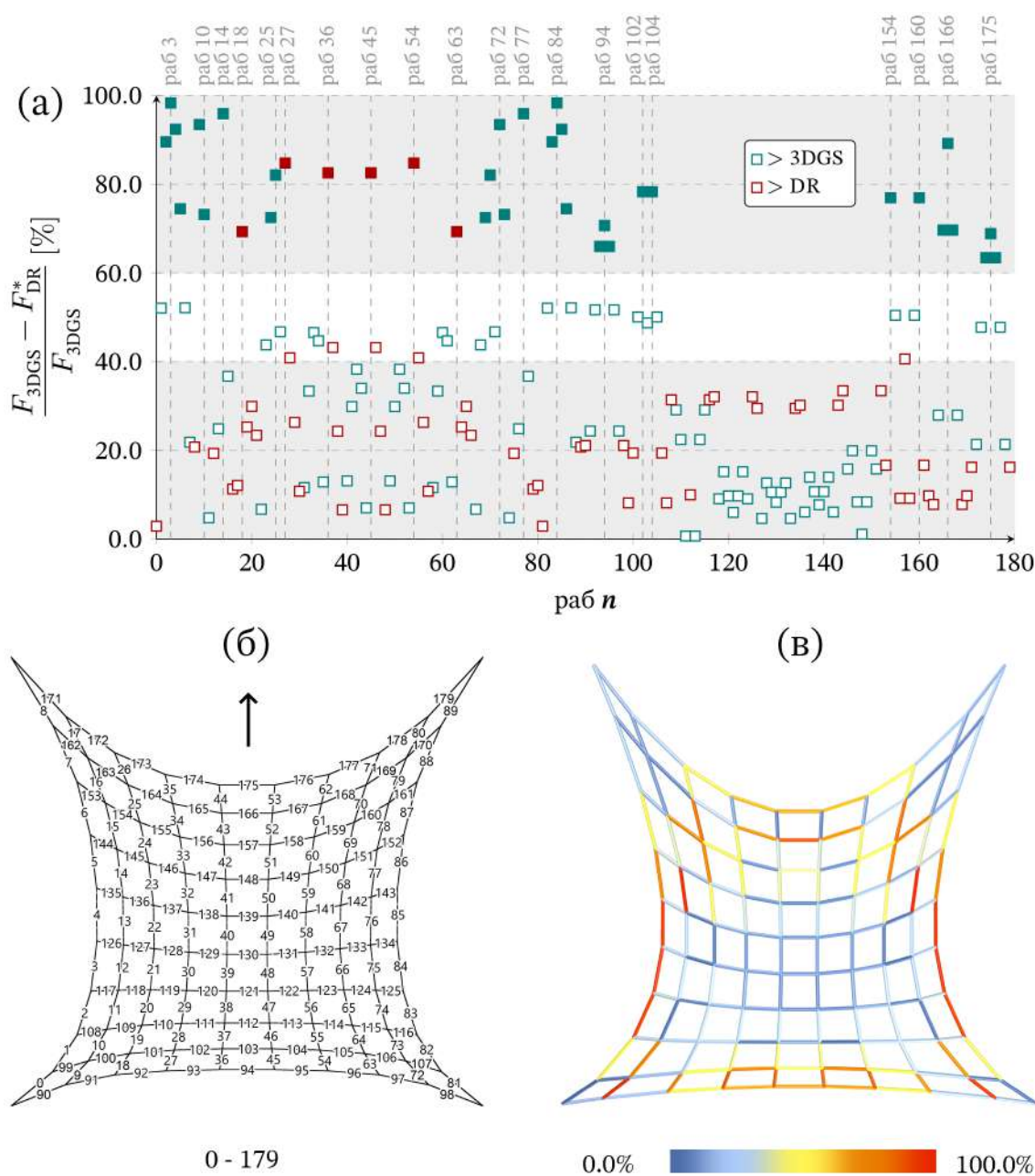
Слика 3.57: Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики

При дејство на комбиниран товарен случај кај кој хоризонталниот товар е со интензитет 0,30 g, може да се констатира дека доаѓа до зголемување на процентуалните разлики кај контурните рабови, како и кај сите рабови ориентирани во правец на дејство на товарот, односно у-правец, **Слика 3.58**. Може да се констатира дека детектираниот пораст е најизразен во идентификуваната група рабови со зголемени отстапувања, кај кои при примена на методот на динамичка релаксација определени се повисоки интензитети на аксијалните сили со процентуални разлики кои надминуваат 60%. Може да се заклучи дека детектираните рабови претставуваат дел од доминантната група со најголеми разлики, при што нивниот број се зголемува на 33 при комбиниран товарен случај, во споредба со 28 при чисто вертикален товарен случај.



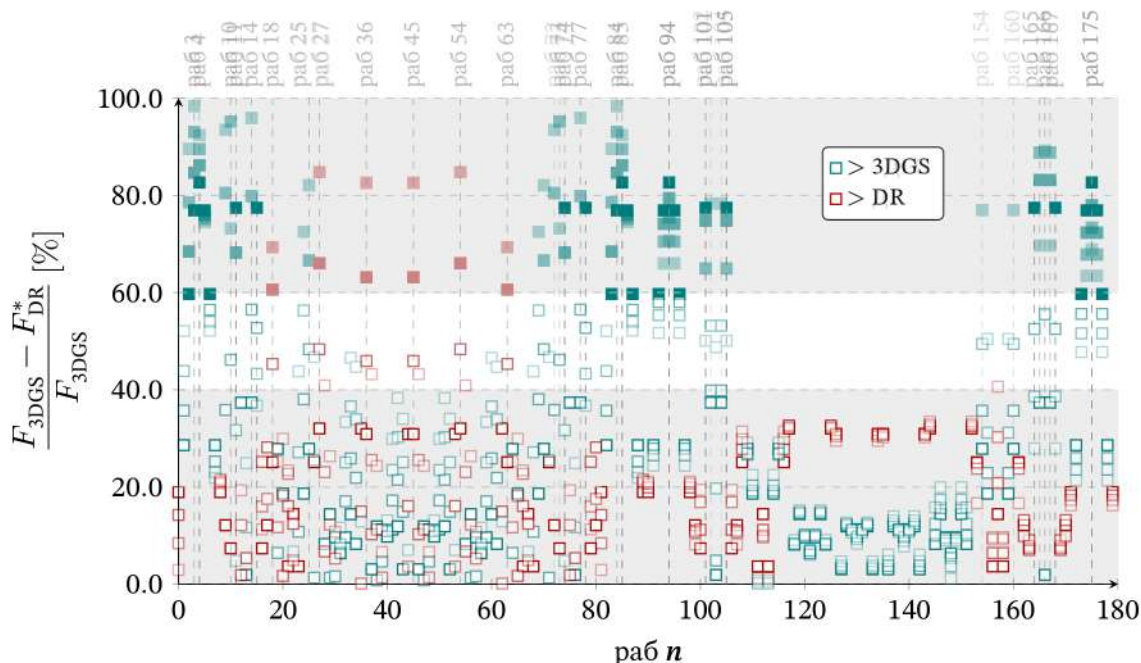
Слика 3.58: Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,30g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики

При дејство на комбиниран товарен случај кај кој хоризонталниот товар е со интензитет од 0,45 g, може да се констатира дека е детектиран пораст на разликите кај контурните рабови и рабовите ориентираны во у-правец, **Слика 3.59**, со што се потврдува општиот тренд на зголемување на процентуалните разлики. Покрај детектираниот тренд на зголемување, јасно е издвоена идентификуваната група рабови со најизразен детектиран раст на процентуалните разлики, при што интензитетите на аксијалните сили кај овие рабови определени со методот на динамичка релаксација се повисоки во однос на определените со примена на методот на графичка статика. При тоа, дел од детектираните процентуални разлики надминуваат 80%, достигнувајќи вредности блиски до 100%, при што вкупниот број на рабови со процентуални разлики над 60% се зголемува на 37.



Слика 3.59: Разлика на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,45g: (а) Процентуална разлика со нотирани максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Процентуална скаларна мапа на разлики

За целите на анализата преклопувајќи ги дијаграмите определени при дејство на чисто вертикален товарен случај и определените дијаграми комбиниран товарен случај за различни интензитети на хоризонтален товар, **Слика 3.60**, овозможена е директна споредба на промените во процентуалните разлики на ниво на целата мрежа помеѓу двата применети метода.



Слика 3.60: Процентуална разлика со нотирани максимални вредности на аксијални сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g, 0,30g и 0,45g

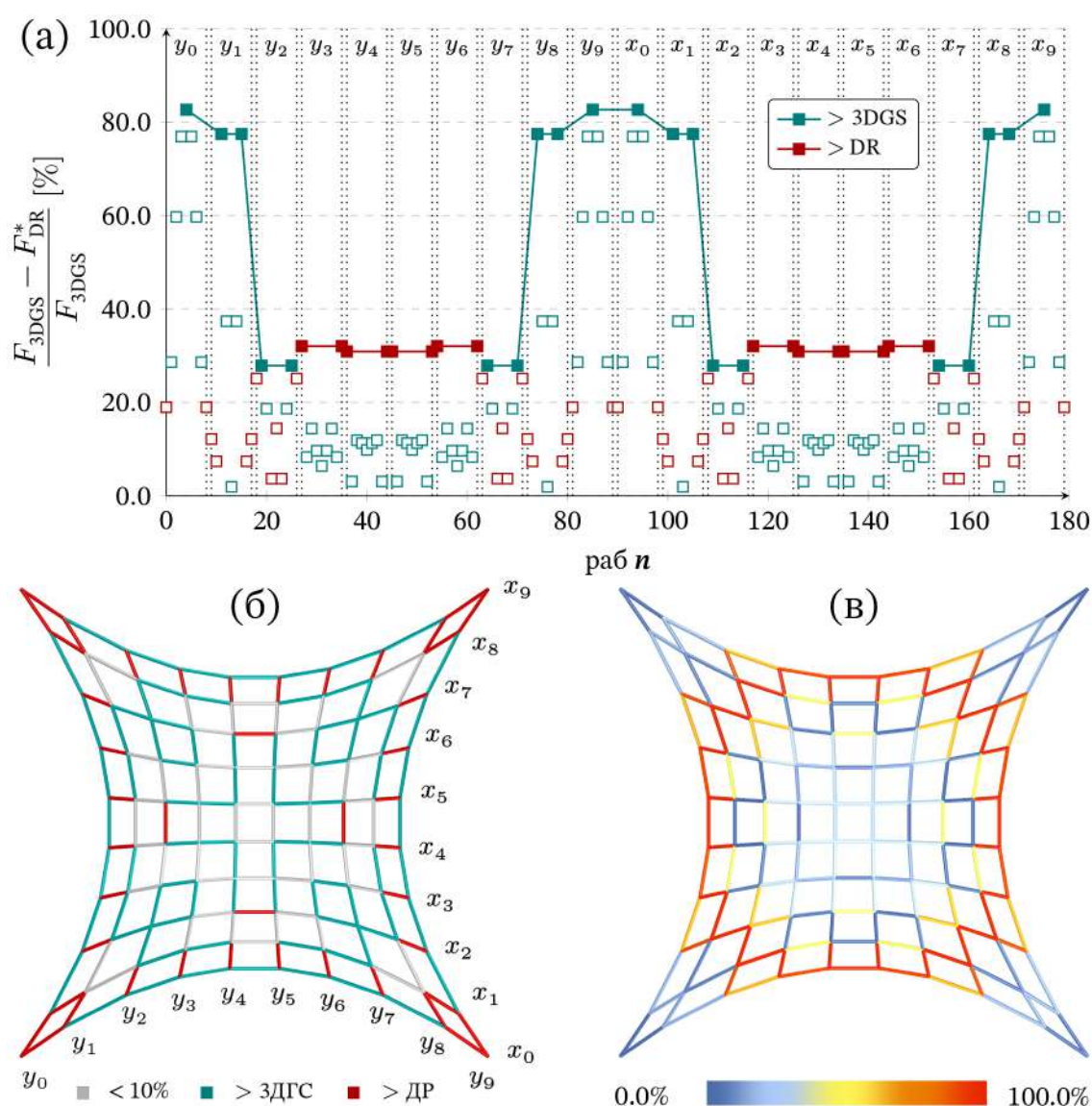
Од резултатите прикажани на **Слика 3.60** може да се констатира дека воведувајќи и постепено зголемувајќи го интензитетот на хоризонталната компонента на товарот суштински не доведува до промена на основниот опсег на отстапувања за најголемиот дел од рабовите, туку води до појава на повисоки процентуални разлики кај одредени групи рабови. Преклопениот приказ на резултатите јасно покажува дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар се појавуваат нови повисоки вредности на процентуални разлики со промени кои се насочно зависни и поизразени кај рабовите ориентирани во у-правец, како и кај контурните рабови. Истовремено, од дијаграмот може јасно да биде издвоена посебна група рабови кај која растот на разликите е најизразен, при што со примена на методот на динамичка релаксација определени се повисоки интензитети на аксијалните сили во однос интензитетите определени со примена на методот на графичка статика, резултирајќи со појава на екстремни процентуални разлики. Имајќи предвид дека вакви вредности не се детектираат при дејство на чисто вертикален товарен случај, а се појавуваат и прогресивно се зголемуваат со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, може да се заклучи дека разликите се директно поврзани со насоката и интензитетот на хоризонталното дејство, како и тенденцијата на динамичката релаксација да ги концентрира аксијалните сили во поделни рабови.

3.5.4.3 Разлики во пренос на сили по сегменти

Со цел да биде намалено влијанието на доминантните разлики, анализирано е локалното однесување на рабовите по групи дефинирани при нормализација по сегмен-

ти оформени според нивниот континуитет во x , односно y -праец. Со сегментирањето е овозможено јасно издвојување на максимумите, од кои поголемите вредности определени со методот на графичка статика се обележани со сина боја, додека поголемите вредности определени со методот на динамичка релаксација се означени со црвена боја.

Просторното распределување на разликите помеѓу вредностите определени со два метода при дејство на вертикален товар е прикажано на **Слика 3.61 (б)** преку категоризација на рабовите, овозможувајќи да биде утврдено со кој од двата применети метода се генерираат повисоки вредности за поодделните рабови. Скаларната мапа на процентуалните разлики по сегменти, **Слика 3.61 (в)**, слично како и кај анализата на ниво на цела мрежа, прикажува дека најголемите вредности се распределени вдоль контурните рабови во зоните во средишните делови од распонот, со појавува на рабови со повисоки разлики во нивната непосредна околина.



Слика 3.61: Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика

Анализата на прикажаните разлики, **Слика 3.61 (а)**, укажува на карактеристичен сооднос помеѓу применетите методи, при што големи отстапувања се појавуваат исклучиво кај рабовите кај кои вредностите определени со примена на методот на графичка статика се повисоки, додека разликите остануваат релативно мали кај рабовите кај кои се определени поголеми вредности со примена на методот на динамичка релаксација. Образецот укажува дека применувајќи го методот на динамичка релаксација, заснован на модел на пружини, доведува до редуција на варијабилноста на силите, ограничувајќи ги повисоките интензитети сконцентрирани во зоните на лежиштата. Следствено, во деловите на мрежата каде што се очекува постепена акумулација на сили, карактеристична за распределба на мембрански сили, методот на динамичка релаксација доведува до нагла промена во интензитетот на силите, генерирајќи големи разлики во тие рабови споредено со методот на графичка статика. Кај рабовите каде применувајќи го методот на графичка статика се определени пониски интензитети во однос на методот на динамичка релаксација, разликите се помали, укажувајќи дека изборот на вредностите при примена на методот на графичка статика не води до значајно отстапување при проценка на силите. Од резултатите може да се заклучи дека со примена на методот на графичка статика се опфаќа целиот спектар на варијации при распределба на силите, додека методот на динамичка релаксација ја израмнува распределбата, занемарувајќи ги локалните максимуми во голем дел од мрежата.

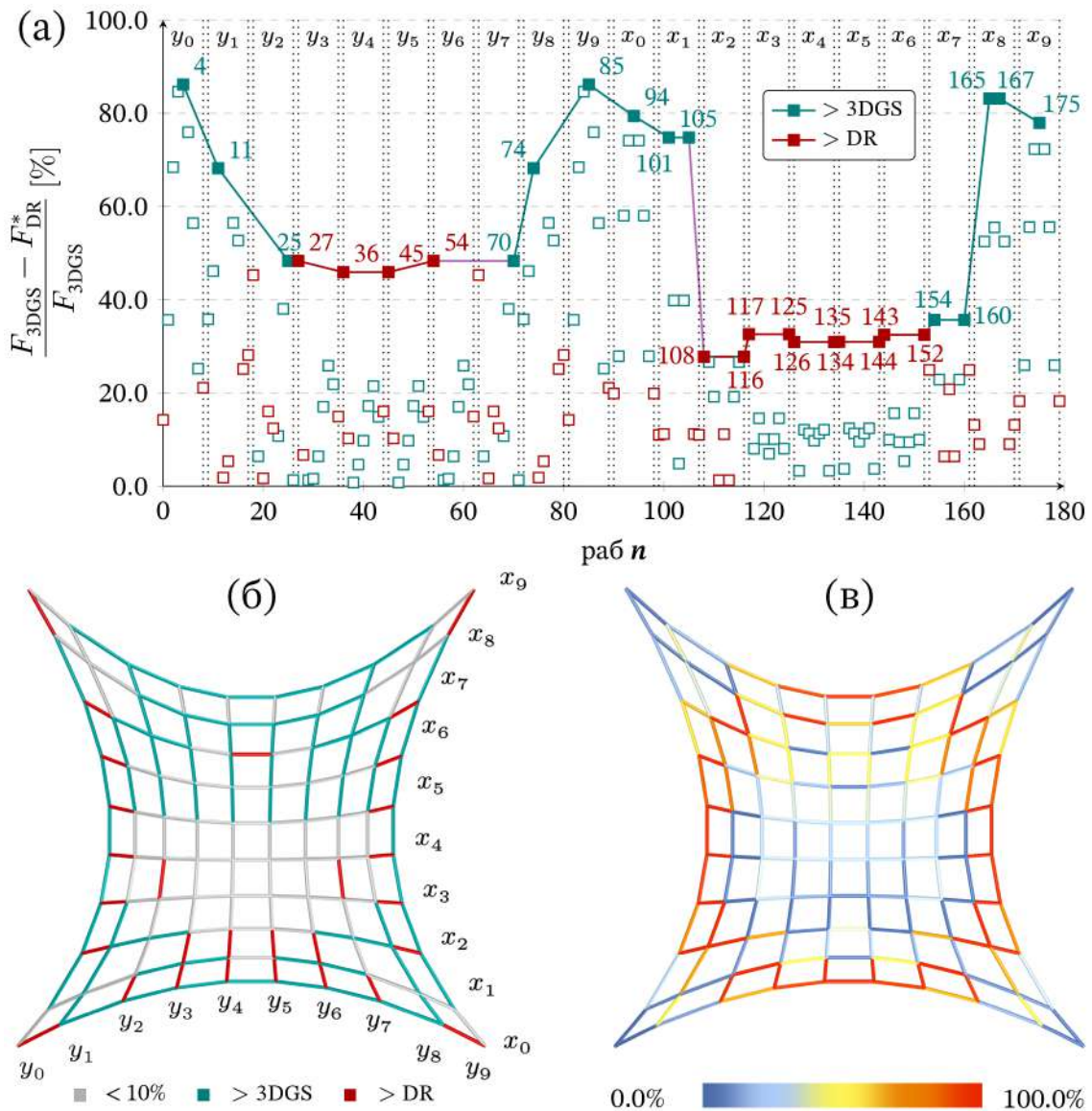
Со цел да бидат идентификувани локалните разлики при распределба на аксијалните сили определени со примена на двата метода при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар, за секој поединечен раб пресметана е процентуалната разлика помеѓу интензитетите на силите определени со примена на методот на графичка статика и со примена на методот на динамичка релаксација, при дејство на хоризонтален товар со различен интензитет од 0,15g, 0,30g и 0,45g.

При дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g, **Слика 3.62 (а)**, може да се констатира дека распределбата на процентуалните разлики по сегменти отстапува од образецот карактеристичен при дејство на исклучиво вертикален товар, проследено со нарушување на симетричноста на распределбата, воспоставувајќи асиметрична распределба. Може да се заклучи дека зголемувањето на вредностите е доминантно ориентирано во у-правец, при што кај сегментите кои се паралелни со насоката на дејствување на хоризонталниот товар се појавуваат повисоки процентуални разлики предизвикани од поголемите вредности определени со примена на методот на динамичка релаксација. Исто така, може да се регистрира нарушување на симетричната распределба на ниво на х-сегментите како целина, но со запазена симетријана ниво на секој поединечен х-сегмент.

Асиметријата се манифестира и на ниво на поединечните у-сегменти, при што кај секој у-сегмент се издвојува по еден раб со максимална вредност на процентуалната разлика. Кај средишните сегменти, од u_3 до u_6 , рабовите со максимална вредност се концентрирани во почетните делови на сегментите, односно во долната половина на мрежата, каде што се определени повисоки вредности на резултатите определени со примена на методот на динамичка релаксација, **Слика 3.62 (б)**, проследено со раст на констатираните разлики.

Скаларната мапа на процентуалните разлики по сегменти, **Слика 3.62 (в)**, ја потврдува спроведената анализа, покажувајќи дека највисоките вредности се распределени вдоль контурните рабови во зоните на средишните делови од распонот, со појава на поединечни внатрешни рабови со повисоки разлики во нивна непосредна околина. Таквата распределба потврдува дека дејството на хоризонталниот товар не резултира со униформна промена на однесувањето на мрежата, туку води до асиметрична распре-

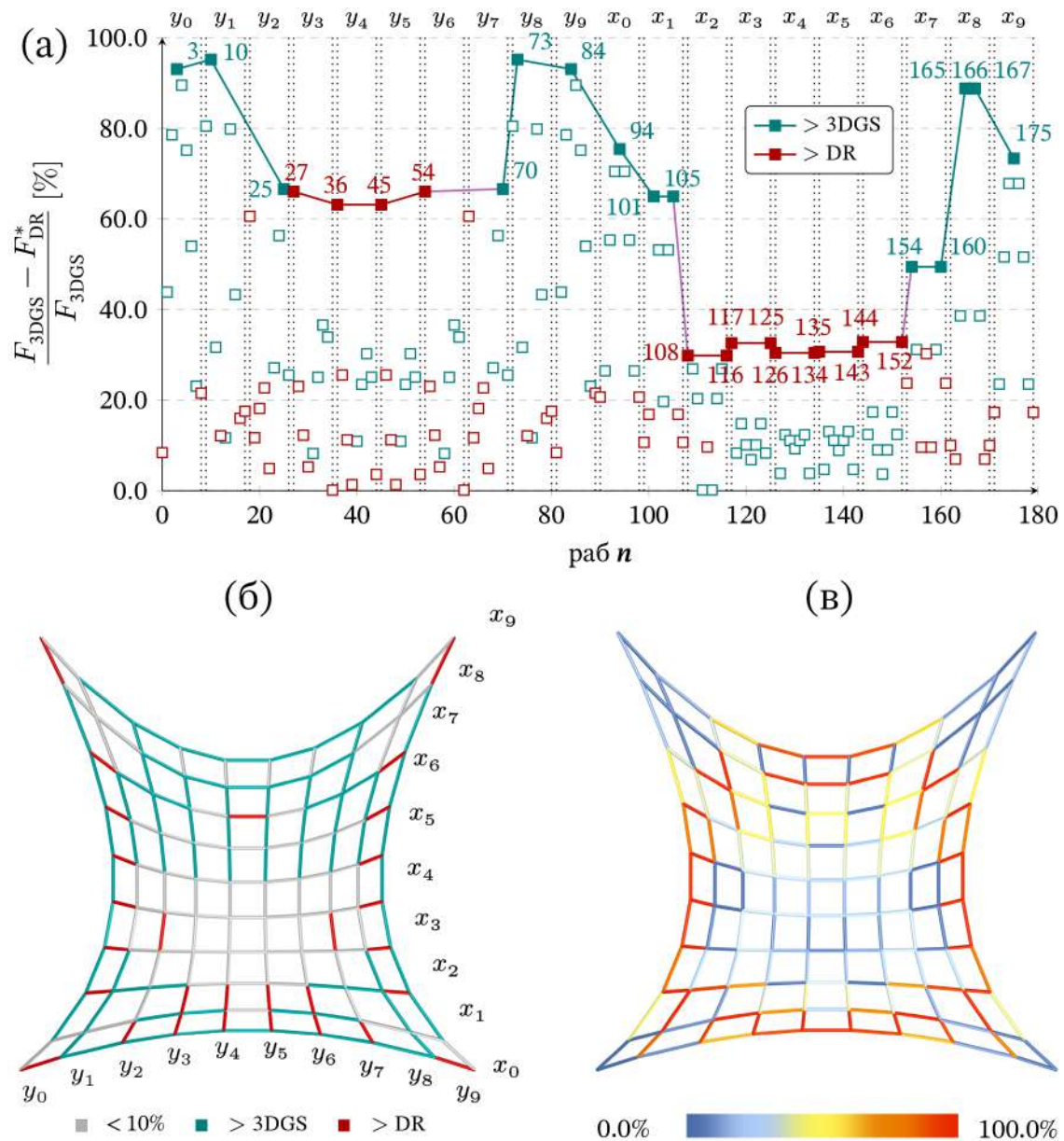
делба на големината на вредностите, манифестирана преку локално изразени разлики помеѓу резултатите добиени со примена на двата метода.



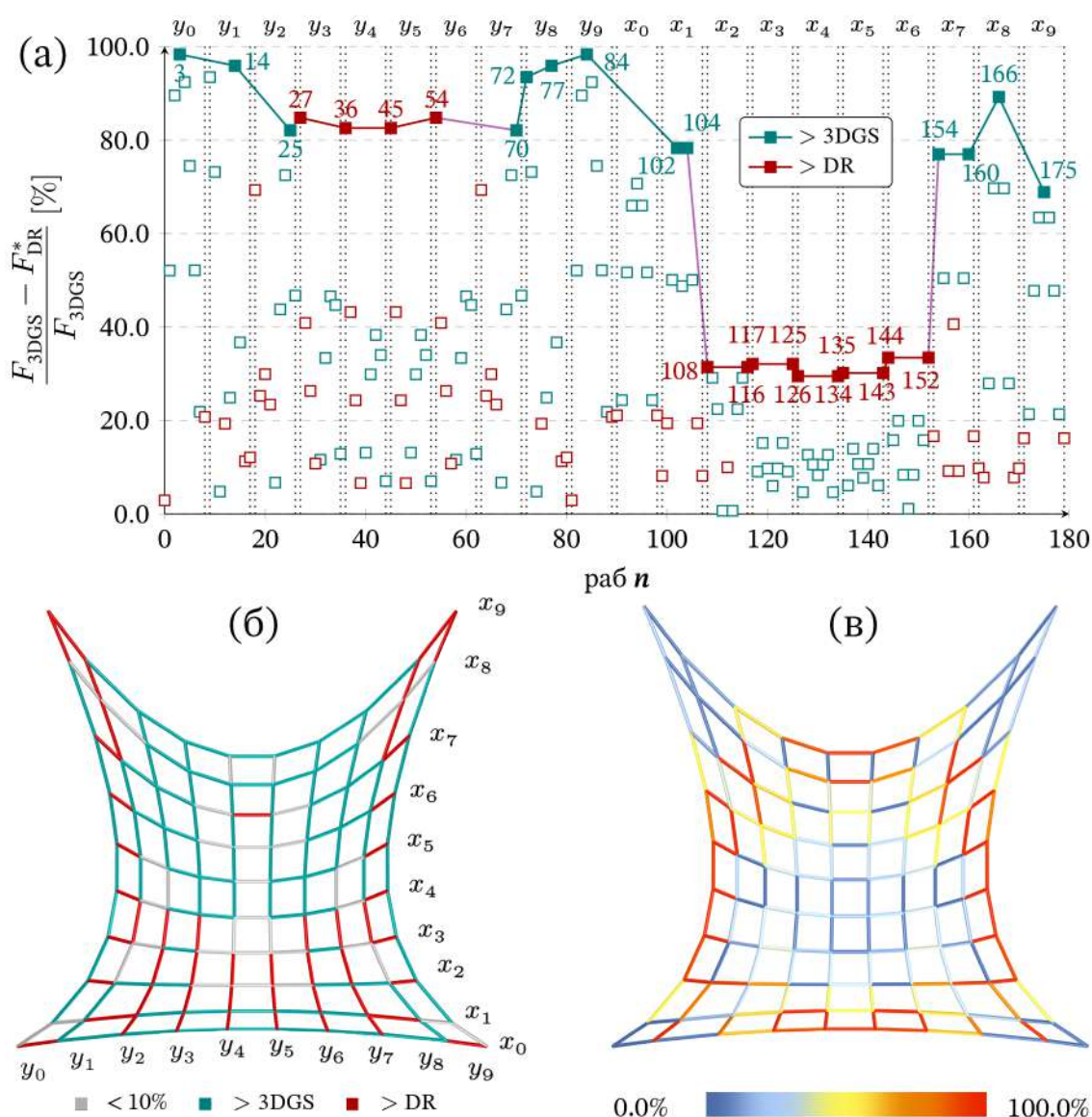
Слика 3.62: Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,15g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика

Зголемувајќи го интензитетот на хоризонталниот товар на 0,30g, односно на 0,45g, Слика 3.63 и Слика 3.64, соодветно, се задржува асиметричниот карактер на распределбата на процентуалните разлики по сегменти, со регистрирано дополнително зголемување на вредностите споредено со вредностите определени при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g. Растот на процентуалните разлики е доминантно присутен кај у-сегментите, најизразено манифестиран кај оние сегменти кај кои резултатите добиени со примена на методот на динамичка релаксација имаат високи вредности на аксијалните сили во однос резултатите определени со примена на методот на графичка статика.

На ниво на поединечните у-сегменти, распределбата на рабовите со изразени разлики останува непроменета, издвојувајќи ги рабовите лоцирани во истите делови на сегментите како и кај товарниот случај при дејство на хоризонтален товар со интензитет од 0,15g. Може да се констатира дека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар се рефлектира преку пораст на вредностите на процентуалните разлики кај карактеристичните рабови, без појава на нови зони со изразени отстапувања и без промена на просторниот образец на распределба. Во согласност со ваквата распределба, скаларната мапа на процентуалните разлики по сегменти, **Слика 3.63 (в)** и **Слика 3.64 (в)**, останува конзистентна во рамки на веќе утврдениот образец на мрежата, со највисоки вредности распределени вдолж контурните рабови во зоните на средишните делови од распонот и појава на поединечни внатрешни рабови со повисоки разлики во нивна непосредна околина.



Слика 3.63: Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,30g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика

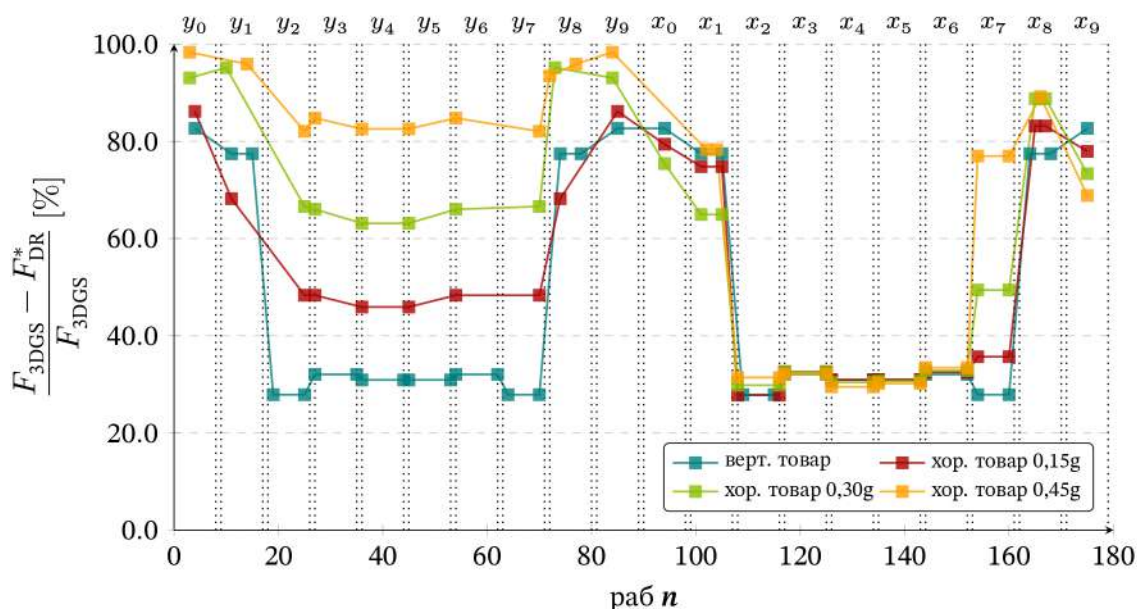


Слика 3.64: Разлика на аксијалните сили дефинирани со метод на динамичка релаксација и метод на графичка статика по сегменти, при дејство на хоризонтален товар со интензитет 0,45g: (а) процентуална разлика на локални максимални вредности; (б) Нумерирана топологија на мрежа; (в) Скаларна мапа на локални разлика

Со цел да биде овозможена директна споредба на влијанието на зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар направен е преклоп на граничните вредности за сите разгледувани товарни случаи, Слика 3.65, од кој може да се заклучи дека растот на процентуалните разлики не е униформен за целата мрежа. Може да се заклучи дека зголемувањето е концентрирано во групите на рабови кај кои дури и при понизок интензитет на хоризонталниот товар се регистрирани повисоки вредности кај резултатите определени со примена на методот на динамичка релаксација, што укажува на зголемена чувствителност на хоризонталната компонента на товарот.

Од резултатите прикажани на Слика 3.65 може да се заклучи дека зголемувањето на разликите не е рамномерно распределено по сите рабови на мрежата, туку е најизра-

зено кај ограничен број рабови, кај кои при примена на методот на динамичка релаксација се појавува значителен пораст на интензитетот на аксијалната сила, како последица на воведувањето на хоризонталната компонента на товарот. Може да се констатира дека изведениот заклучок е во согласност со начинот на кој методот на динамичка релаксација реагира на латерално натоварување, при што доаѓа до локално редиистрибуирање на внатрешните сили. При дејство на исклучиво вертикален товар, концентрацијата на изразени вредности е ограничена претежно на зоните на лежиштата, додека при комбинирано дејство на вертикален и хоризонтален товар истаа се поместува кон рабови ориентирани во правец на дејство на хоризонталниот товар лоцирани на периферијата на мрежата, каде елементите се со најизразени локални разлики. Наспроти тоа, резултатите определени со примена на методот на графичка статика се карактеризираат со порамномерна распределба на интензитетот на аксијалните сили по должината на мрежата, со појава на изразени разлики кај рабовите кај кои со примена на методот на динамичка релаксација е регистрирано локално концентриран пораст на силите под влијание на хоризонталниот товар.



Слика 3.65: Процентуална разлика на локални максимални вредности на аксијалните сили дефинирани со примена на методот на динамичка релаксација и примена на методот на графичка статика по сегменти

Од анализата на Слика 3.65 може да се констатира дека, и покрај присутните локални разлики во интензитетот на граничните вредности, воведувањето и постепено зголемување на интензитетот на хоризонталната компонента на товарот не доведува до промена на просторниот образец на распределба по должината на мрежата, туку исклучиво до квантитативно зголемување. Исто така треба да се потенцира дека односот помеѓу резултатите определени со примена на методот на графичка статика и резултатите определени со примена на методот на динамичка релаксација, во однос на позицијата и релативниот распоред на локалните гранични вредности, останува стабилен за сите разгледувани товарни случаи.

3.5.4.4 Интегрирана анализа на глобални и локални разлики

Со спроведените анализи опишана е распределбата на разликите определени со примена на двата разгледувани метода од два различни аспекта, анализа на ниво на

цела мрежа, точка 3.5.3.3., преку која е дефинирано општото однесување на методите, додека во точка 3.5.3.4 спроведена е анализа на ниво на сегменти, преку која е дефинирана локалната варијација. Имајќи ги предвид двата разгледувани аспекта, а со цел да биде определено контролирано поврзување помеѓу резултатите, применета е линеарна интерполација на двете анализи, приемнувајќи го изразот:

$$P(\alpha) = \alpha P_{\text{сегмент}} + (1 - \alpha) P_{\text{мрежа}} \quad (3.13)$$

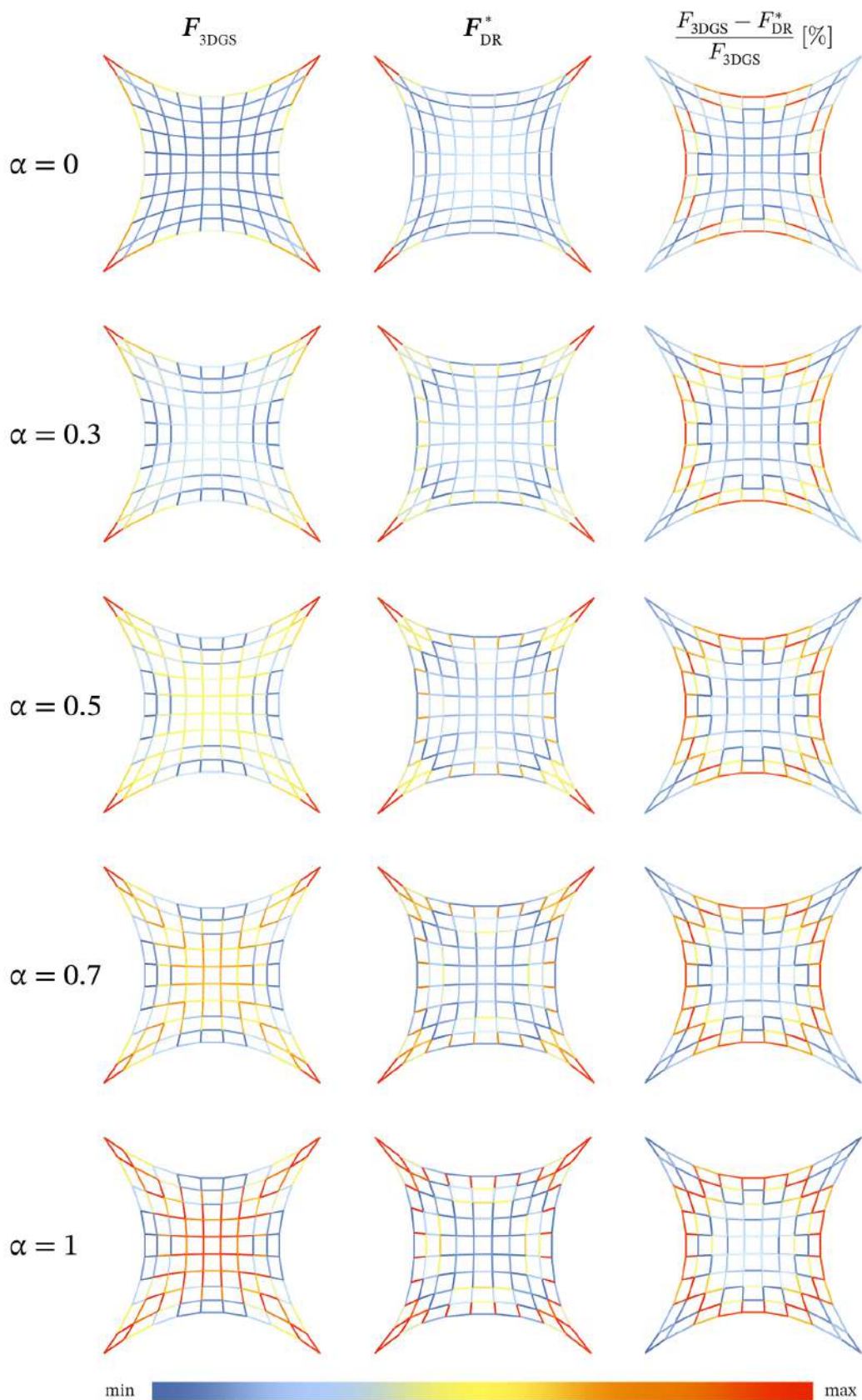
каде параметарот α дефинира сооднос на придонесот помеѓу определените резултати од глобалната анализа и анализата по сегменти, кој се движи во граници од 0 до 1, односно $\alpha \in [0, 1]$. Со граничните вредности на параметарот α се дефинирани пооделните карактеристични анализи, при што за вредност на параметарот $\alpha = 0$ се воспоставува глобална анализа, додека за вредност $\alpha = 1$ се воспоставува сегментна анали. Со вредностите на параметарот α кои се движат помеѓу граничните вредности 0 и 1, дефинирани се резултатите врз кои истовремено имаат влијание и глобалните и сегментните разлики.

Интегрираните резултати за распределба на аксијалните сили на притисок пресметани применувајќи го методот на графичка статика и методот на динамичка релаксација, со процентуално отстапување помеѓу двата применети метода, за различни вредности на параметарот α се прикажани на **Слика 3.66**. При тоа за минималната гранична вредност на параметарот, $\alpha = 0$, целосно е воспоставена глобална анализа, со која се рефлектира општата распределба на разликите во рамки на целата потисна мрежа, додека за максималната гранична вредност на параметарот, $\alpha = 1$, се воспоставува сегментна анализа со нагласени локални девијации, која ги вклучува и секундарните отстапувања.

Може да се констатира дека спроведената глобална анализа генерира стабилна агрегирана слика за општите трендови на распределба на аксијалните сили, за разлика од почувствителната анализа по сегменти со која се детектираат најизразените разлики помеѓу двата применети метода во пооделните делови од мрежата.

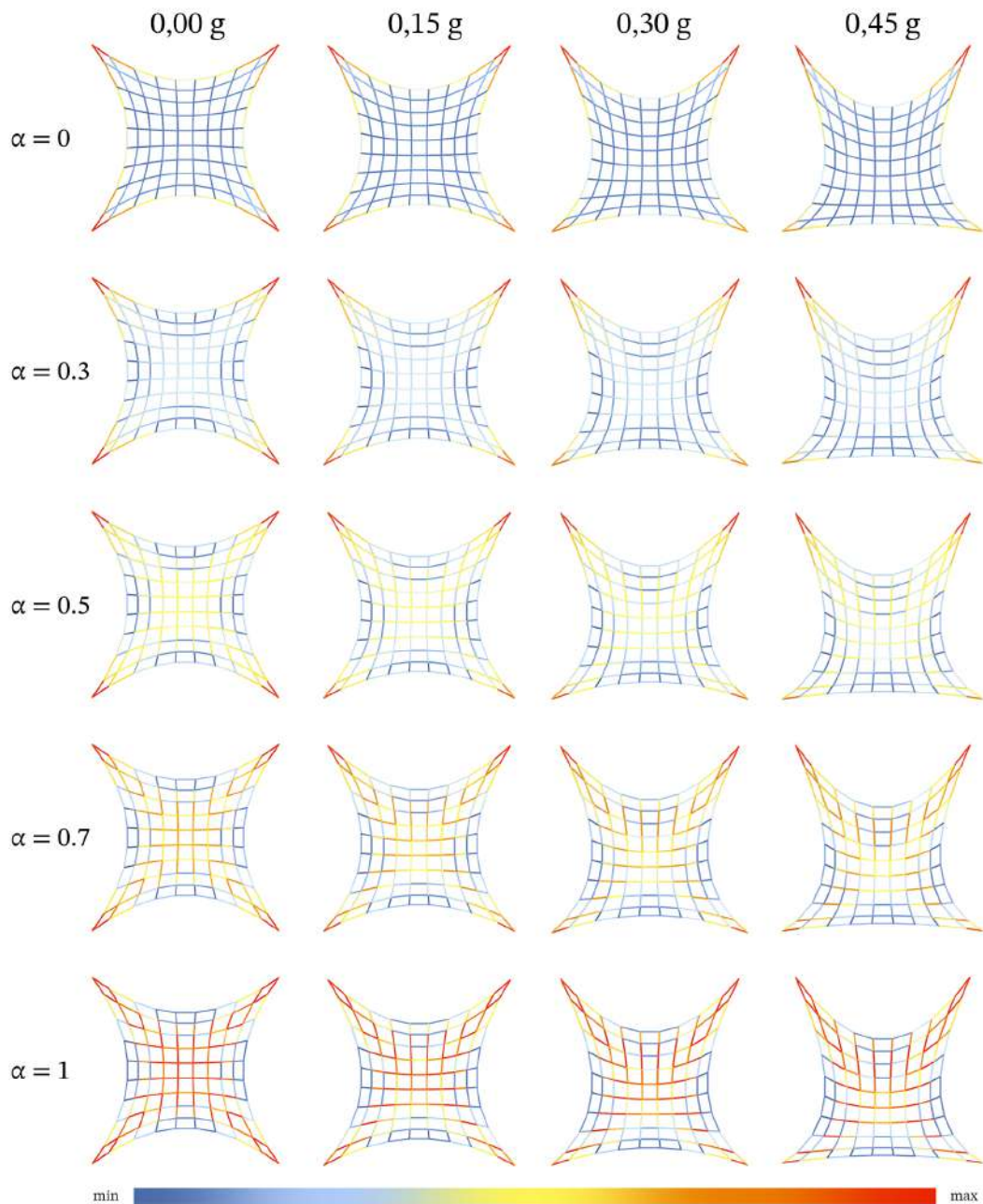
Зголемувајќи ја вредноста на параметарот α од 0 кон 1, глобалниот придонес постепено се намалува, при што резултатот станува сè почувствителен на локалните отстапувања. Може да се констатира дека при пониски вредности на параметарот α , $\alpha < 0,5$, глобалните трендови и покрај тоа што се читливи и доминантни, надополнети се со јасно прикажување на критичните рабови и сегменти кај кои методите се разидуваат. При повисоки вредности на параметарот α , $\alpha \geq 0,5$, локалната анализа станува водечка, резултирајќи со пренагласеност на поодделни сегменти губејќи го контекстот на глобалната распределба на силите.

Избирајќи ја вредноста на параметарот $\alpha \approx 0,3$ се задржува доминантна застапеност на глобалниот придонес од приближно 70%, со застапеност од приближно 30% на локалните параметри, со што се овозможува да бидат лоцирани сегментите каде доаѓа до појавва на најголемите разлики помеѓу вредностите определени со примена на двата метода, а без притоа да биде нарушена стабилноста и читливоста на резултатите од глобалната слика за распределба на аксијалните сили.



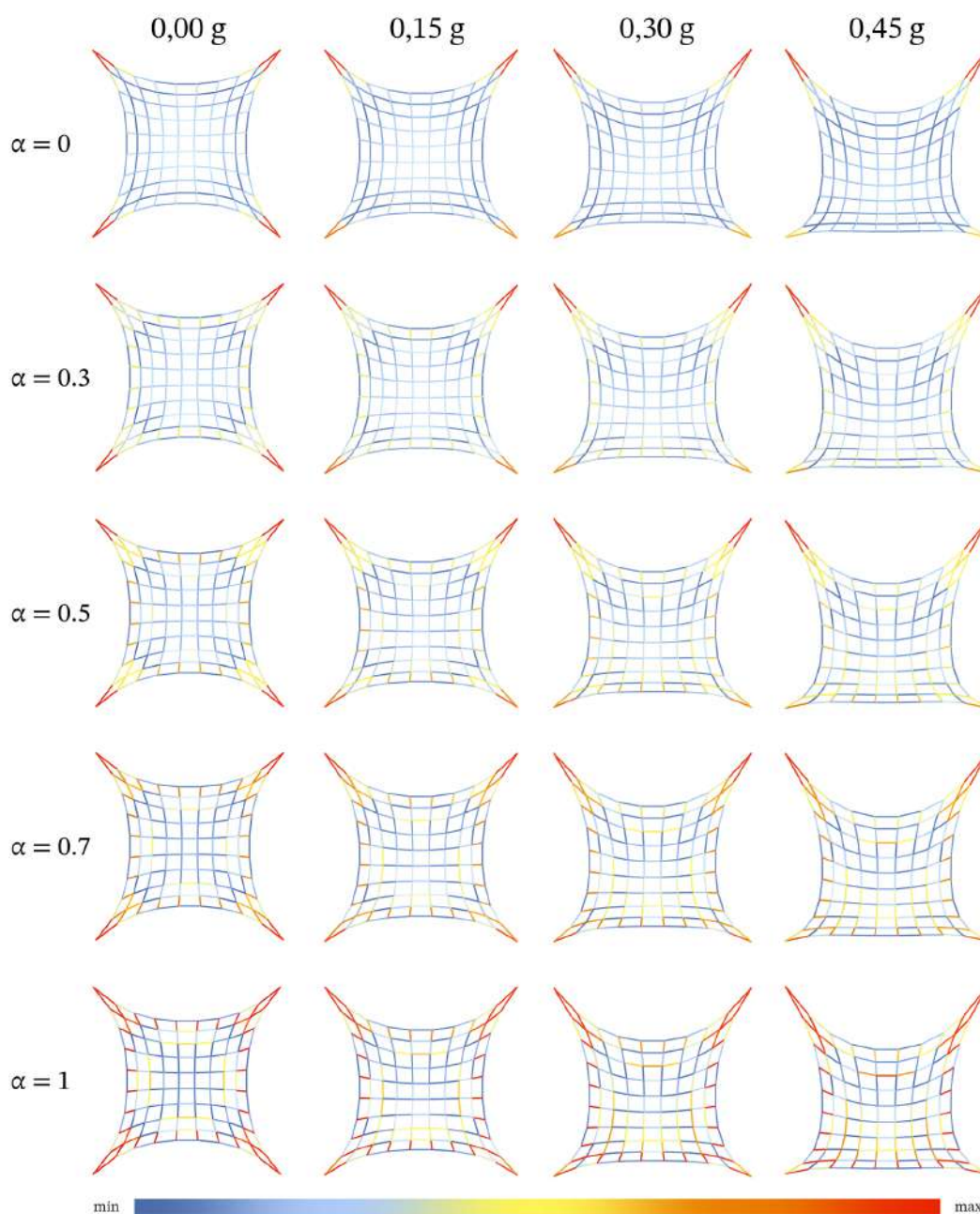
Слика 3.66: Интегрирани резултати за распределба на аксијални сили на притисок и процентуални разлики помеѓу применетите методи при дејство на вертикален товар во зависност од параметарот α

Интегрираните распределби на аксијалните сили определени со примена на методот на графичка статика, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности на параметарот α , се прикажани на **Слика 3.67**. Од анализата може да се заклучи дека при $\alpha = 0$ распределбата на аксијалните сили покажува стабилен и јасно дефиниран просторен образец, нагласувајќи ги периферните рабови и лежиштата како зони со зголемена концентрација на сили, независно од интензитетот на хоризонталниот товар. Зголемувањето на параметарот α , води до постепено инкорпорирање на локалните разлики во резултатите, при што за вредност на параметарот $\alpha \approx 0,3$ се воспоставува балансирана состојба помеѓу глобалната читливост и локалните максимални вредности.



Слика 3.67: Интегрирани распределби на аксијалните сили определени со методот на графичка статика, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности во зависност од параметарот α

Интегрираните резултати определени со примена на методот на динамичка релаксација, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности на параметарот α , се прикажани на Слика **Слика 3.68**. Од резултатите може да се заклучи дека со воведување и зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, глобалната анализа при $\alpha = 0$ јасно ја рефлектира асиметријата на системот, со постепено прераспределување на повисоките вредности кон периферните зони и лежиштата во насока на дејство на хоризонталната компонента. Со зголемување на вредноста на параметарот α , интерполираните резултати стануваат сè почувствителни на локалните девијации, при што за вредност на параметарот $\alpha \approx 0,3$ се постигнува јасна идентификација на критичните сегменти без нарушување на стабилноста на глобалната слика.



Слика 3.68: Интегрирани распределби на аксијалните сили определени со методот на динамичка релаксација, за различни интензитети на хоризонталниот товар и вредности во зависност од параметарот α

Од анализата на преносот на аксијалните сили на притисок може да се констатира дека постојат суштински методолошки разлики помеѓу методот на динамичка релаксација и методот на графичка статика, произлезени од фундаментално различниот начин на кој двата метода ги третираат и интерпретираат силите во рамките на потисната мрежа. Кај методот на динамичка релаксација, аксијалните сили не се дефинирани како примарен резултат на постапката, туку се определени индиректно преку дополнителна обработка на податоците, при што нивната распределба покажува изразена нерамномерност и тенденција на концентрација во ограничен број рабови, што доведува до доминација на глобални екстремни вредности на ниво на целата мрежа. Наспроти тоа, методот на графичка статика, како метод суштински заснован на дијаграмот на сили и неговата директна геометриска поврзаност со потисната мрежа, овозможува непосредно определување на аксијалните сили по рабови, при што нивната распределба е порамномерна и јасно структурно читлива.

Анализата на резултатите го издвојува методот на графичка статика како дистинктивен и методолошки вреден пристап за имплементација, овозможувајќи идентификација на доминантните патеки на пренос на силите на притисок преку сегментна анализа на мрежата, без потиснување на локалната структурна логика од доминацијата на поединечни глобални екстреми, додека врската помеѓу форма, рамнотежа и пренос на аксијални сили останува експлицитна и аналитички читлива.

Глава 4

Нумеричка анализа и валидација на лаци и луспи дефинирани со графичка статика

Во оваа глава е спроведена нумеричка анализа на лаци дефинирани со примена на графичка статика, со цел да се изврши проверка и валидација на нивното механичко однесување преку независен метод. Анализата е насочена кон испитување на однесувањето на добиените форми при дејство на еквивалентен товарен случај, со цел утврдување на степенот на доминантен аксијален пренос на сили на притисок и ограничено секундарно свиткување, во согласност со основните претпоставки на фуникуларните форми.

Во рамки на главата се дефинираат основните претпоставки на нумеричкиот модел, односно изборот на типот на конечни елементи, граничните услови и товарните случаи, со цел да се обезбеди споредливост со моделите дефинирани со графичката статика. Нумеричката анализа е спроведена за три различни интензитети на хоризонталната компонента на товарот, предвидени во процесот на дефинирање на формата, 0,15g, 0,30g и 0,45g. За секој од разгледуваните интензитети анализирани се по три модели, дефинирани преку различни вредности на параметарот на релативно поместување на потисната линија d , дефиниран во Глава 2. Разгледуваните модели ги опфаќаат карактеристичните состојби на релативното поместување: иницијалната конфигурација без поместување на потисната линија, состојбата со минимална зафатена површина на потисните линии, како и максималното релативно поместување, определени во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар.

Добиените резултати се користат за оценување на степенот до кој формите на лаци-те, дефинирани со графичка статика, покажуваат однесување карактеристично за фуникуларни системи, при што нумеричката анализа служи исклучиво како независна проверка на механичката конзистентност на овие форми, без дополнителна оптимизација.

4.1 Аналитичко моделирање на лаците дефинирани со графичка статика

Со цел да биде извршена валидација на механичкото однесување на лаците дефинирани со примена на графичка статика преку независен метод спроведена е нумеричка анализа со примена на методот на конечни елементи (МКЕ). Аналитичките модели се изработени во програмскиот пакет SAP2000 [111], при што лаците се моделирани со линиски конечни елементи кои доминантно вршат пренос на аксијални сили, а како последица на применетиот дводимензионален модел вклучуваат и пренос на трансверзални сили и нападни моменти.

Геометријата на аналитичките модели е генерирана со директно преземање на формата на лаците дефинирани со примена на методот на графичка статика, со сегментација дефинирана преку дијаграмот на сили. Може да се констатира дека пренесувајќи ја геометријата на лаците во аналитичка средина задржана е поделбата која произлегува од рамнотежата на поединечните товари и нивните нападни линии при примена на методот на графичка постапка, без да биде воведена дополнителна дискретизација. Со тоа аналитичкиот модел директно ја рефлектира дефинираната форма, без дополнителни нумерички интервенции, кои би можеле да доведат до измена на релацијата помеѓу геометријата и внатрешните сили на лаците. Имајќи го предвид предметот на истражувањето, дефинирање на односот помеѓу претходно дефинираната форма и распределбата на внатрешните статички големини, анализата не е фокусирана на носивоста на конструкцијата, односно определување на материјална нелинеарност, локални напрегања или однесување на напречниот пресек. Оттука материјалните и геометриските карактеристики на напречниот пресек се воведени на идеализирано ниво, исклучиво како неопходен предуслов за спроведување на аналитичката пресметка, без да бидат користени при интерпретација на резултатите во споредбената анализа.

Со цел да биде обезбедена методолошка конзистентност со моделот дефиниран со графичка статика, граничните услови во аналитичките модели се дефинирани за рамнински носач со три степени на слобода по јазол, задавајќи ги лежиштата како неподвижни, како и без воведување на дополнителни гранични услови кои би резултирале со појава на дополнителни нападни моменти или би предизвикале прераспределбата на внатрешните статички големини.

Товарните случаи во аналитичките модели се дефинирани согласно со предвидените товари од дијаграмите на сили определени преку примена на методот на графичка статика, разгледувајќи комбиниран товарен случај од сопствена тежина и хоризонтална компонента дефинирана како пропорционален дел од вертикалниот товар. Имајќи ја предвид симетричноста на геометријата на лакот, спротивната насока на хоризонталната товарна компонента е имплицитно опфатена, не анализирајќи ја како посебен товарен случај, при што различните интензитети на хоризонталниот товар овозможуваат јасно разграничување на нејзините ефекти.

4.1.1 Нумеричка интерпретација на фуникуларните форми

При примената на методот на конечни елементи (МКЕ), дури и кај Применувајќи го методот на конечни елементи (МКЕ), дури и кај фуникуларни форми дефинирани со примена на методот на графичка статика, доаѓа до појава на нападни моменти, имајќи предвид дека со моделирањето не е исклучен нивниот пренос, при што се воведуваат и дополнителни ефекти од дискретизацијата на геометријата, како и од нумеричката распределба на товарите.

Може да се констатира дека анализата не е насочена кон идентификација на состојби на чисто аксијално напрегање, без било какво присуство на нападни моменти, туку анализата е насочена кон квантитативно разгледување на соодносот помеѓу големината на нападните моменти и аксијалните сили на притисок во секој поединечен сегмент. Имајќи го предвид фактот дека станува збор за физички различни величини, а со цел спроведување на суштинска анализа воведен е коефициент на фуникуларност за контрола на соодносот помеѓу нападниот момент и аксијалната сила, со што е овозможена оцена на големината на свиткување во однос на аксијалниот пренос на сили во самиот елемент.

4.1.1.1 Избор на показател за проверка на фуникуларното однесување

Квантитативната контрола на фуникуларното однесување во нумеричката анализа е спроведено преку коефициент со кој споредбено се разгледува големината на нападниот момент и аксијалната сила на притисок на ниво на поодделен елемент:

$$f = \frac{M_i}{N_i} \quad (4.1)$$

каде што е:

M_i – максимален интензитет на нападен момент кој се пренесува во сегментот i ,

N_i – максимален интензитет на аксијална сила кој се пренесува во сегментот i .

Коефициентот f , всушност претставува еквивалентен ексцентрицитет на аксијалната сила, чија јасна механичка интерпретација на величина на должина претставува растојание од тежиштето на пресекот на кое треба да дејствува аксијалната сила како би се генерирал разгледуваниот нападен момент. Имено, преку определените вредности за коефициентот f директно е опишана локалната рамнотежна состојба на елементот, при што зголемените вредности укажуваат на поизразено отстапување од чисто аксијален пренос на сили, додека ниските вредности укажуваат на доминантно аксијален пренос на сили.

4.1.2 Гранични вредности за интерпретација на фуникуларното однесување

Коефициентот f , односно одредениот ексцентрицитет, кој всушност претставува должина, преку својата апсолутна вредност овозможува интерпретација на генерираните резултати, при што ниските вредности, од ред на милиметри, се поврзани со состојби блиски на чисто аксијално напрегање, за разлика од високите вредности, од ред на метри, кои укажуваат на изразено отстапување од чистото аксијално напрегање и појава на извивање во самиот елемент. Дефинираната интерпретација е доволна за разликување на крајни, екстремни случаи, но преку истата не е овозможено јасно и недвосмислено определување на дозволените граници на отстапување, имајќи предвид дека помеѓу двете гранични состојби постои континуиран опсег на вредности за кои апсолутната должина, сама по себе, нема јасна механичка интерпретација.

Имено, вредностите на коефициентот f , дефинирани како апсолутни нумерички големини, не се разгледуваат како директна мерка за фуникуларност, туку се интерпретирани во однос на распределбата на вредностите на соодносот на нападните моменти и аксијалните сили определени за референтни фуникуларни системи, анализирани со ист нумерички модел, овозможувајќи споредбена анализа на степенот на отстапување, без при тоа да биде утврден универзален праг на фуникуларност. При тоа како референтен фуникуларен систем, за потребите на спроведената анализа, е дефинирана

иницијалната потисна линија за конкретен товарен случај, без никаква дополнителна манипулација и преклопување, при што внатрешниот пренос на сили вдоль потисната линија е исклучиво аксијален, репрезентирајќи состојбата на чисто аксијално напрегање, односно притисок на потисната линија како граничен фуникуларен случај.

Во рамки на применетиот нумерички модел, референтниот фуникуларен систем, предмет на ова истражување, е претставен преку дискретна линиска апроксимација со конечни елементи, кои овозможуваат појава на нападни моменти по должината на потисната линија. При тоа, определените вредности на нападните моменти во анализата не се толкувани како показател за реално нефуникуларно однесување, туку како последица на начинот на нумеричка репрезентација на идеална состојба на чисто аксијално напрегање. Имајќи го ова предвид, распределбата на коефициентот f за дефинираниот референтен случај е усвоена како основа за дефинирање на скала на еквивалентен ексцентрицитет, односно како референтна распределба во однос на која треба да бидат разгледани и споредени останатите анализирани модели.

Со цел да биде елиминирано влијанието на локалните нумерички екстреми, поврзани со начинот на дискретизација и моделирање, како гранична вредност s за референтниот фуникуларен систем, наместо максималната вредност, усвоен е 95-от перцентил од добиените вредности за распределба на коефициентот f . При тоа, усвоената гранична вредност претставува карактеристична горна граница на однесување на системот во рамки на применетиот нумерички пристап, опфаќајќи го доминантниот дел од варијација на еквивалентниот ексцентрицитет кај идеално фуникуларна потисна линија. При анализата, вредностите кои ја надминуваат вредноста на коефициентот f се интерпретирани како отстапување од однесувањето карактеристично за чисто фуникуларен систем. При тоа граничната вредност на коефициентот f не е третирана како апсолутен критериум, туку истата се смета за референтна вредност, преку која може да бидат идентификувани сегментите со потенцијално изразено учество на нападниот момент.

Имено, преку перцентилната распределба на вредностите во сегментите, имајќи ја предвид дефинирата гранична вредност, е овозможена директна интерпретација на однесувањето на системот во целина. При тоа доколку бројот на сегменти кај кои вредноста на коефициентот f е пониска од дефинираната гранична вредност, е поголем укажува на доминантно аксијален пренос на сили со однесување кое е споредливо со референтниот фуникуларен случај. Спротивно доколку бројот на сегменти, кај кои вредноста на коефициентот f е повисока од дефинираната гранична вредност, е поголем, укажува на присуство на нападни моменти над нивото карактеристично за референтниот фуникуларен случај.

4.2 Нумеричка анализа на лацци

За целите на аналитичката анализа разгледани се три геометриски состојби на лак со распон од 8 m и висина од 4 m, при дејство на три интензитети на хоризонтален товар од 0,15g, 0,30g и 0,45g. Карактеристичните геометрии на лакот се дефинирани според релативното поместување на линијата на потисок: нулта положба, положба што ја определува анвелопата со најмала зафатена површина и положба со максимално поместување.

Со цел јасно и недвосмислено разграничување на разгледуваните модели од аспект интензитетот на хоризонталниот товар и геометриската состојба на лакот, означувањето на моделите е конципирано во формат составен од два дела:

A_xxxg_yyy

(4.2)

каде што e :

xxx првиот дел означува интензитет на хоризонтален товар, 015g, 030g, 045g

yyy вториот дел означува геометрија на лак во зависност од релативно поместување на линијата на потисок, нулта положба, nul, положба на анвелопа со најмала зафатена површина, opt, и положба со максимално релативно поместување, max.

За секој од нумерички анализирани модели определени се внатрешните статички големини по сегменти, при што должините на поединечните сегменти се преземени од дијаграмот на форма дефиниран преку имплементација на методот на графичка статика. Со цел да биде овозможена споредбена оцена на конструктивното однесување на различните модели, определените резултати се разгледани преку релативното учество и доминантност на внатрешните статички големини, без да бидат земени предвид нивните апсолутни вредности. Исто така, со цел да биде избегната доминацијата на локално изразените вредности поврзани со дискретизацијата и нумеричката природа на нумеричката анализа при обработката на податоците користени се перцентилни вредности наместо апсолутни екстреми. Дијаграмите на поодделните внатрешни статички големини се прикажани во различен размер, имајќи предвид дека се применети за анализа на распределбата, а не за визуелна споредливост на интензитетите помеѓу различните статички големини.

4.2.1 Анализа на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок

Лациите дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок всушност ја дефинираат нултата положба на геометријата на лакот. Во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар за поодделните разгледувани случаи дефиниран е бројот на сегменти на дискретизација на лакот со вкупна должина, како и граничната вредност s . При тоа геометријата на моделот A_015g_nul е дискретизирана на 130 сегменти со вкупна должина од 42,71 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,05$, моделот A_030g_nul е дискретизиран на 128 сегменти со вкупна должина од 46,99 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,06$, додека моделот A_045g_nul е дискретизиран на 124 сегменти со вкупна должина од 57,30 m, при што е применета гранична вредност $s = 0,10$. Анализата на поединечните модели е спроведена во однос на определување на апсолутните внатрешни статички големини, перцентилната распределба на коефициентот f , бројот на сегменти кај кои вредноста коефициентот f ја надминува граничната вредност s , како и процентуалното учество на нивната должина во однос на вкупната должина на сите сегменти на лакот.

Резултатите определени при анализа на нултата положба на лакот при дејство на комбиниран товарен случај, составен од сопствена тежина и хоризонтален товар, се сумирани во Табела 4.1 во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар. Со цел да бидат опфатени карактеристичната и екстремната распределба за целосната форма на лакот внатрешните статички големини се анализирани преку 5-ти, 50-ти и 95-ти перцентил. Дополнително, со цел да биде утврдено дали надминувањето на граничната вредност $f > s$ се јавува кај изолирани кратки сегменти или опфаќа значаен дел од геометријата на лакот покрај бројната застапеност разгледан е нивниот удел во вкупната должина на лакот. Применетиот двоен пристап овозможува избегнување на интерпретација заснована исклучиво на екстремни или дискретни појави кои не ја одразуваат карактеристичната состојба на лакот.

Табела 4.1: Нумерички резултати од МКЕ анализата на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок

	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		Мерни единици	
	Гранична вредност	M $s=M/N$		Број на сегменти		
Лак А_015g_nul			0,125	130		
			0,05	42,71	[m]	
			P5	P50	P95	
		Аксијални сили (N)	0,054	0,580	3,163	[kN]
		Трансверзални сили (T)	0,018	0,087	0,410	[kN]
		Нападни моменти (M)	0,005	0,026	0,073	[kNm]
		Индикатор	P5	P50	P95	
		Коефициент f	0,007	0,036	0,392	[m]
		Гранична вредност	> s	< s	N/a	
		Број на сегменти	50	78	2	
		Процент на сегменти	38,46	60,00	1,54	[%]
		Процент на должина	41,89	58,07	0,04	[%]
Лак А_030g_nul			0,161	128		
			0,06	46,99	[m]	
			P5	P50	P95	
		Аксијални сили (N)	0,122	1,183	3,638	[kN]
		Трансверзални сили (T)	0,027	0,169	0,702	[kN]
		Нападни моменти (M)	0,019	0,069	0,328	[kNm]
		Индикатор	P5	P50	P95	
		Коефициент f	0,017	0,087	0,360	[m]
		Гранична вредност	> s	< s	N/a	
		Број на сегменти	82	46	0	
		Процент на сегменти	64,06	35,94	0,00	[%]
		Процент на должина	64,11	35,89	0,00	[%]
Лак А_045g_nul			0,312	124		
			0,10	57,30	[m]	
			P5	P50	P95	
		Аксијални сили (N)	0,143	1,088	5,910	[kN]
		Трансверзални сили (T)	0,057	0,218	1,174	[kN]
		Нападни моменти (M)	0,043	0,151	0,451	[kNm]
		Индикатори	P5	P50	P95	
		Коефициент f	0,029	0,154	0,897	[m]
		Гранична вредност	> s	< s	N/a	
		Број на сегменти	76	48	0	
		Процент на сегменти	61,29	38,71	0,00	[%]
		Процент на должина	53,58	46,42	0,00	[%]

Анализата на податоците прикажани во Табела 4.1, а кои се однесуваат за аксијалните сили при 50-тиот перцентил, односно медијаната, 0,580 kN кај лакот A_015g_nul, 1,183 kN кај лакот A_030g_nul и 1,088 kN кај лакот A_045g_nul, укажува дека карактеристичната вредност не продолжува да расте со истиот интензитет при зголемување на предвидениот хоризонталниот товар. За разлика од вредностите на 95-тиот перцентил кај кои може да се констатира поинаков тренд, при што определените вредности кај лакот A_015g_nul и лакот A_030g_nul се меѓусебно блиски, додека кај лакот A_045g_nul се јавува значително повисока екстремна вредност. Од спроведената анализа може да се констатира дека разликата во однесувањето на лакот при медијаната и 95-тиот перцентил произлегува од фактот дека иницијалното зголемување на хоризонталниот товар влијае на глобалната дистрибуција на аксијалниот пренос вдоль лакот, додека дополнителното зголемување на хоризонталниот товар доведува до концентрација на повиоки аксијални сили во ограничени делови од геометријата на лакот.

Анализата на вредностите на трансверзалните сили при 50-тиот перцентил, односно медијаната, 0,087 kN кај лакот A_015g_nul, 0,169 kN кај лакот A_030g_nul и 0,218 kN кај лакот A_045g_nul, како и анализата на вредностите на трансверзалните сили при 95-тиот перцентил, 0,410 kN кај лакот A_015g_nul, 0,702 kN кај лакот A_030g_nul и 1,174 kN кај лакот A_045g_nul, укажува на константен раст при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. Може да се заклучи дека порастот не е ограничен само на мал број екстремни сегменти, туку истиот се одразува на целокупната распределба на трансверзалните сили.

Анализата на вредностите на нападните моменти укажува на најизразена промена при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, при што нападните моменти при медијаната константно се зголемуваат, 0,026 kNm кај лакот A_015g_nul, 0,067 kNm кај лакот A_030g_nul и 0,151 kNm кај лакот A_045g_nul, како и вредностите на нападните моменти при 95-тиот перцентил, 0,073 kNm кај лакот A_015g_nul, 0,328 kNm кај лакот A_030g_nul и 0,51 kNm кај лакот A_045g_nul. Од анализата може да се заклучи дека блиските вредности кај лакот A_015g_nul и лакот A_030g_nul укажува дека екстремниот однос M/N останува приближно на исто ниво, додека кај лакот A_045g_nul значителното зголемување укажува дека при највисок интензитет на хоризонталниот товар ексцентричноста на внатрешниот пренос на сили значително се зголемува во однос на аксијалниот пренос на силите.

Исто така извршена е споредбена анализа помеѓу скалираната гранична вредност на нападниот момент за референтниот фуникуларен систем при соодветен интензитет на хоризонталниот товар со определените вредности на нападните моменти при 95-тиот перцентил. Може да се заклучи дека кај лакот A_015g_nul екстремните вредности остануваат под референтната граница од 0,125 kNm, третирајќи ги како релативно мали во контекст на разгледуваниот товарен случај. Од друга страна кај лакот A_030g_nul вредностите на нападните моменти при 95-тиот перцентил ја надминуваат референтната граница од 0,161 kNm за приближно 104%, додека кај лакот A_045g_nul надминувањето на вредностите на нападните моменти при 95-тиот перцентил во однос на референтната граница од 0,312 kNm изнесува приближно 45%, укажувајќи на фактот дека значајно зголемување на учеството на нападните моменти се појавува при повисоки интензитети на хоризонтален товар. Имајќи предвид дека медијаните на нападните моменти кај сите разгледувани модели остануваат под скалираната референтна граница, може да се констатира дека надминувањето се однесува на екстремните вредности, додека карактеристичното ниво на свиткување во системот останува под референтната фуникуларна граница.

Анализата на распределбата на коефициентот f изразена преку перцентили, укажу-

ва на зголемување на карактеристичните и екстремните вредности при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, при што медијаната кај лакот A_015g_nul изнесува 0,036 m, кај лакот A_030g_nul изнесува 0,087 m, односно кај лакот A_045g_nul изнесува 0,154 m. При тоа определената вредност кај лакот A_015g_nul останува под граничната вредност s, додека кај останатите два модели лацци определените вредности ја надминуваат граничната вредност. Вредностите на коефициентот f при 95-тиот перцентил изнесуваат 0,392 m кај лакот A_015g_nul, 0,360 m кај лакот A_030g_nul и 0,897 m кај лакот A_045g_nul, при што определените вредности кај сите три модели повеќекратно ја надминуваат граничната вредност s. Исто така, од прикажаните резултати, може да се констатира дека вредностите кај лакот A_015g_nul и лакот A_030g_nul се приближно исти, укажувајќи дека не доаѓа до значителна промена на екстремниот однос M_i/N_j при зголемување на интензитетот на товарот, за разлика од вредностите кај лакот A_045g_nul каде доаѓа до изразено зголемување, укажувајќи на зголемено свиткување во однос на аксијалниот пренос на сили при највисок интензитет на хоризонталниот товар.

Дополнително, односот помеѓу коефициентот f и граничната вредност s е анализиран преку учеството на сегментите кои ја надминуваат граничната вредност, изразен преку процент на сегменти и процент на должина. При тоа процентот на сегменти претставува сооднос помеѓу бројот на сегменти кои ја надминуваат граничната вредност и вкупниот број на сегменти, додека процентот на должина претставува сооднос помеѓу должината на сегменти кои ја надминуваат граничната вредност и вкупната должина на сегменти. Од резултатите прикажани во Табела 4.1, во однос на определените проценти на сегменти и проценти на должина, може да се заклучи дека вредностите кај лакот A_030g_nul бележат нагло зголемување споредено со вредностите кај лакот A_015g_nul, наспроти вредностите кај лакот A_045g_nul каде доаѓа до намалување споредено со вредностите кај лакот A_030g_nul. Ова упатува на заклучок дека по иницијалното зголемување на бројот на сегменти каде коефициентот f ја надминува граничната вредност, понатамошното зголемување на хоризонталниот товар не резултира со промена на вкупниот број на сегменти кај кои доаѓа до надминување на граничната вредност, туку истото води до зголемување на вредностите на коефициентот f.

Исто така, од споредбената анализа помеѓу определените вредности на процентот на сегменти и процентот на должина, за секој поодделен лак, може да се заклучи дека лакот A_015g_nul и лакот A_030g_nul не постои значителна разлика, наспроти лакот A_045g_nul каде процентот на сегменти е поголем од процентот на должина. Овие вредности упатуваат на заклучок дека кај лаците A_015g_nul и A_030g_nul надминувањето на граничната вредност s не е поврзано со должината на сегментите, додека кај лакот A_045g_nul, надминувањето на граничната вредност s се појавува кај пократките сегменти.

Сумираните резултати од спроведената анализа на ниво на сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f се прикажани во Табела 4.2.

Табела 4.2: Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f

	Сегмент	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M/N [m]
A_015g_nul	6	0,181	0,055	0,182	0,063	1,145
	15	0,206	0,028	0,093	0,031	1,121
	10	0,180	0,014	0,028	0,013	0,921
	7	0,181	0,053	0,140	0,034	0,636
	116	0,133	0,064	0,466	0,037	0,580
A_030g_nul	10	0,241	0,035	0,078	0,028	0,809
	11	0,232	0,089	0,070	0,042	0,472
	27	0,195	0,281	0,252	0,123	0,438
	105	0,296	0,117	0,310	0,049	0,421
	85	0,144	1,505	0,845	0,573	0,381
A_045g_nul	66	0,110	0,101	0,140	0,589	5,833
	68	0,856	0,085	0,299	0,153	1,802
	25	0,225	0,063	0,175	0,081	1,290
	13	0,200	0,294	0,583	0,291	0,990
	60	0,270	0,153	0,582	0,151	0,984

Имено, кај лакот A_015g_nul најекстремната вредност на коефициентот f изнесува 1,145 m проследена со интензитет на аксијална сила од 0,055 kN и нападен момент од 0,063 kNm, останувајќи под референтната граница од 0,125 kNm. Кај лакот A_030g_nul највисоката вредност на коефициентот f изнесува 0,809 m при дејство на аксијална сила со интензитет од 0,035 и нападен момент со интензитет од 0,028 kNm, под граничната вредност од 0,161 kNm. Кај лакот A_045g_nul детектиран е екстреман изолиран сегмент кај кој вредноста на коефициентот f изнесува 5,833 m, проследен со интензитет на аксијална сила од 0,101 kN и нападен момент со интензитет од 0,589 kNm, наспроти наредниот критичен сегмент кај кој вредност на коефициентот f има значително пониска вредност од 1,802 m, проследена со ниска аксијална сила. Генерално може да се заклучи дека во сегментите кај кои е детектирано надминување на вредноста на коефициентот f , кај сите разгледувани модели, истото е проследено со појава на релативно низок интензитет на аксијалната сила. Исто така може да се заклучи дека екстремните вредности се појавуваат во кратките сегмент лоцирани во зона на геометриско разгранување, каде доаѓа до промена на правецот на елементот во однос на неговите краеве, доведувајќи до локално намалување на интензитетот на аксијалната сила и концентрација на нападниот момент, без при тоа истото да води кон глобална промена на носечкиот механизам.

Сумираните резултати од спроведената анализа на ниво на сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешните статички големини при релативно отстапување на коефициентот f се прикажани во Табела 4.3.

Табела 4.3: Нумерички вредности за сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешни статички големина при релативно отстапување на коефициентот f

	Сегмент	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M/N [m]
A_015g_nul	80	0,206	2,974	0,491	0,184	0,062
	79	0,171	2,134	0,450	0,148	0,069
	71	0,181	2,017	0,480	0,136	0,067
	118	0,359	0,858	0,228	0,057	0,066
	111	0,278	0,727	0,079	0,055	0,076
A_030g_nul	116	0,894	4,330	0,350	0,334	0,077
	117	0,243	4,197	0,077	0,334	0,080
	112	0,966	3,301	0,351	0,226	0,068
	113	0,970	3,187	0,103	0,226	0,071
	120	0,146	2,711	1,346	0,214	0,079
A_045g_nul	110	2,195	3,472	0,482	0,437	0,126
	124	0,163	2,346	0,970	0,449	0,191
	70	0,300	2,229	1,124	0,293	0,132
	71	0,258	2,119	1,183	0,334	0,158
	63	0,336	2,090	1,367	0,451	0,216

Од Табела 4.3 може да се констатира дека кај лакот A_015g_nul за коефициент f кој се движи во граници од 0,06 до 0,07 m, што претставува умерено надминување на граничната вредност од 0,05 m, доаѓа до појава на висок интензитет на аксијална сила од 2,0 до 3,0 kN, при среден интензитет на нападен момент од 0,136 до 0,184 kNm. Кај лакот A_030g_nul за вредност на коефициентот f од 0,077 m, кој е блиску до граничната вредност од 0,06 m, интензитетот на аксијална сила изнесува 4,33 kN, додека кај сегменти кај кои средниот интензитет на аксијалната сила се движи во граници од 1,505 до 1,572 kN, проследено со појава на висок интензитет на нападниот момент во граници од 0,454 до 0,573 kNm, вредноста на коефициентот f се движи во граници од 0,29 до 0,38 m. Кај лакот A_045g_nul, при средно висок интензитет на аксијалната сила во граници од 2,0 до 3,5 kN, вредноста на коефициентот f се движи од 0,13 до 0,16 m, проследено со интензитет на нападните моменти од 0,29 до 0,44 kNm, при што сегментите кај кои е детектиран максимален интензитет на аксијалната сила не ја надминуваат граничната вредност на коефициентот f . Од анализата може да се заклучи дека во сегментите кај кои се детектирани високи апсолутни вредности на интензитетите на аксијалните сили и нападните моменти, надминувањето на граничната вредност на коефициентот f умерено, укажувајќи дека кај реално натоварените елементи аксијалната сила има круцијална улога при пренос на силите и покрај тоа што нејзиното влијание во состојбата на свиткување е ограничена.

Од спроведената анализа на определените резултати за нумеричките модели во нулта положба, односно без релативно поместување на линијата на потисок, може да се заклучи дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар доаѓа до зголемување на апсолутните вредности на внатрешните статички големина. При тоа спроведената перцентилна анализа потврдува дека карактеристичната состојба на внатрешниот пренос е аксијално доминантна при различните разгледувани интензитети на хоризонталниот товар, задржувајќи ја круцијалната улога во одговорот на системот, при

што состојбите на максимално свиткување се манифестирани главно преку екстремните вредности.

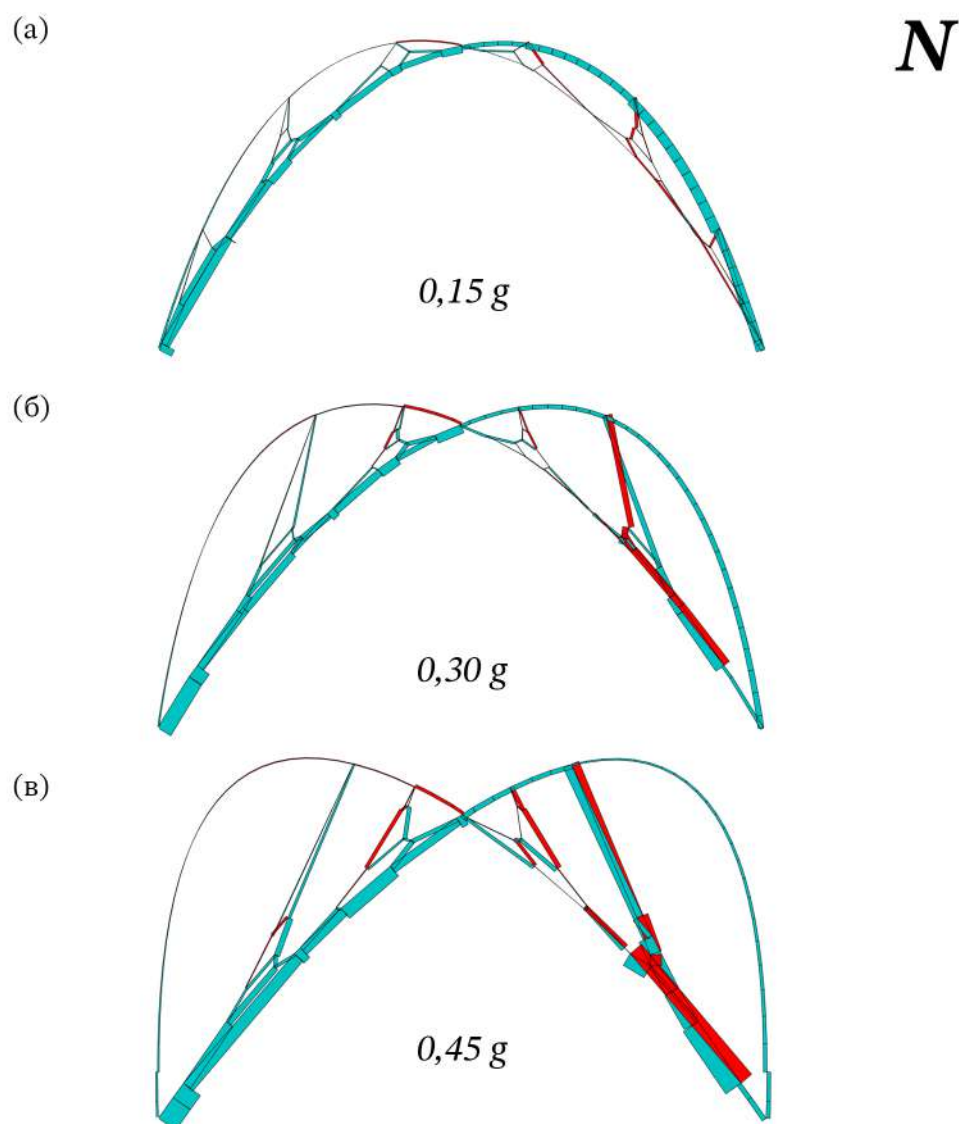
Генерално, може да се заклучи дека највисоките вредности на коефициентот f се јавуваат при релативно низок интензитет на аксијалните сили, проследено со ниски или умерени апсолутни вредности на нападните моменти. Имено, може да се констатира дека детектираниот тип на комбинација на интензитет на аксијална сила и интензитет на нападнат момент се појавува во сегменти кај кои постои занемарлив внатрешен пренос на сили, при што нумеричкиот модел регистрира бесконечно мали вредности, но истовремено вредности различни од нула, зголемувајќи ја сензитивноста на коефициентот f . Може да се заклучи дека високата вредност на коефициентот f во екстремните случаи претставува последица на нумеричката природа на податоците, како и на нискиот интензитет на аксијалната сила, а не на реалното свиткување. Исто така, може да се констатира дека, кај сегментите кај кои се детектирани високи апсолутни вредности на внатрешните статички големини, со умерено надминување на граничните вредности, а без изразен пораст на соодносот, кај реално натоварените елементи аксијалната сила има круцијална улога при пренос на силите и покрај тоа што нејзиното влијание во состојбата на свиткување е ограничена. Од деталната анализа исклучок претставува разгледуваниот поединечен случај при дејство на највисок интензитет на хоризонтален товар, каде екстремната вредност на коефициентот f е проследена со висок интензитет на нападниот момент, која всушност претставува механички релевантно отстапување, а не нумерички артефакт.

Генерално, може да се заклучи дека карактеристичната состојба на внатрешниот пренос на силите е доминантно аксијален, иако при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар доаѓа до зголемување на состојбата на свиткување, без при тоа карактеристичната состојба на системот да биде доведена во прашање од доминацијата на нападните моменти.

Дијаграмите со кои се прикажани внатрешните статички големини, како и деформираниот облик за лаците при нулата положба при дејство на различни интензитети на хоризонталниот товар, се прикажани од Слика 4.1 до Слика 4.4. При тоа формата на лакот е определена преку дискретизација и преклопување на потисните линии кои соодветствуваат на товарни случаи од хоризонтален товар со спротивни насоки, согласно постапката дефинирана во Глава 2, при што прикажаните дијаграми на внатрешните статички големини се однесуваат на товарен случај кај кој хоризонталниот товар е насочен од десно кон лево.

Од дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.1, може да се констатира дека кај трите модели, без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар, доминира сила на притисок, со ограничена појава на сили на затегнување кај мал број сегменти при поголем интензитет на хоризонталниот товар. Најголемите вредности на аксијалната сила на притисок се појавуваат кај сегментите чија геометрија е дефинирана преку манипулација на потисната линија која одговара на разгледуваната насока на хоризонталниот товар, што е во согласност со постапката за дефинирање на формата. Кај лакот A_015g_nul најголем број сегменти се под дејство на сила на притисок, при што силата на затегнување која е со мал интензитет се појавува кај ограничен број сегменти. Кај лакот A_030g_nul и лакот A_045g_nul, интензитетот на силата на затегнување се зголемува, при што најголемите вредности се јавуваат кај сегментите преку кои се поврзува горната со долната граница на лакот, како и кај сегменти кои при дефинирањето на формата се поврзани со потисната линија која не соодветствува на разгледуваниот товарен случај. Исто така од Слика 4.1 може да се констатира дека постои ограничена распределба на сили на затегнување кај сегменти кои се дефинирани според потисна-

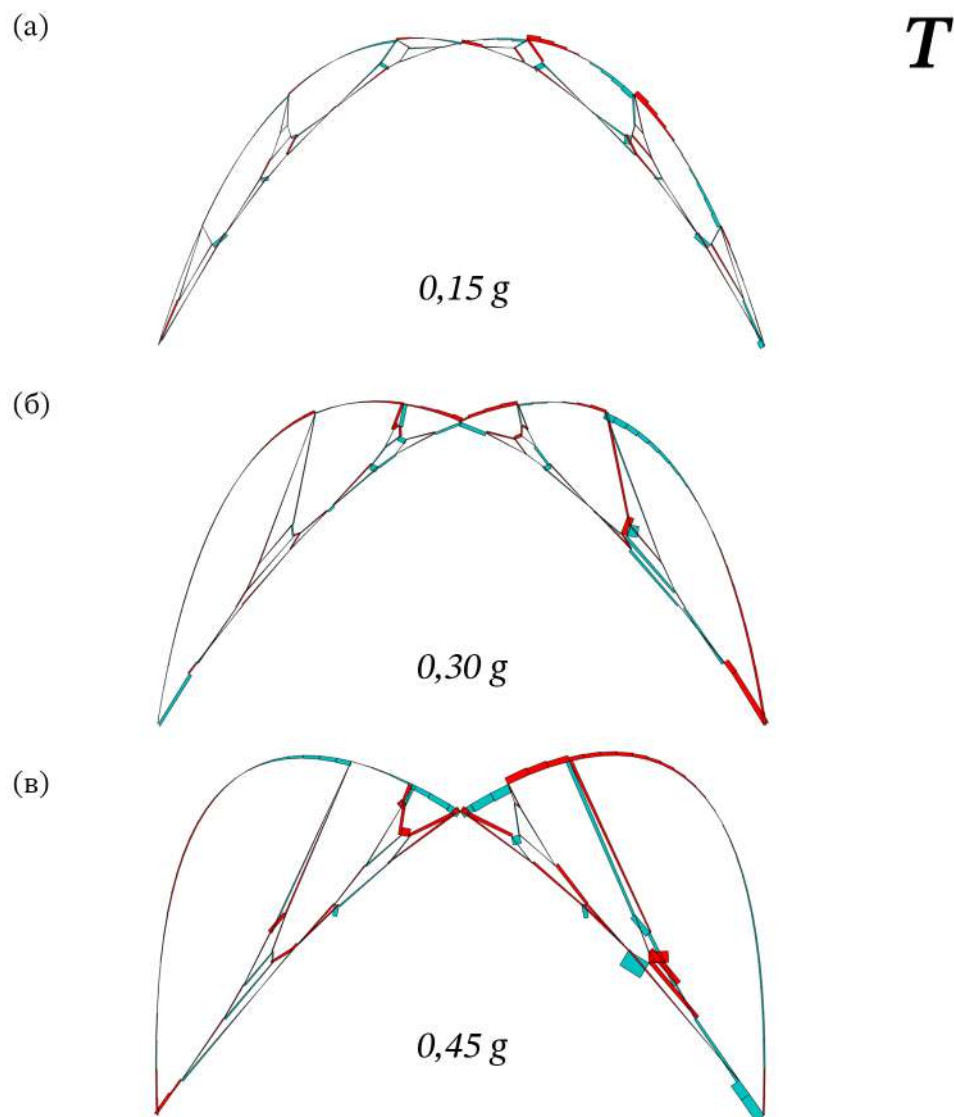
та линија која соодветствува на разгледуваната насока на хоризонталниот товар, како и во врските помеѓу двете граници, но истите се со значително помал интензитет.



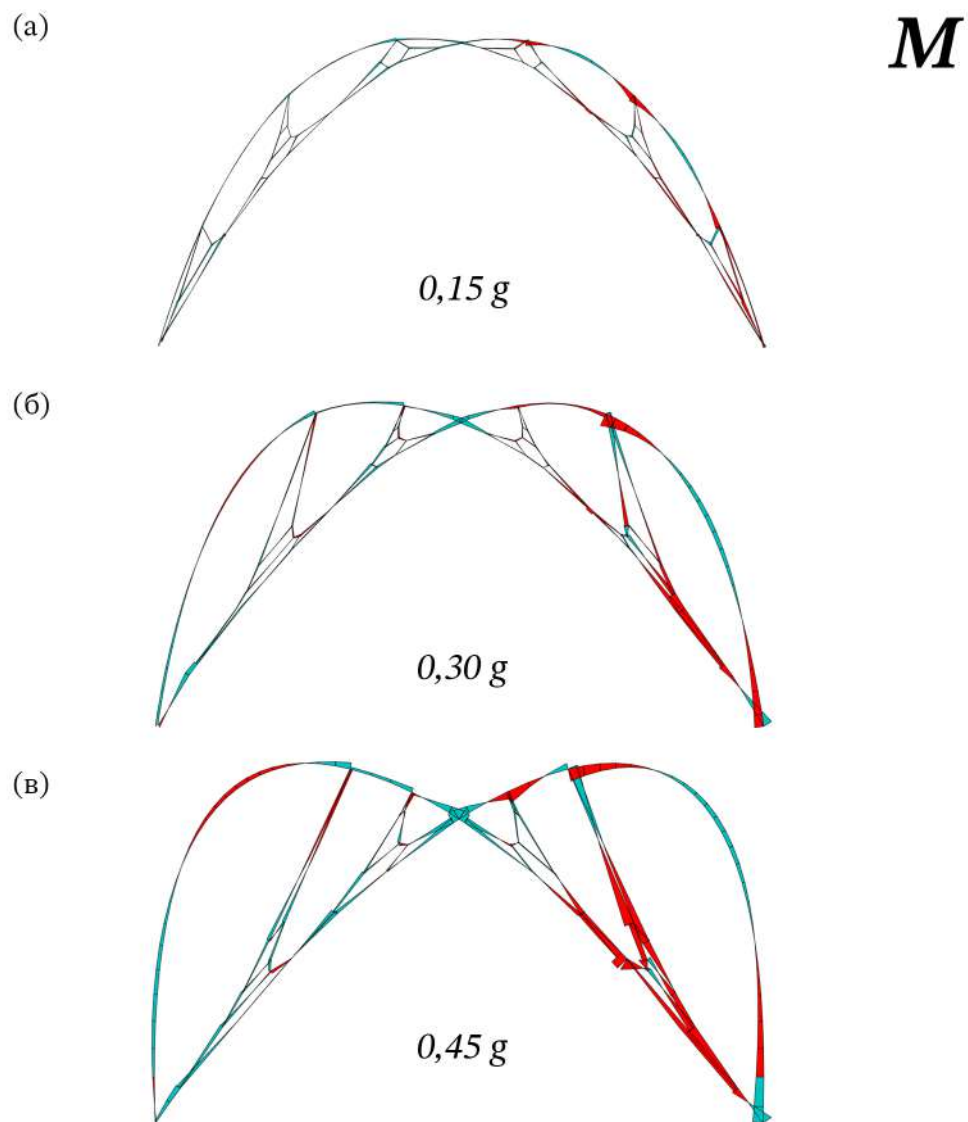
Слика 4.1: Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од дијаграмите на трансверзалните сили, Слика 4.2 и дијаграмите на нападните моменти, Слика 4.3, може да се констатира меѓусебна поврзаност и локализирана распределба, при што екстремните вредности кај сите три разгледувани лацци се јавуваат кај јазлите преку кои се поврзани сегментите дефинирани од двете потисни линии, односно на местата на поврзување на горната со долната граница. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар кај лакот A_030g_nul и лакот A_045g_nul доведува до зголемување на интензитетот на трансверзалните сили и интензитетот на нападните моменти, без при тоа истото да доведе до просторна прераспределба на местоположбата на локалните екстреми. Може да се заклучи дека концентрацијата на транс-

сверзалните сили и нападните моменти кај јазлите преку кој е овозможено поврзување произлегува од начинот на дефинирање на формата за двете спротивни насоки на хоризонталниот товар, а не од глобално нарушување на фуникуларниот пренос на товарот. Асиметријата на дијаграмите на трансверзалните сили и нападните моменти, со концентрација на екстремите во десната половина на лакот, соодветствува на разгледуваниот товарен случај на дејство на хоризонтален товар насочен од десно кон лево, при што со хоризонталната компонента е одреден асиметричниот карактер на одговорот.

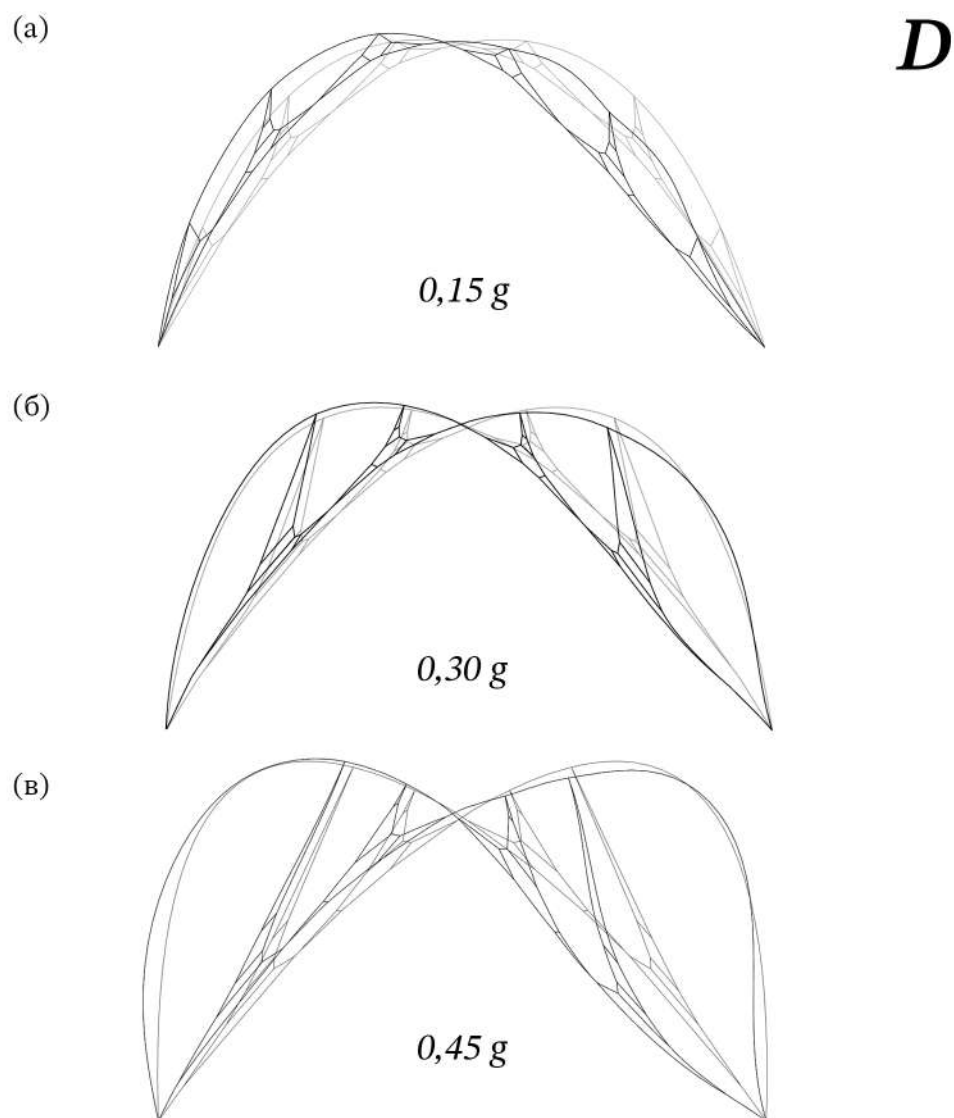


Слика 4.2: Дијаграми на трансверзални сили на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g



Слика 4.3: Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од прикажаните деформираните облици на лаците, Слика 4.4, може да се заклучи дека деформациите се распределени по должината на целата конструкција, без изразени локални концентрации во поединечни сегменти. Обликот на деформацијата останува континуиран, без нагли промени во закривувањето, укажувајќи на одговор глобално контролиран од геометријата на лакот дефинирана за соодветниот интензитет на хоризонталниот товар. Детектираниот карактер на деформацијата е во согласност со доминантното аксијално дејствување прикажано во дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.1, како и со фуникуларната логика на пренос на товарот, при што локалните појави на трансверзални сили и нападни моменти не се манифестираат како изолирани механизми, туку остануваат вградени во глобалниот одговор на конструкцијата.



Слика 4.4: Деформирани облици на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

4.2.2 Анализа на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелопа

Лациците дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелопа всушност ја дефинираат оптималната на геометријата на лакот, при што анализата е спроведена аналогно на анализата на лацци дефинирани без релативно поместување на линијата на потисок. Во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар за по-одделните разгледувани случаи дефиниран е бројот на сегменти на дискретизација на лакот со вкупна должина, како и граничната вредност s . При тоа геометријата на моделот A_{015g_opt} е дискретизирана на 204 сегменти со вкупна должина од 39,25 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,05$, моделот A_{030g_opt} е дискретизиран на 212 сегменти со вкупна должина од 49,30 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,06$, додека моделот A_{045g_opt} е дискретизиран на 178 сегменти со вкупна должина од 48,79 m, при што е применета гранична вредност $s = 0,10$. Резултатите определени при анализа на лаците при дејство на комбиниран товарен случај, составен од сопствена тежина и хоризонтален товар, се сумирани во Табела 4.4 во зависност од интензитетот на хоризонталниот

Табела 4.4: Нумеричка анализа на лац дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелопа

	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		Мерни единици	
	Гранична вредност	M s=M/N	0,125	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент		204 39,25
Лак А_015g_opt	Статички големини		P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)		0,063	0,576	3,664	[kN]
	Трансверзални сили (T)		0,014	0,059	0,215	[kN]
	Нападни моменти (M)		0,003	0,015	0,038	[kNm]
	Индикатор		P5	P50	P95	
	Коефициент f		0,002	0,026	0,187	[m]
	Гранична вредност		> s	< s	N/a	
	Број на сегменти		52	150	2	
	Процент на сегменти		25,49	73,53	0,98	[%]
	Процент на должина		15,21	81,10	3,69	[%]
	Лак А_030g_opt	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		
		Гранична вредност	M s=M/N	0,161	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент	212 49,30
Статички големини		P5	P50	P95		
Аксијални сили (N)		0,056	0,503	4,708	[kN]	
Трансверзални сили (T)		0,024	0,081	0,304	[kN]	
Нападни моменти (M)		0,003	0,020	0,060	[kNm]	
Индикатори		P5	P50	P95		
Коефициент f		0,004	0,031	0,253	[m]	
Гранична вредност		> s	< s	N/a		
Број на сегменти		73	137	2		
Процент на сегменти		34,43	64,62	0,94	[%]	
Процент на должина		16,21	77,77	6,02	[%]	
Лак А_045g_opt	Товарен случај		вертикален + хоризонтален			
	Гранична вредност	M s=M/N	0,312	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент	178 48,79	[m]
	Статички големини		P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)		0,024	0,665	6,321	[kN]
	Трансверзални сили (T)		0,019	0,115	0,384	[kN]
	Нападни моменти (M)		0,005	0,032	0,113	[kNm]
	Индикатори		P5	P50	P95	
	Коефициент f		0,004	0,038	0,574	[m]
	Гранична вредност		> s	< s	N/a	
	Број на сегменти		48	128	2	
	Процент на сегменти		26,97	71,91	1,12	[%]
	Процент на должина		14,91	75,08	10,01	[%]

Споредбената анализа помеѓу скалираната гранична вредност на нападниот момент за референтниот фуникуларен систем при соодветен интензитет на хоризонталниот товар со определените вредности на нападните моменти при 95-тиот перцентил, покажува дека кај сите разгледувани случаи екстремните вредности остануваат под соодветните референтни граници, укажувајќи дека вредностите на нападните моменти не ја надминуваат дефинираната гранична вредност.

Анализата на распределбата на коефициентот f изразена преку перцентили, укажува на зголемување на карактеристичните и екстремните вредности при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. При тоа медијаната кај лакот A_015g_opt изнесува 0,026 m, кај лакот A_030g_opt изнесува 0,031 m, односно и кај лакот A_045g_opt изнесува 0,038 m, додека екстремните вредности изнесуваат 0,187 m кај лакот A_015g_opt, 0,253 m кај лакот A_030g_opt и 0,574 m кај лакот A_045g_opt. Од анализата може да се заклучи дека при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар карактеристичните вредности остануваат под граничната вредност s , додека определените екстремни вредности значително ја надминуваат граничната вредност s , со максимално детектирана екстремна вредност кај лакот A_045g_opt, потврдувајќи го зголеменото свиткување во однос на аксијалниот пренос на сили при највисок интензитет на хоризонталниот товар, детектирано и при нултата положба.

Од резултатите прикажани во Табела 4.4, во однос на определените проценти на сегменти и проценти на должина, може да се заклучи дека процентот на сегменти кои ја надминуваат граничната вредност е релативно низок во однос на вкупната должина на лакот, укажувајќи на фактот дека надминувањето е ограничено на мал дел од конструкцијата. При тоа треба да се потенцира дека по два сегменти од секој разгледуван случај се исклучени од анализата, имајќи предвид дека истите претставуваат лежиштата, кои во реалната конструкција се потпрени по целата своја должина, додека во аналитичкиот модел се претставени единствено преку потпирање на нивните краеве, со што определените внатрешни статички големини во тие сегменти не се репрезентативни за однесувањето на лакот. Од споредбената анализа на определените проценти на сегменти кај кои вредноста на коефициентот f е поголема од граничната вредност s , како нивниот удел во вкупната должина на лакот, може да се заклучи дека кај сите разгледувани случаи процентот на сегменти е поголем од процентот на должина, укажувајќи на фактот дека надминувањето на граничната вредност се појавува кај пократките сегменти. Овој однос е особено изразен кај лакот A_030g_opt, што се должи на применетата дискретизација, односно поголемиот број на дискретизирани сегменти кај конкретниот случај споредено со бројот на дискретизирани сегменти кај на останатите лацци при слична вкупна должина.

За цели на анализата за да биде утврдена соодветноста помеѓу екстремните соодноси со екстремните апсолутни ефекти, во рамки на сегментите за кои вредноста на коефициентот f е поголема од граничната вредност s издвоени се сегментите со најголемо релативно отстапување, а сумираните резултати од спроведената анализа се прикажани во Табела 4.5.

Табела 4.5: Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f

	Сегмент	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M/N [m]
A_015g_opt	176	0,289	0,031	0,078	0,039	1,242
	86	0,215	0,027	0,035	0,020	0,737
	187	0,132	0,045	0,272	0,025	0,560
	87	0,072	0,029	0,073	0,014	0,469
	117	0,058	0,041	0,075	0,015	0,356
A_030g_opt	180	0,185	0,048	0,436	0,061	1,263
	169	0,080	0,036	0,033	0,044	1,231
	193	0,309	0,025	0,085	0,022	0,880
	173	0,080	0,043	0,250	0,019	0,444
	205	0,101	0,051	0,097	0,022	0,435
A_045g_opt	73	0,082	0,004	0,142	0,040	10,270
	41	0,150	0,006	0,101	0,027	4,433
	40	0,144	0,011	0,125	0,029	2,673
	59	0,130	0,020	0,383	0,045	2,255
	72	0,066	0,020	0,115	0,034	1,705

Имено, кај лакот A_015g_opt најекстремната вредност на коефициентот f изнесува 1,242m при дејство на аксијална сила со интензитет од 0,031 kN и интензитет на нападен момент од 0,039 kNm, останувајќи под референтната граница од 0,125 kNm. Кај лакот A_030g_opt највисоката вредност на коефициентот f изнесува 1,263m при интензитет на аксијална сила од 0,048kN и нападен момент со интензитет од 0,061 kNm, под граничната вредност од 0,161 kNm. Кај лакот A_045g_opt идентификувани се група на изолирани сегменти кај кои коефициентот f достигнува екстремни вредности, со максимално детектирана вредност од 10,270 m, проследени со речиси занемарливи вредности на интензитетите на аксијалните сили под 0,005 kN, при умерен интензитет на нападените моменти. Од спроведената анализа може да се заклучи дека кај сите разгледувани случаи, сегментите со детектирана надмина вредност на коефициентот f се јавуваат при релативно низок интензитет на аксијална сила, укажувајќи на фактот дека определените високи вредности не произлегуваат од зголемени вредности на интензитетот на нападниот момент. Имајќи го ова предвид, детектираните сегменти се интерпретирани како локални, односно нерепрезентативни од аспект на глобалното механичко однесување, за разлика од останатите критични сегменти кои покажуваат значително пониска вредност на коефициентот f поврзано со ниската вредност на интензитетот на аксијалната сила.

Дополнително резултатите од спроведената анализа на ниво на сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешните статички големини при релативно отстапување на коефициентот f се прикажани во Табела 4.6.

Табела 4.6: Нумерички вредности сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешни статички големини при релативно отстапување на коефициентот f

	Сегмент	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M / N [m]
A_015g_opt	135	0,132	0,600	0,192	0,034	0,056
	3	0,371	0,521	0,097	0,033	0,062
	65	0,139	0,452	0,069	0,026	0,057
	45	0,120	0,428	0,049	0,025	0,058
	100	0,210	0,411	0,122	0,028	0,068
A_030g_opt	185	0,296	0,801	0,236	0,060	0,074
	178	0,338	0,793	0,247	0,056	0,071
	175	0,138	0,781	0,411	0,063	0,081
	181	0,041	0,542	0,319	0,060	0,110
	131	0,138	0,467	0,175	0,052	0,112
A_045g_opt	171	0,078	1,002	0,398	0,103	0,103
	151	0,555	0,857	0,267	0,093	0,108
	141	0,265	0,514	0,550	0,151	0,295
	140	1,297	0,429	0,168	0,048	0,111
	176	0,119	0,393	0,145	0,055	0,141

Од анализата на резултатите прикажани во Табела 4.6, надминувањето на граничната вредност s во однос на вредностите за апсолутните интензитети на аксијалната сила и нападниот момент, може да се констатира сличен тренд кај сите разгледувани случаи, задржувајќи се на ниво на медијана од распределба за целиот модел, без разлика на зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар. Од спроведената анализа може да се заклучи дека надминувањето на граничната вредност s , кај сите разгледувани случаи, се јавува при апсолутни вредности на аксијална сила и нападен момент кои немаат екстремна вредност на интензитетот, укажувајќи на фактот дека граничната вредност s зависи од меѓусебниот сооднос на интензитетите, но не и од појавата на максимални статички големини во системот.

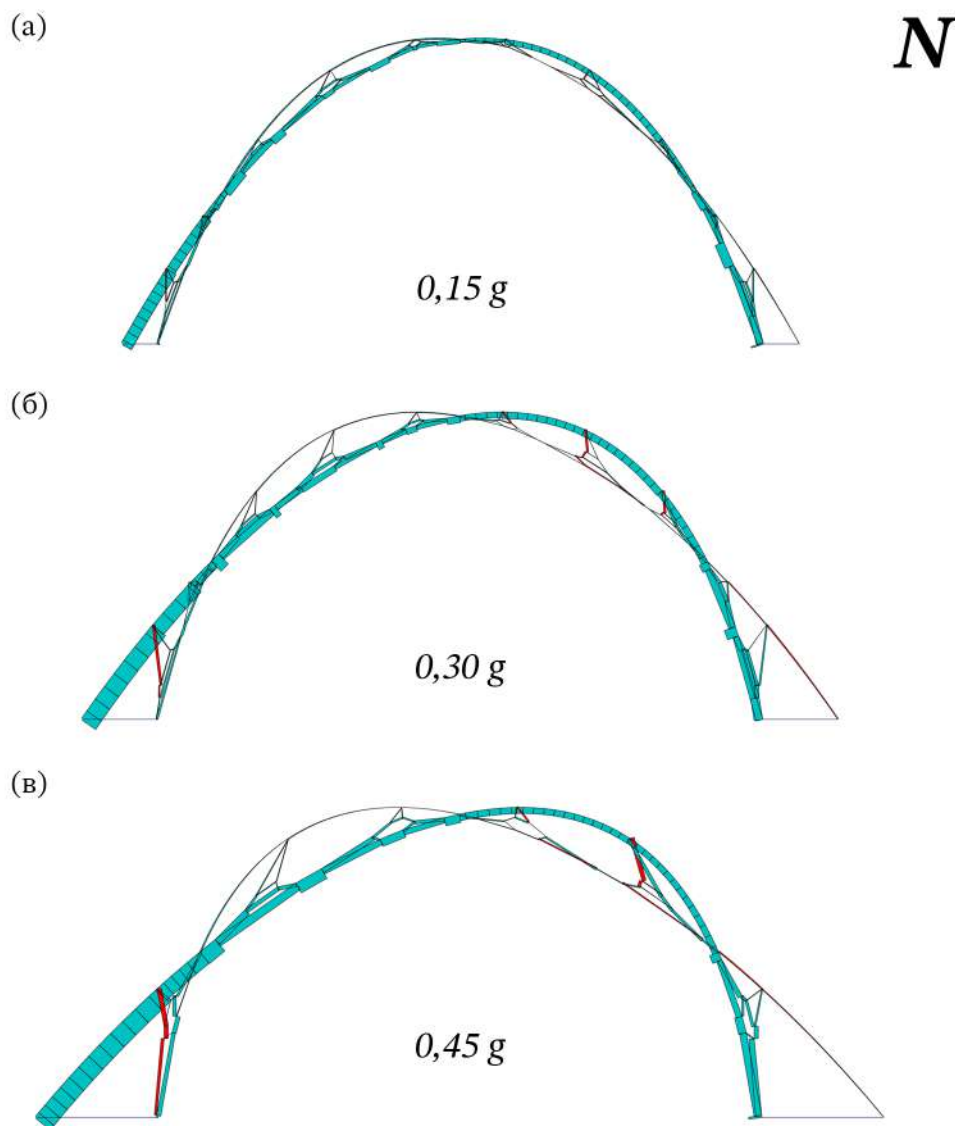
Од спроведената анализа може да се заклучи дека кај лаците во оптимална положба, зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до пораст на апсолутните вредности на внатрешните статички големини, при што карактеристичната состојба на внатрешниот пренос на силите останува аксијално доминантна при сите разгледувани интензитети на хоризонталниот товар, што е потврдено преку перцентилната анализа. Исто така, порастот на интензитетот на нападните моменти е манифестиран преку екстремните вредности, додека средните перцентилни вредности остануваат во ранг кој не ја доведува во прашање промената на доминантниот механички механизам.

Имено, надминувањето на граничната вредност s , детектирано кај ограничен број сегменти, зафаќа релативно мал процент од вкупната должина на лакот, укажувајќи на фактот дека отстапувањето од референтната фуникуларна состојба останува локализирано без да добие распространет карактер вдоль целата геометрија на лакот. Од анализата може да се заклучи дека максималните вредности на коефициентот f се поврзани со сегменти кај кои вредноста на интензитетот на аксијалната сила е мала, при умерени интензитети на апсолутните вредности на нападниот момент, укажувајќи дека

екстремните вредности не произлегуваат од доминантна состојба на свиткување. Дополнително, треба да се потенцира дека и при максималниот разгледуван интензитет на хоризонтален товар не е детектирана појава на зголемена состојба на свиткување која би предизвикала промена на карактеристичната состојба на внатрешниот пренос на силите, туку е задржан системот во кој е присутна состојбата на свиткување со ограничено влијание при аксијалниот пренос на сили.

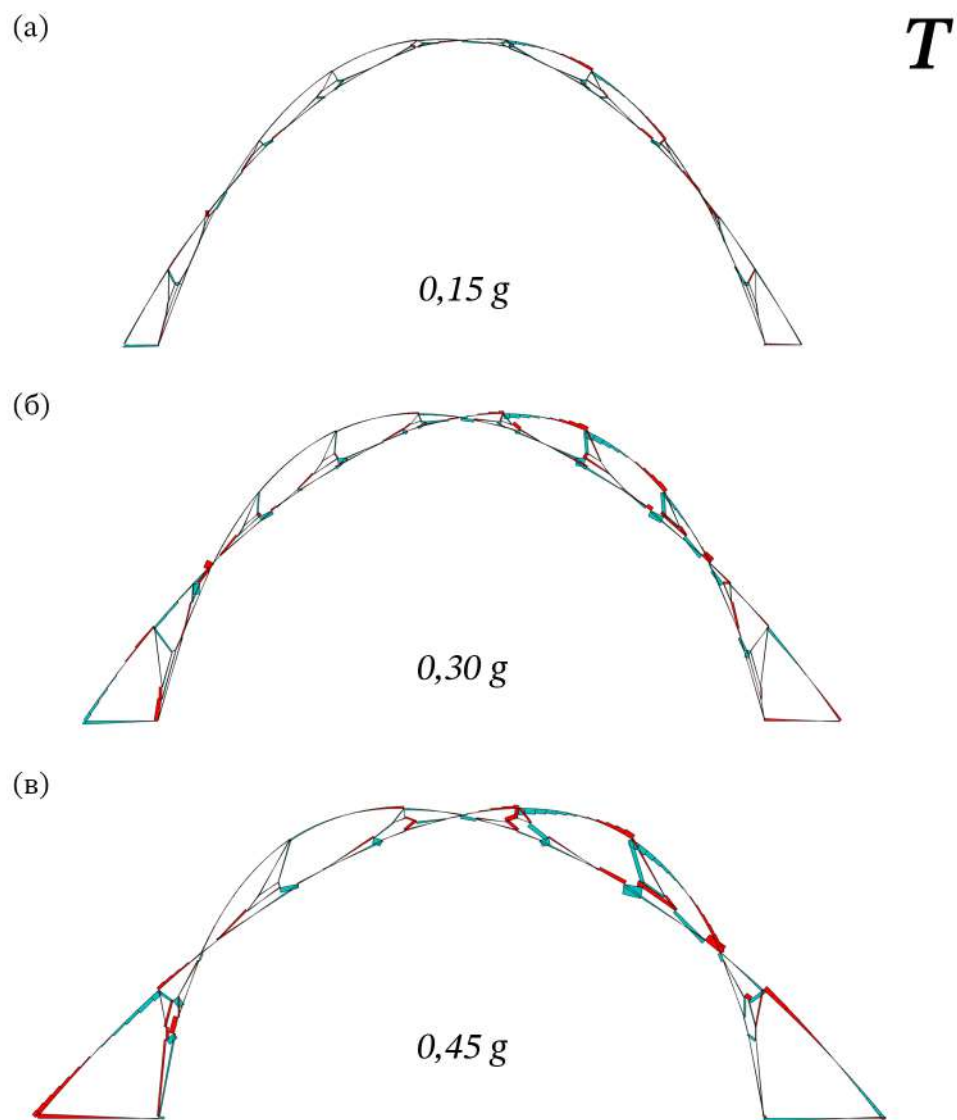
Дијаграмите со кои се прикажани внатрешните статички големини, како и деформираниот облик за лаците при оптимална положба при дејство на различни интензитети на хоризонталниот товар, се прикажани од Слика 4.X до Слика 4.X. При тоа формата на лакот е определена преку дискретизација и преклопување на потисните линии кои соодветствуваат на товарни случаи од хоризонтален товар со спротивни насоки, согласно постапката дефинирана во Глава 2, при што прикажаните дијаграми на внатрешните статички големини се однесуваат на товарен случај кај кој хоризонталниот товар е насочен од десно кон лево. Имајќи предвид дека станува збор за оптимална положба, каде иницијалните потисни линии се релативно поместени, кај анвелопата се појавуваат три пресечни точки, делејќи ја формата на четири последователни дела.

Од дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.x, може да се констатира, без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар, доминира сила на притисок, со ограничена појава на сили на затегнување кај мал број сегменти кои вршат поврзување на горната граница на лакот со долната граница. Најголемите вредности на аксијалната сила на притисок се појавуваат кај сегментите чија геометрија е дефинирана преку манипулацијата на потисната линија која одговара на разгледуваната насока на хоризонталниот товар, со концентрација поизразена во споредба со нултата положба. Од Слика 4.x може да се констатира дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар доаѓа до зголемување на интензитетот на аксијалните сили, при што просторната распределба и позицијата на екстремните вредности остануваат непроменети.

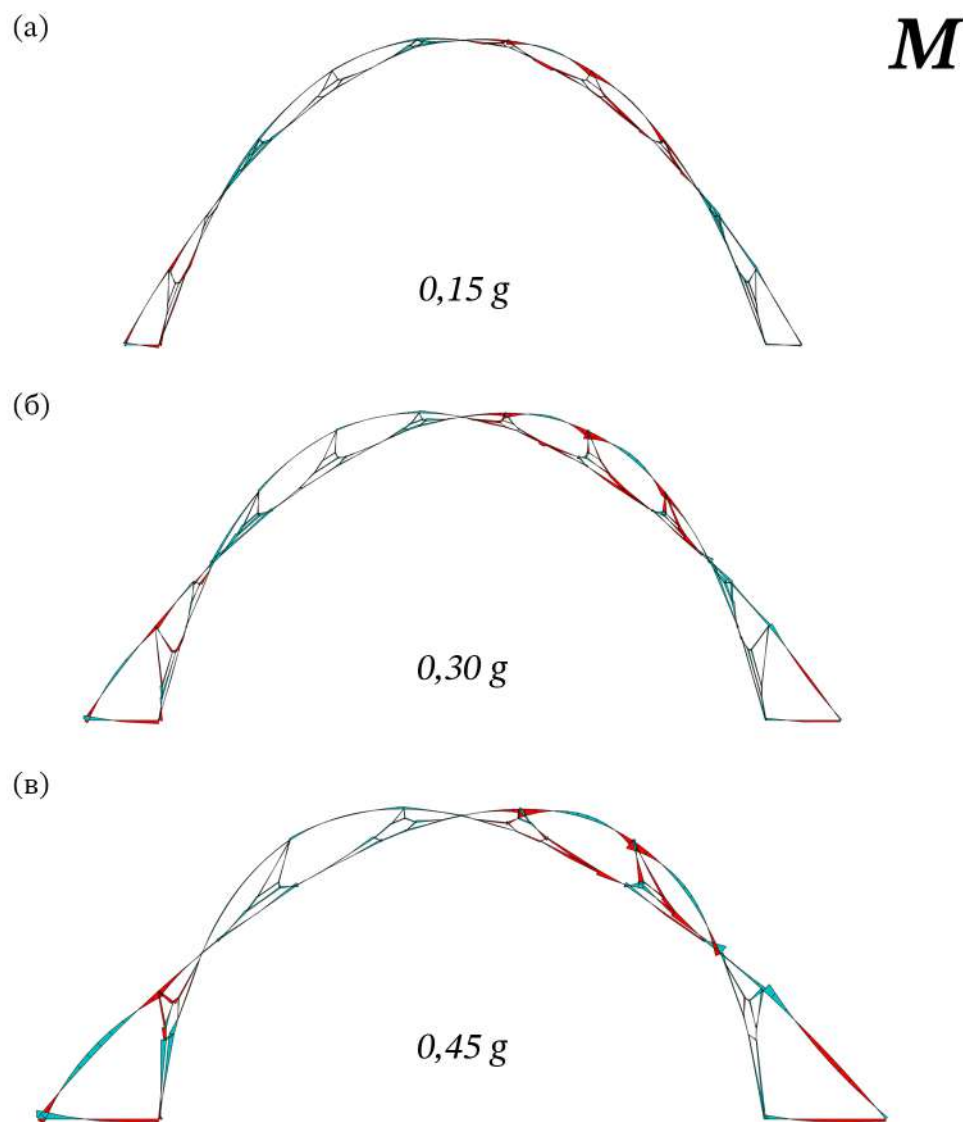


Слика 4.5: Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелоба; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од дијаграмите на трансверзалните сили, Слика 4.2 и дијаграмите на нападните моменти, Слика 4.3, може да се констатира меѓусебна поврзаност и локализирана распределба, при што екстремните вредности кај сите три разгледувани лацци се јавуваат кај јазлите преку кои се поврзани сегментите дефинирани од двете потисни линии, односно на местата на поврзување на горната со долната граница, идентично како при нултата положба. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар кај лакот A_030g_orп and лакот A_045g_orп доведува до зголемување на интензитетот на трансверзалните сили и интензитетот на нападните моменти, без при тоа истото да доведе до просторна прераспределба на местоположбата на локалните екстреми. Може да се заклучи дека концентрацијата на трансверзалните сили и нападните моменти се појавува во деловите каде иницијалната потисна линија ја дефинира горната граница на лакот, со асиметрична распределба во два дисконтинуирани сегменти, за разлика од лаците во нулта положба каде асиметричната распределба е манифестирана како концентрација во само една половина.

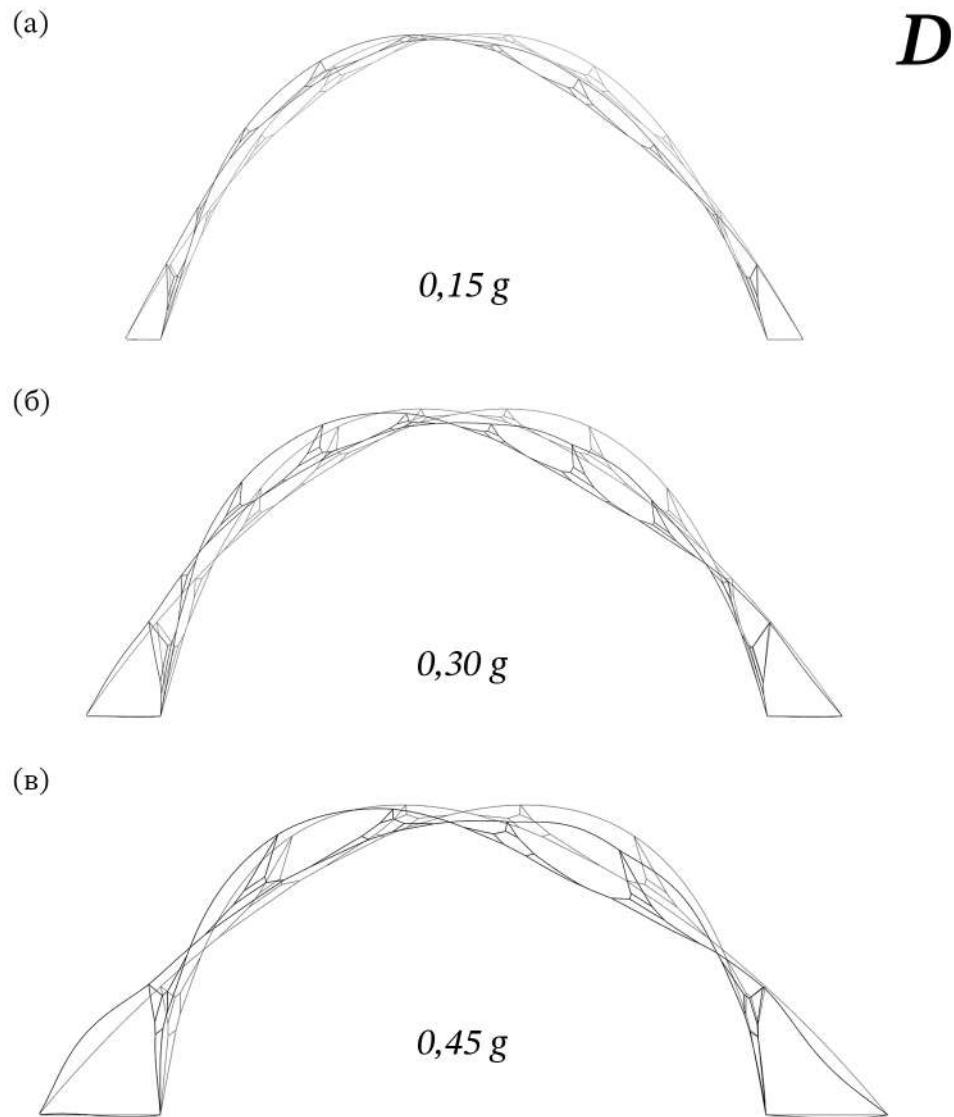


Слика 4.6: Дијаграми на трансверзални сили на лаци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анVELOпа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g



Слика 4.7: Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелопа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од прикажаните деформираните облици на лаците, Слика 4.х, може да се заклучи дека деформациите се распределени по должината на целата конструкција, без изразени локални концентрации во поединечни сегменти, идентично кај лаците во нулата положба. Обликот на деформацијата останува континуиран, во согласност со доминантното аксијално дејствување прикажано во дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.х, укажувајќи на фактот дека локалните појави на трансверзални сили и нападни моменти не се манифестираат како изолирани механизми, туку остануваат вградени во глобалниот одговор на системот.



Слика 4.8: Деформирани облици на лаци дефинирани при положба на линијата на потисок со минимална анвелопа; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

4.2.3 Анализа на лаци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок

Лациите дефинирани при максимално релативно поместување на положбата на линијата на потисок, при што трите пресечни точки на потисните линии се преклопуваат во една највисока точка, делејќи го лакот на два дела. Во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар за поодделните разгледувани случаи дефиниран е бројот на сегменти на дискретизација на лакот со вкупна должина, како и граничната вредност s . При тоа геометријата на моделот A_015g_max е дискретизирана на 129 сегменти со вкупна должина од 36,31 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,05$, моделот A_030g_max е дискретизиран на 126 сегменти со вкупна должина од 42,84 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,06$, додека моделот A_045g_max е дискретизиран на 86 сегменти со вкупна должина од 43,85 m, при што е применета гранична вредност $s = 0,10$. Резултатите определени при анализа на максималната положба на лакот при дејство на комбиниран товарен случај, составен од сопствена тежина и хоризонтален товар, се сумирани во Табела 4.3 во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар.

Табела 4.7: Нумерички резултати за лац дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок

	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		Мерни единици	
	Гранична Вредност	M $s=M/N$	0,125 0,05	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент		129 36,31
Лак А_015g_max	Статички големини		P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)		0,049	0,828	1,812	[kN]
	Трансверзални сили (T)		0,015	0,047	0,230	[kN]
	Нападни моменти (M)		0,002	0,016	0,065	[kNm]
	Индикатор		P5	P50	P95	
	Коефициент f		0,001	0,023	0,246	[m]
	Гранична вредност		> s	< s	N/a	
	Број на сегменти		34	93	2	
	Процент на сегменти		26,36	72,09	1,55	[%]
	Процент на должина		22,95	71,59	5,45	[%]
	Лак А_030g_max	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		
		Гранична Вредност	M $s=M/N$	0,161 0,06	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент	126 42,84
Статички големини		P5	P50	P95		
Аксијални сили (N)		0,121	0,957	2,991	[kN]	
Трансверзални сили (T)		0,032	0,093	0,355	[kN]	
Нападни моменти (M)		0,008	0,035	0,137	[kNm]	
Индикатори		P5	P50	P95		
Коефициент f		0,006	0,033	0,212	[m]	
Гранична вредност		> s	< s	N/a		
Број на сегменти		41	83	2		
Процент на сегменти		32,54	65,87	1,59	[%]	
Процент на должина		27,71	63,05	9,24	[%]	
Лак А_045g_max	Товарен случај		вертикален + хоризонтален			
	Гранична Вредност	M $s=M/N$	0,312 0,10	Број на сегменти Вк. Долж. Сегмент	86 43,85	[m]
	Статички големини		P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)		0,075	1,064	3,933	[kN]
	Трансверзални сили (T)		0,039	0,141	0,528	[kN]
	Нападни моменти (M)		0,018	0,076	0,254	[kNm]
	Индикатори		P5	P50	P95	
	Коефициент f		0,016	0,049	0,973	[m]
	Гранична вредност		> s	< s	N/a	
	Број на сегменти		28	56	2	
	Процент на сегменти		32,56	65,12	2,33	[%]
	Процент на должина		27,81	58,64	13,55	[%]

Анализата на податоците прикажани во Табела 4.3, а кои се однесуваат за аксијалните сили при 50-тиот перцентил, односно медијаната, 0,828 kN кај лакот A_015g_max, 0,957 kN кај лакот A_030g_max и 1,084 kN кај лакот A_045g_max, укажува дека карактеристичните вредности бележат минимален континуиран раст при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. Исто така и екстремните вредности при 95-тиот перцентил, 1,812 kN кај лакот A_015g_max, на 2,991 kN кај лакот A_030g_max и 3,933 kN кај лакот A_045g_max, покажуваат континуиран стабилен раст. Може да се заклучи дека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар се зголемува аксијалниот притисок во елементите по должината на целиот лак, но при тоа порастот на аксијалните сили не е рамномерно распределен долж сегментите. Може да се констатира дека вредностите при медијаната се зголемуваат умерено, додека зголемувањето на вредностите при 95-тиот перцентил е значително поизразено, укажувајќи на фактот дека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до зголемување на аксијалните сили во сегментите со највисок интензитет, без при тоа да биде предизвикана промена на доминантно притиснатиот карактер на одговорот на системот.

Анализата на вредностите на трансверзалните сили при 50-тиот перцентил, односно медијаната, 0,047 kN кај лакот A_015g_max, 0,093 kN кај лакот A_030g_max и 0,141 kN кај лакот A_045g_max, како и анализата на вредностите на трансверзалните сили при 95-тиот перцентил, 0,230 kN кај лакот A_015g_max, 0,355 kN кај лакот A_030g_max и 0,528 kN кај лакот A_045g_max, укажува на константен раст при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. Може да се заклучи дека порастот не е ограничен само на мал број екстремни сегменти, туку истиот се одразува на целокупната распределба на трансверзалните сили, идентично како кај анализата на лакот при нулта положба и при оптимална положба.

Анализата на вредностите на нападните моменти укажува на промена при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, при што нападните моменти при медијаната константно се зголемуваат, 0,016 kNm кај лакот A_015g_max, 0,034 kNm кај лакот A_030g_max и 0,076 kNm кај лакот A_045g_max, како и вредностите на нападните моменти при 95-тиот перцентил, 0,065 kNm кај лакот A_015g_max, 0,137 kNm кај лакот A_030g_max и 0,254 kNm кај лакот A_045g_max. Од анализата може да се заклучи дека зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар води до континуиран пораст на пресметаните вредности при медијаната, како и пресметаните вредности при 95-тиот перцентил во целиот опсег на распределба, без при тоа да доведе до појава на диспропорционален скок кај екстремните вредности, при што нивното учество во внатрешниот статички одговор станува понагласено кај највисокиот интензитет. Дополнително треба да се нагласи кај сите лацци определените вредности за нападните моменти при 95-тиот перцентил остануваат под скалираната референтна граница за соодветниот интензитет на хоризонталниот товар, укажувајќи на фактот дека екстремните вредности не ја надминуваат типичната гранична вредност дефинирана со референтниот фуникуларен систем.

Анализата на распределбата на коефициентот f изразена преку перцентили, укажува на зголемување на карактеристичните и екстремните вредности при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. При тоа медијаната кај лакот A_015g_max изнесува 0,023 m, кај лакот A_030g_max изнесува 0,033 m, односно и кај лакот A_045g_max изнесува 0,049 m, додека екстремните вредности изнесуваат 0,246 m кај лакот A_015g_max, 0,212 m кај лакот A_030g_max и 0,973 m кај лакот A_045g_max. Од анализата може да се заклучи дека при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар карактеристичните вредности остануваат под граничната вредност s , додека определените екстремни вредности значително ја надминуваат граничната вредност s . Од анализата

може да се заклучи дека иако карактеристичните вредности остануваат под граничната вредност, кај екстремните вредности доаѓа до зголемување на односот помеѓу нападниот момент и аксијалната сила, потврдувајќи го зголеменото свиткување во однос на аксијалниот пренос на сили при највисок интензитет на хоризонталниот товар, детектирано при сите разгледувани положби.

Од резултатите прикажани во Табела 4.3, во однос на определените проценти на сегменти и проценти на должина, може да се заклучи дека процентот на сегменти кои ја надминуваат граничната вредност е релативно низок во однос на вкупната должина на лакот, укажувајќи на фактот дека надминувањето е ограничено на мал дел од конструкцијата. При тоа, умереното зголемување на определените вредности, предизвикано од зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар, укажува на фактот дека по почетното зголемување на опфатот на сегментите кои ја надминуваат граничната вредност, зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар не доведува до зголемување на нивната просторна распределба, туку води кон зголемување на вредностите на коефициентот f .

Дополнително од споредбената анализа помеѓу коефициентот f и нивниот удел во вкупната должина може да се заклучи дека кај сите разгледувани лаци процентот на сегменти е поголем од процентот на должина, укажувајќи дека надминувањето на граничната вредност се јавува кај пократките сегменти. Во рамки на сегментите за кои вредноста на коефициентот f е поголема од граничната вредност s издвоени се сегментите со најголемо релативно отстапување, како и сегментите со највисоки апсолутни вредности на внатрешните статички големина, а сумираните резултати од спроведената анализа се прикажани во Табела 4.8.

Табела 4.8: Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f

	Сегмент	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M/N [m]
A_015g_max	127	0,233	0,031	0,223	0,106	3,403
	78	0,198	0,063	0,184	0,057	0,908
	61	0,153	0,016	0,061	0,010	0,631
	123	0,291	0,120	0,323	0,066	0,548
	42	0,114	0,020	0,053	0,006	0,285
A_030g_max	119	0,335	0,036	0,245	0,039	1,081
	121	0,242	0,266	0,320	0,162	0,611
	46	0,694	0,128	0,107	0,068	0,529
	44	0,330	0,127	0,248	0,048	0,376
	80	0,239	0,291	0,263	0,090	0,309
A_045g_max	42	0,184	0,031	0,990	0,125	4,039
	85	0,184	0,062	1,450	0,212	3,413
	38	0,831	0,062	0,228	0,120	1,932
	75	0,548	0,131	0,526	0,177	1,348
	71	1,338	0,149	0,258	0,155	1,041

Кај лакот A_015g_max најекстремната вредност на коефициентот f изнесува 3,403 m, при дејство на аксијална сила со интензитет од 0,031 kN и интензитет на нападен момент од 0,106 kNm, останувајќи под референтната граница. Кај лакот A_030g_max не

се детектирани екстремни сегменти, при што највисоката вредност на коефициентот f изнесува 1,081m при интензитет на аксијална сила од 0,036kN и нападен момент со интензитет од 0,039 kNm, под граничната вредност од 0,161 kNm. Кај лакот A_045g_max се идентификува група изолирани сегменти кај кои коефициентот f достигнува екстремни вредности, со максимално детектирана вредност од 4,038 m проследени со речиси занемарливи вредности на интензитетите на аксијалните сили под 0,005 kN, при нападни моменти под граничните вредности. Како и кај лаците во нулта положба и лаците во оптимална положба може да се заклучи дека сегментите со детектирана надмина вредност на коефициентот f се резултат на минималните интензитети на аксијалната сила, при што екстремните сегменти се локални без влијание на глобалното однесување на лакот.

Резултатите од спроведената анализа на ниво на сегменти кај кои се детектирани највисоки апсолутни вредности на внатрешните статички големини при релативно отстапување на коефициентот f се прикажани во Табела 4.х.

Табела 4.9: Нумерички вредности за сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f

	Сегменти	Должина [m]	N [kN]	T [kN]	M [kNm]	M/N [m]
A_015g_max	34	0,166	1,175	0,030	0,059	0,050
	128	0,162	1,162	0,253	0,077	0,066
	74	0,200	1,058	0,059	0,057	0,054
	73	0,200	1,027	0,013	0,058	0,056
	72	0,199	0,995	0,055	0,057	0,057
A_030g_max	81	0,227	1,140	0,369	0,116	0,102
	107	0,330	1,093	0,722	0,157	0,144
	84	0,216	1,087	0,172	0,109	0,100
	85	0,213	1,066	0,112	0,130	0,121
	86	0,211	1,043	0,053	0,138	0,132
A_045g_max	84	0,557	0,849	0,423	0,123	0,145
	62	0,314	0,715	0,140	0,080	0,112
	53	0,289	0,712	0,606	0,417	0,586
	54	0,296	0,711	0,344	0,221	0,311
	55	0,301	0,699	0,290	0,128	0,183

Од анализата на резултатите прикажани во Табела 4.9, надминувањето на граничната вредност s во однос на вредностите за апсолутните интензитети на аксијалната сила и нападниот момент се јавува при интензитет на аксијалните сили од приближно 1 kN, кој интензитет всушност претставува вредност на аксијалните сили блиска до медијаната за соодветниот модел. Од прикажаните резултати може да се заклучи дека интензитетите на нападните моменти во разгледуваните сегменти се повисоки од карактеристичните средишни вредности, останувајќи под максимално детектираните вредности во рамки на моделот. Може да се констатира дека отстапувањето на коефициентот f над граничната вредност s е ограничено, задржувајќи се во ограничен интервал над границата. Имајќи предвид дека квантитативна зависност помеѓу интензитетот на аксијалната сила, интензитетот на нападниот момент и степенот на пречекорување се повторува кај сите разгледувани лацци, без разлика дали се во нулта положба, оптимал-

на или максимална положба, може да се констатира дека отстапувањето не е резултат на критичната комбинација на статички големини, туку се појавува во рамки на карактеристичниот одговор на моделите.

Кај лаците дефинирани со максимално релативно поместување на линијата на притисок, зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар доведува до пораст на апсолутните вредности на внатрешните статички големини, при што перцентилната анализа покажува дека карактеристичната состојба на внатрешниот пренос на силите останува претежно аксијално доминантен за сите разгледувани интензитети на хоризонталниот товар. Исто така, зголемувањето на интензитетот на трансверзалните сили и нападните моменти се манифестира како во карактеристичниот, така и во екстремниот дел од распределбата, без при тоа да доведе до промена на доминантниот механички механизам.

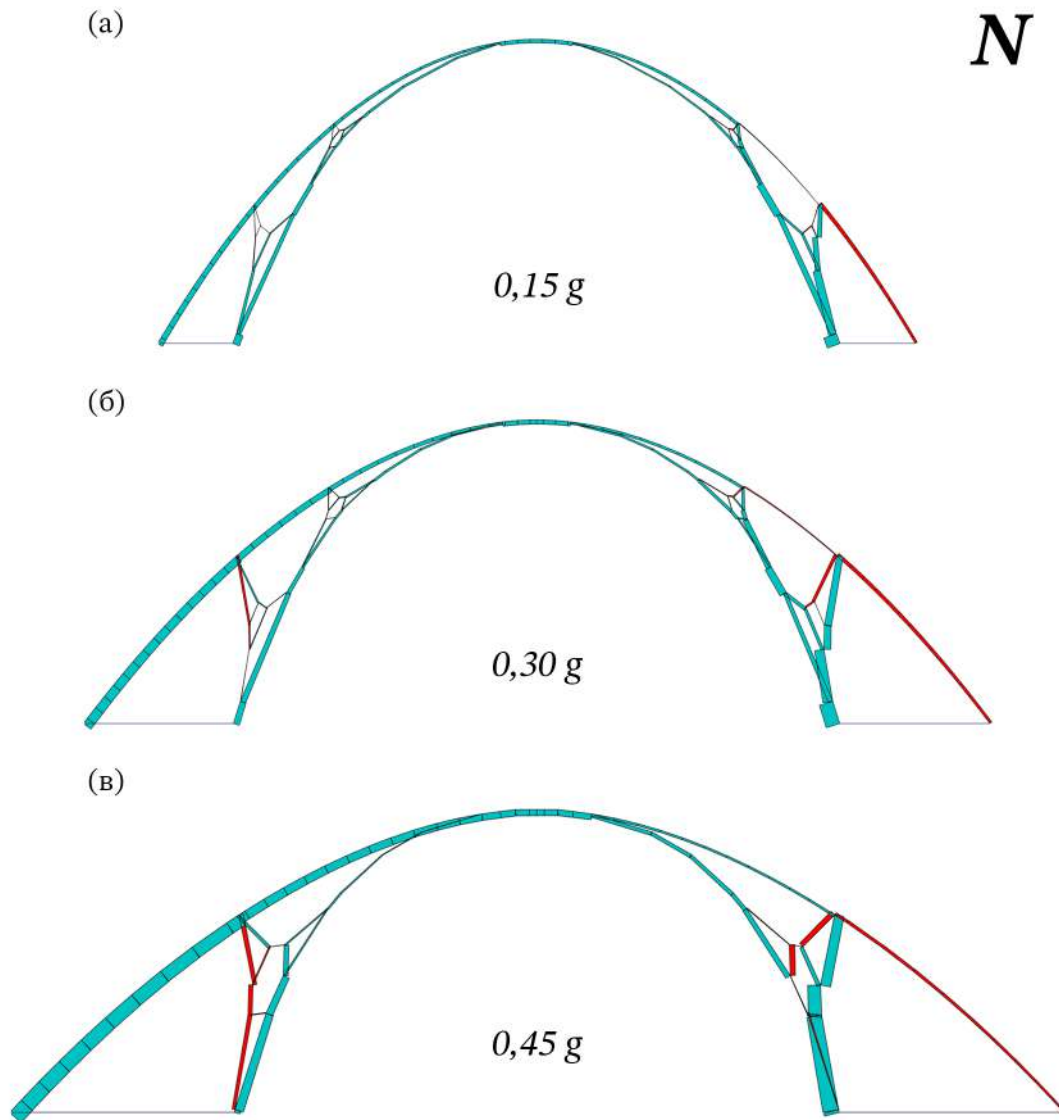
Имено, распределбата на коефициентот f покажува дека надминувањето на граничната вредност s не е ограничено на поединечни изолирани сегменти, туку истото се појавува кај значителен дел од лакот. При тоа, зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар резултира со зголемување на вредностите на аксијалните сили и нападните моменти, без да влијае на проширување на просторниот опфат на распределба по почетното зголемување на неговата застапеност. Исто така треба да се потенцира дека иако при највисокиот интензитет на хоризонталниот товар е регистрирано изразено зголемување во екстремниот дел од распределбата, анализата на апсолутните статички големини укажува дека највисоките вредности на односот се детектирани кај сегменти со многу низок интензитет на аксијална сила, додека интензитетот на нападните моменти е во рамки на карактеристичниот одговор на лакот.

Од анализата може да се заклучи дека надминувањето на граничната вредност s при дејство на типични аксијални сили се задржува во ограничен интервал, без при тоа да биде проследено со критични комбинации на аксијална сила и нападан момент. Имајќи го ова предвид, и покрај зголеменото учество на коефициентот f и неговата значителна застапеност вдолж лакот, може да се констатира дека лаците со максимална положба не покажуваат распространето зголемување на свиткувањето, кое би довело до промена на карактеристичната состојба на внатрешниот пренос на силите, туку се задржува систем во кој аксијалниот пренос на сили останува доминантна компонента на одговорот.

Дијаграмите со кои се прикажани внатрешните статички големини, како и деформираните облик за лаците при максимална положба при дејство на различни интензитети на хоризонталниот товар, се прикажани од Слика 4.x до Слика 4.x за товарен случај кај кој хоризонталниот товар е насочен од десно кон лево. Од сликите може да се заклучи дека кај лаците при максимална положба определена е една пресечна точка, делејќи ја формата на два дела, аналогно на лаците при нулта положба.

Од дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.x, може да се констатира дека кај трите модели, без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар, доминира сила на притисок, со ограничена појава на сили на затегнување кај мал број сегменти. Од споредбената анализа на дијаграмите за аксијални сили при максимална положба, Слика 4.x со дијаграмите на аксијалните сили при нулта положба, Слика 4.x и дијаграмите на аксијалните сили при оптимална положба, Слика 4.x, може да се констатира дека и покрај тоа што аксијалните сили се претежно концентрирани вдолж потисната линија која соодветствува на разгледуваната насока на хоризонталниот товар, доаѓа до појава на аксијални сили со поголем интензитет и вдолж спротивната потисна линија. Дополнително, кај лаците со максимална положба, треба да се notiра и појава на си-

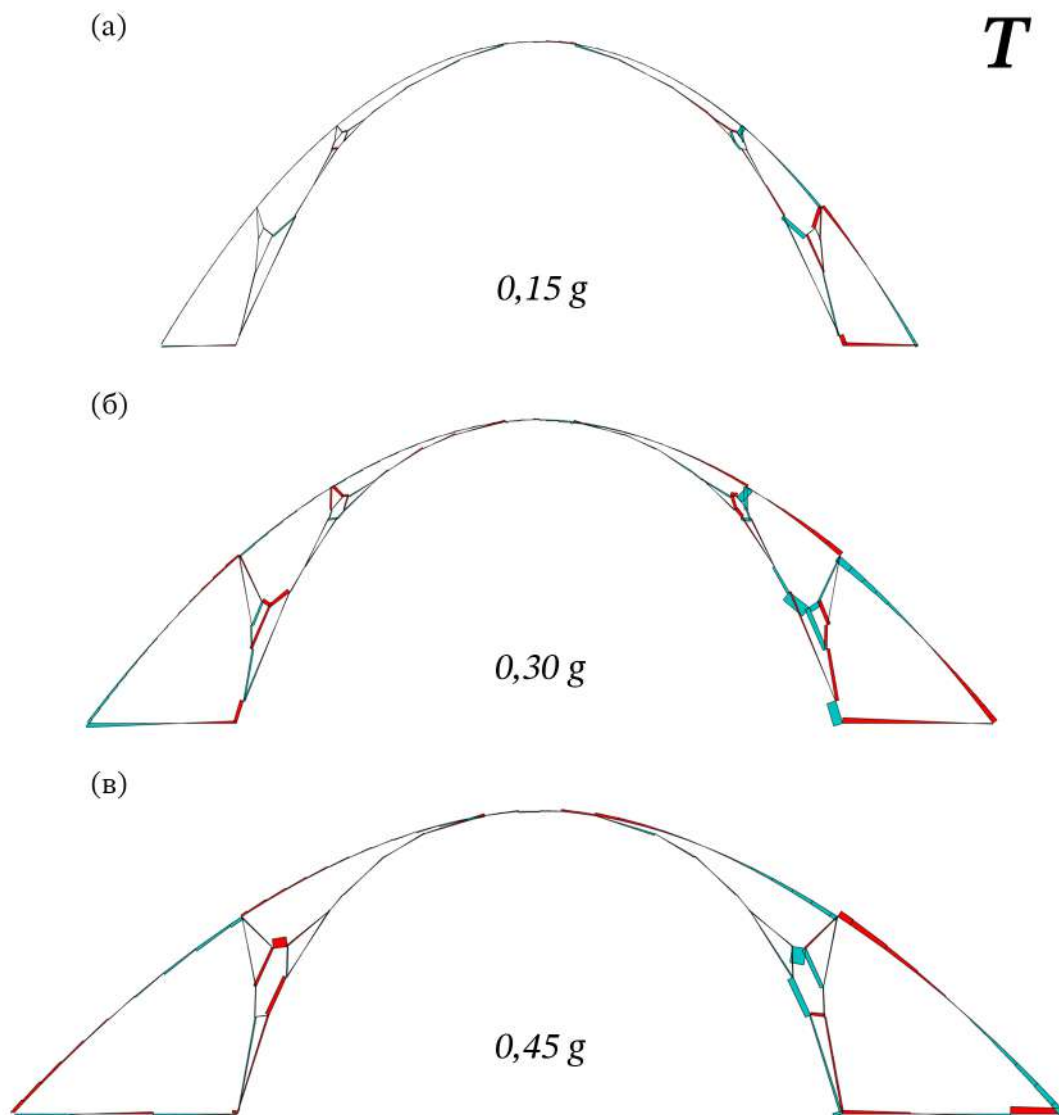
ла на затегнување кај десното лежиште, поврзано со потисната линија товарен случај со спротивна насока на дејствување, случај кој не е детектиран кај лаците при нулта положба и лаците при оптимална положба.



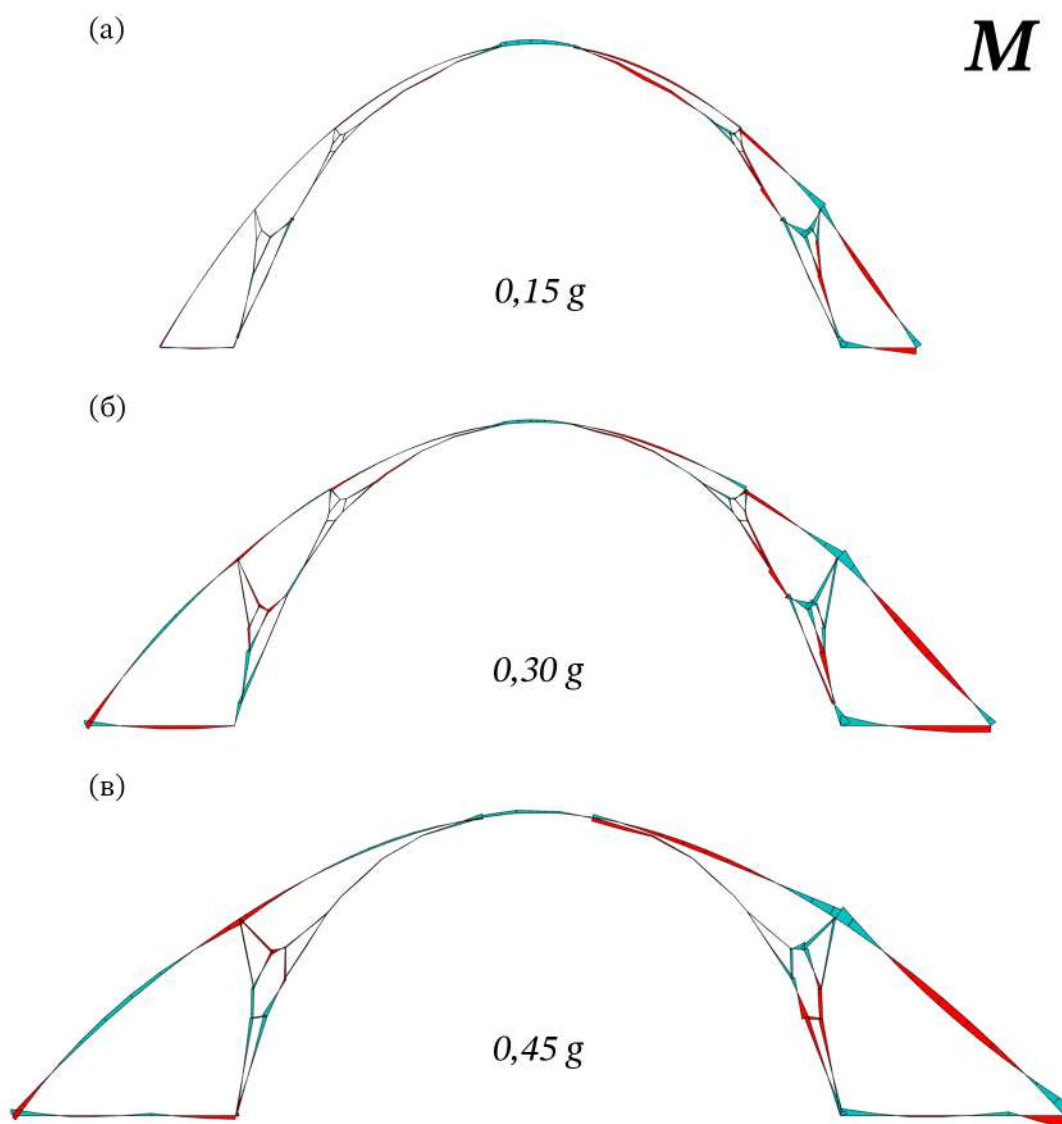
Слика 4.9: Дијаграми на аксијални сили на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од дијаграмите на трансверзалните сили, Слика 4.2 и дијаграмите на нападните моменти, Слика 4.3, може да се констатира меѓусебна поврзаност и локализирана распределба, при што екстремните вредности кај сите три разгледувани лацци се јавуваат кај јазлите преку кои се поврзани сегментите дефинирани од двете потисни линии, односно на местата на поврзување на горната со долната граница. Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар кај лакот A_030g_max и лакот A_045g_max доведува до зголемување на интензитетот на трансверзалните сили и интензитетот на нападните

моменти, без при тоа истото да доведе до просторна прераспределба на местоположбата на локалните екстрими. Може да се заклучи дека распределбата и однесувањето на трансверзалните сили и нападните моменти кај лаците со максимална положба е слично на распределбата и однесувањето на трансверзалните сили и нападните моменти кај лаците со нулта положба, како и со лаците со оптимална положба.

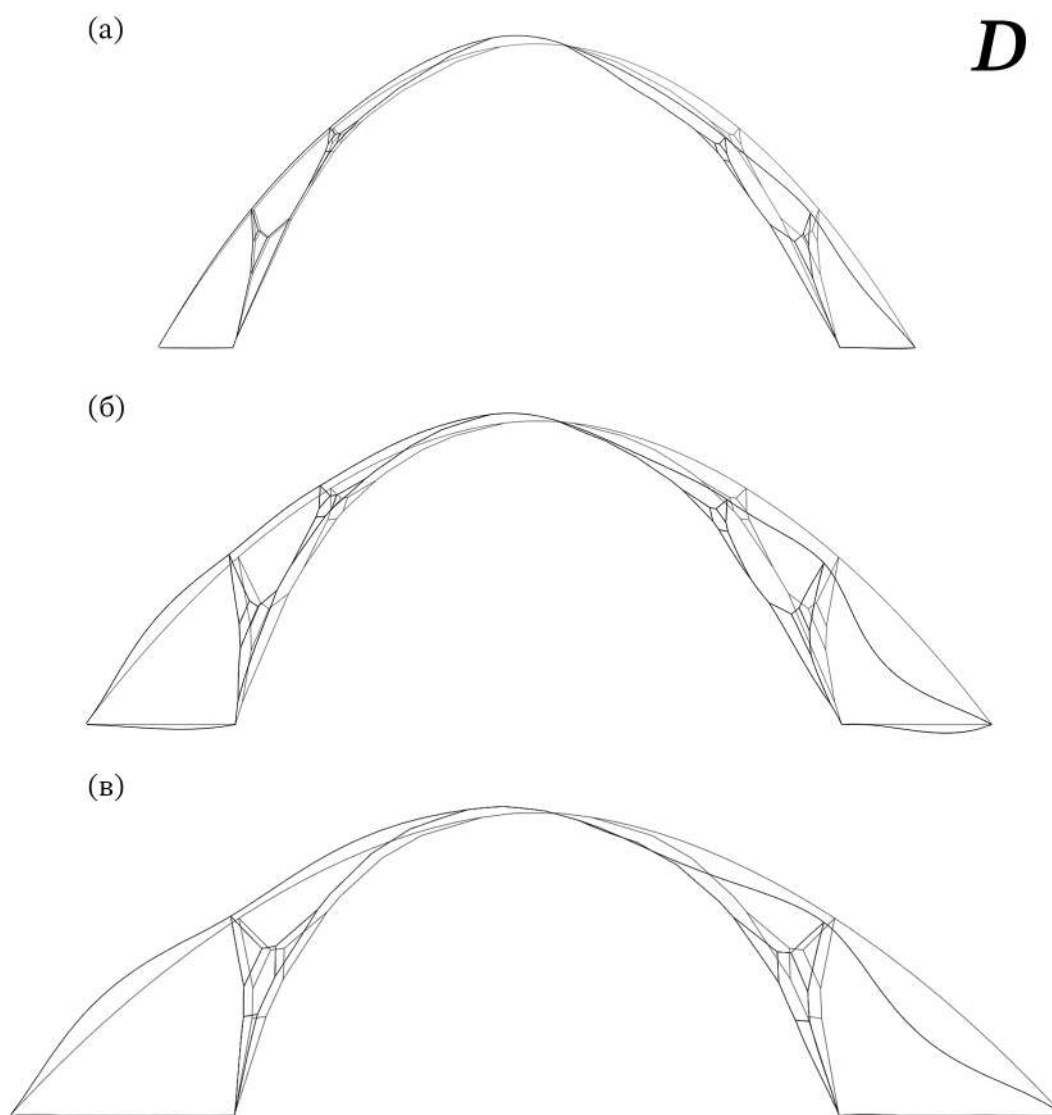


Слика 4.10: Дијаграми на трансверзални сили на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g; (б) 0,30 g; (в) 0,45 g



Слика 4.11: Дијаграми на нападни моменти на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

Од прикажаните деформирани облици на лаците, Слика 4.х, може да се заклучи дека деформациите се распределени по должината на целата конструкција, без изразени локални концентрации во поединечни сегменти, идентично како кај лаците при нулта положба и лаците при оптимална положба. Обликот на деформацијата останува континуиран, во согласност со доминантното аксијално дејствување прикажано во дијаграмите на аксијалните сили, Слика 4.х, при што локалните појави на трансверзални сили и нападни моменти не се манифестираат како изолирани механизми, туку остануваат вградени во глобалниот одговор на конструкцијата.



Слика 4.12: Деформирани облици на лацци дефинирани при максимално релативно поместување на линијата на потисок; при хоризонтален товар од: (а) 0,15 g (б) 0,30 g; (в) 0,45 g

4.3 Аналитичко моделирање на лушпи дефинирани со графичка статика

По воспоставувањето на методолошката рамка за нумеричка валидација кај лаците, истиот аналитички пристап е применет и при испитување на механичкото однесување на лушпите дефинирани со примена на графичка статика. Со цел да биде обезбе-

дена независна проверка на нивното однесување, спроведена е нумеричка анализа со примена на методот на конечни елементи (МКЕ), при што аналитичките модели се изработени во програмскиот пакет SAP2000[111]. За разлика од лаците, кај кои се разгледува рамнински систем, лушпите се моделирани како просторни потисни мрежи составени од линиски конечни елементи кои доминантно вршат пренос на аксијални сили, додека како последица на применетата нумеричка дискретизација се појавуваат и трансверзални сили и нападни моменти.

Геометријата на разгледуваните лушпи е дефинирана како дискретна мрежа на потисок добиена со примена на методот на графичка статика, при што преносот на сили се врши преку рабовите на мрежата. Во рамките на оваа лушпата е дефинирана како дискретна потисна мрежа определена преку тродимензионалниот дијаграм на сили, а не како континуирана површина добиена со дискретизација на дијаграмот на бесконечно мали сегменти. Геометријата на аналитичките модели е генерирана со директно преземање на потисните мрежи, при што аналитичкиот модел ја задржува оригиналната сегментација определена со графичката статика, без воведување дополнителна дискретизација при изработката на нумеричкиот модел. На тој начин аналитичкиот модел директно ја рефлектира дефинираната форма на мрежата и ја задржува релацијата помеѓу геометријата и распределбата на внатрешните статички големини.

Со цел да се задржи конзистентност со моделот дефиниран со графичка статика, аналитичкиот модел е формулиран како систем од линиски конечни елементи со три степени на слобода по јазол, со што се овозможува директна репрезентација на потисната мрежа дефинирана преку рабови. Граничните услови се дефинирани со задавање на лежиштата како неподвижни, без воведување дополнителни ограничувања кои би можеле да доведат до појава на нападни моменти или до прераспределба на внатрешните статички големини. Материјалните и геометриските карактеристики на напречниот пресек се воведени на идеализирано ниво, исклучиво како предуслов за спроведување на нумеричката анализа.

Товарните случаи во аналитичките модели се дефинирани согласно со предвидените товари од дијаграмите на сили определени преку примена на методот на графичка статика, разгледувајќи комбиниран товарен случај од сопствена тежина и хоризонтална компонента дефинирана како пропорционален дел од вертикалниот товар. Со оглед на симетричноста на разгледуваните модели, различните насоки и правци на хоризонталната товарна компонента се имплицитно опфатени, без да бидат анализирани како посебен товарен случај, при што различните интензитети на хоризонталниот товар овозможуваат разграничување на нејзиното влијание врз распределбата на внатрешните статички големини.

4.3.1 Нумеричка интерпретација на резултати на фуникуларни форми

Методолошкиот пристап за интерпретација на резултатите од нумеричката анализа е идентичен со пристапот применет при анализата на лаците, при што и во овој случај резултатите се разгледуваат преку соодносот помеѓу нападните моменти и аксијалните сили на притисок во поединечните сегменти. Имено, при примена на методот на конечни елементи и кај потисни мрежи дефинирани со графичка статика се појавуваат нападни моменти, како последица на можноста за нивен пренос во нумеричкиот модел, како и на дискретизацијата на геометријата и распределбата на товарите. Поради тоа анализата не е насочена кон проверка на чисто аксијално напрегање, туку кон квантитативно разгледување на степенот на отстапување од доминантно аксијален пренос на сили.

За таа цел, како и во анализата на лаците, е применет коефициент за контрола на фуникуларното однесување дефиниран како однос помеѓу максималниот нападен момент и максималната аксијална сила на притисок во сегментот i , $f = M_i/N_i$, при што добиената вредност претставува еквивалентен ексцентрицитет на аксијалната сила. Бидејќи кај лушпите преносот на сили во елементите се карактеризира со две компоненти на свиткување, истиот индикатор се определува во однос на нападните моменти околу y и z оската, односно $f_y = M_{y,i}/N_i$ и $f_z = M_{z,i}/N_i$. Нападните моменти и трансверзалните сили се интерпретираат во однос на локалниот координатен систем на елементите, при што M_y и M_z ги претставуваат компонентите на свиткување околу соодветните оски на елементот. Моментите на торзија околу x оската се со значително понизок интензитет и локализиран карактер, поради што не се земени предвид во понатамошната анализа.

Вредностите на коефициентот не се разгледуваат како апсолутна мерка на фуникуларност, туку се интерпретираат во однос на распределбата добиена за референтен фуникуларен систем. Како референтни модели се користат претходно дефинираните модели на потисна линија на лацци, бидејќи тие претставуваат наједноставен фуникуларен систем, најблиску до пренос на чист аксијален притисок. За разлика од лаците, кај потисните мрежи на лушпи преносот на товарот се одвива преку комплексни системи со повеќе различни можни патеки на пренос на силите на притисок, при што во мрежата се јавуваат неактивни елементи со релативно мали аксијални сили, кои и при мали вредности на нападниот момент можат да доведат до зголемени вредности на односот M_i/N_i . Поради тоа вредностите на индикаторот се оценуваат во однос на референтната распределба добиена за лаците, при што како карактеристична гранична вредност е усвоен 95-тиот перцентил од распределбата на коефициентот f , со цел да се ограничи влијанието на локалните нумерички екстреми.

4.4 Нумеричка анализа на лушпи

За целите на аналитичката анализа на лушпите разгледани се три модели со распон од 8 m и висина од 4 m, при дејство на три интензитети на хоризонтален товар од 0,15g, 0,30g и 0,45g, дефинирани како лушпи над квадратна основа со лежишта поставени во аглиите. Геометријата на секој модел е определена за соодветниот товарен случај, при што во анализата е разгледана нултата геометриска состојба на системот, односно почетната неоптимизирана конфигурација, која се користи како контролен случај за примена на методот во тродимензионален систем.

За секој од нумерички анализирани модели определени се внатрешните статички големини по сегменти, при што сегментацијата на системот е преземена од геометријата на потисната мрежа дефинирана со примена на методот на графичка статика. Интерпретацијата на резултатите се спроведува со примена на истиот пристап користен при анализата на лаците, при што резултатите се разгледуваат преку релативното учество и распределбата на внатрешните статички големини. Со цел да се избегне влијанието на локални нумерички екстреми поврзани со дискретизацијата на моделот, при обработката на податоците се користат перцентилни вредности наместо апсолутни екстреми, додека дијаграмите на поодделните внатрешни статички големини се прикажуваат во различен размер, со оглед дека се користат за анализа на распределбата, а не за директна споредливост на нивните апсолутни интензитети.

Анализата на поединечните модели е спроведена во однос на определување на апсолутните внатрешни статички големини, перцентилната распределба на коефициентот f , бројот на сегменти кај кои вредноста коефициентот f ја надминува граничната вред-

ност s , како и процентуалното учество на должината на сегментите кои ја надминуваат границата во однос на вкупната должина на сите сегменти на лакот.

4.4.1 Анализа на распределба на внатрешни статички големини

Во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар за поодделните разгледувани случаи дефиниран е бројот на сегменти на дискретизација на лакот со вкупна должина, како и граничната вредност s . При тоа геометријата на моделот S_{015g_nul} е дискретизирана на 564 сегменти со вкупна должина од 425,77 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,05$, моделот S_{030g_nul} е дискретизиран на 852 сегменти со вкупна должина од 497,29 m, со усвоена гранична вредност $s = 0,06$, додека моделот S_{045g_nul} е дискретизиран на 552 сегменти со вкупна должина од 516,96 m, при што е применета гранична вредност $s = 0,10$.

Вредностите на внатрешните статички големини определени при анализа на лушпите при дејство на комбиниран товарен случај, составен од сопствена тежина и хоризонтален товар, се сумирани во Табела 4.10 во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар. Со цел да бидат опфатени карактеристичната и екстремната распределба за целокупната форма на лушпата, внатрешните статички големини се анализирани преку 5-ти, 50-ти и 95-ти перцентил.

Табела 4.10: Вредности на внатрешните статички големини за модели на лушпи

	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		Мерни единици
	Број на сегменти	Вк. Долж. на сегменти	Гранична вредност		
Лушпа S_{015g_nul}	Број на сегменти	564	Гранична вредност		[kNm]
	Вк. Долж. на сегменти	425,77 m	M	0,125	
	Статички големини	P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)	0,163	1,062	4,478	[kN]
	Трансверзални сили (Ty)	0,048	0,158	0,637	[kN]
	Трансверзални сили (Tz)	0,000	0,083	0,483	[kN]
	Нападни моменти (My)	0,000	0,030	0,136	[kNm]
	Нападни моменти (Mz)	0,008	0,051	0,201	[kNm]
Лушпа S_{030g_nul}	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		[kNm]
	Број на сегменти	852	Гранична вредност		
	Вк. Долж. на сегменти	497,29 m	M	0,161	
	Статички големини	P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)	0,082	1,000	5,208	[kN]
	Трансверзални сили (Ty)	0,032	0,168	0,763	[kN]
	Трансверзални сили (Tz)	0,004	0,111	0,685	[kN]
	Нападни моменти (My)	0,004	0,044	0,223	[kNm]
Нападни моменти (Mz)	0,009	0,050	0,207	[kNm]	
Лушпа S_{045g_nul}	Товарен случај		вертикален + хоризонтален		[kNm]
	Број на сегменти	552	Гранична вредност		
	Вк. Долж. на сегменти	516,96 m	M	0,312	
	Статички големини	P5	P50	P95	
	Аксијални сили (N)	0,169	1,798	7,853	[kN]
	Трансверзални сили (Ty)	0,079	0,264	1,192	[kN]
	Трансверзални сили (Tz)	0,000	0,156	1,256	[kN]
	Нападни моменти (My)	0,002	0,103	0,428	[kNm]
Нападни моменти (Mz)	0,025	0,123	0,498	[kNm]	

Анализата на податоците прикажани во Табела 4.10, кои се однесуваат на аксијалните сили при 50-тиот перцентил, односно медијаната, 1,062 kN кај лушпата S_015g_nul, 1,000 kN кај лушпата S_030g_nul и 1,798 kN кај лушпата S_045g_nul, укажува дека карактеристичната вредност на аксијалниот пренос во потисната мрежа останува на приближно исто ниво при првите два разгледувани интензитети на хоризонтален товар, додека при највисокиот интензитет се јавува поизразено зголемување на медијаната. За разлика од медијаната, вредностите на 95-тиот перцентил, 4,478 kN кај лушпата S_015g_nul, 5,208 kN кај лушпата S_030g_nul и 7,853 kN кај лушпата S_045g_nul, покажуваат конзистентен раст со зголемување на хоризонталниот товар, што укажува дека порастот на товарот не се одразува подеднакво на целокупната распределба на аксијалните сили, туку доведува до појава на сегменти со значително повисоки вредности на аксијалниот пренос во ограничени делови од потисната мрежа.

Анализата на вредностите на трансверзалните сили при 50-тиот перцентил, 0,158 kN, 0,168 kN и 0,264 kN во однос на у-оската кај соодветните модели, како и 0,083 kN, 0,111 kN и 0,156 kN во однос на z-оската, укажува на постепено зголемување на карактеристичните вредности со пораст на интензитетот на хоризонталниот товар. Истата тенденција се забележува и кај вредностите на 95-тиот перцентил, 0,637 kN, 0,763 kN и 1,192 kN во однос на у-оската, односно 0,483 kN, 0,685 kN и 1,256 kN во однос на z-оската, што укажува дека зголемувањето на трансверзалните сили не се јавува исклучиво кај изолирани екстремни сегменти, туку се одразува на поширока распределба на трансверзалните компоненти во рамки на потисната мрежа.

Анализата на вредностите на нападните моменти покажува поизразена промена при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар. Медијаните на моментите во однос на у-оската се зголемуваат од 0,030 kNm кај лушпата S_015g_nul на 0,044 kNm кај лушпата S_030g_nul и 0,103 kNm кај лушпата S_045g_nul, додека медијаните на моментите во однос на z-оската изнесуваат 0,051 kNm, 0,050 kNm и 0,123 kNm кај соодветните модели. Овие вредности остануваат под граничните вредности од 0,125 kNm, 0,161 kNm и 0,312 kNm, што укажува дека на карактеристично ниво преносот на сили во потисната мрежа останува претежно аксијално доминиран.

Истовремено, вредностите на 95-тиот перцентил достигнуваат 0,136 kNm, 0,223 kNm и 0,428 kNm за моментите во однос на у-оската, односно 0,201 kNm, 0,207 kNm и 0,498 kNm за моментите во однос на z-оската. Во однос на поставените гранични вредности може да се забележи дека кај моделите S_015g_nul и S_030g_nul нивното надминување се јавува само кај екстремните вредности на распределбата, додека кај моделот S_045g_nul се појавуваат сегменти со значително повисоки вредности на нападните моменти. Ова укажува дека со зголемување на хоризонталниот товар се зголемува дисперзијата на нападните моменти, додека на карактеристично ниво преносот на сили во потисната мрежа и понатаму останува доминантно аксијален.

Анализата на распределбата на внатрешните статички големини покажува дека, и покрај зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар, преносот на сили во потисната мрежа останува доминантно аксијален. Карактеристичните вредности на аксијалните сили остануваат приближно константни кај моделите S_015g_nul и S_030g_nul, додека кај моделот S_045g_nul се забележува нивно поизразено зголемување, што укажува дека со пораст на товарот дел од сегментите преземаат поголем дел од аксијалниот пренос. Истовремено, трансверзалните сили постепено се зголемуваат, но нивните вредности и понатаму остануваат значително помали од аксијалните сили и не го менуваат основниот механизам на пренос. Кај нападните моменти се забележува поизразено зголемување, но односот помеѓу медијаните на нападните моменти и

медијаните на аксијалните сили укажува на мал еквивалентен ексцентрицитет, кој се зголемува од приближно 0,028 m кај моделот S_015g_nul, на 0,044 m кај моделот S_030g_nul и 0,057 m кај моделот S_045g_nul. Иако нападните моменти растат со зголемување на хоризонталниот товар, истовремено растат и аксијалните сили, така што фуникуларниот карактер на системот се задржува. Зголемувањето на високите перцентили на нападните моменти укажува дека со пораст на товарот се јавуваат локализирани сегменти со поизразено свиткување, особено кај моделот S_045g_nul, но овие појави се ограничени на делови од распределбата и не го нарушуваат доминантно аксијалниот карактер на преносот на сили во потисната мрежа.

4.4.2 Анализа на распределба на коефициент на фуникуларност

Вредностите на коефициентот f , определен како однос помеѓу нападниот момент и аксијалната сила на притисок во сегментот, како и учеството на сегментите кај кои вредноста на коефициентот ја надминува усвоената гранична вредност s , се сумирани во Табела 4.11 во зависност од интензитетот на хоризонталниот товар. Со цел да бидат опфатени карактеристичната и екстремната распределба на индикаторот во рамки на потисната мрежа, вредностите на коефициентот се анализирани преку 5-ти, 50-ти и 95-ти перцентил, додека односот помеѓу определените вредности и граничната вредност s е разгледан преку процентот на сегменти и процентот на нивната должина кај кои доаѓа до надминување на граничната вредност.

Анализата на распределбата на коефициентот f изразена укажува на зголемување на карактеристичните и екстремните вредности при зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар, при што медијаната на коефициентот f_y изнесува 0,026 m кај лушпата S_015g_nul, 0,047 m кај лушпата S_030g_nul и 0,060 m кај лушпата S_045g_nul. При тоа определените вредности кај сите три модели остануваат под граничните вредности s , што укажува дека карактеристичното ниво на ексцентрицитет на аксијалната сила во системот останува во рамки на усвоената фуникуларна граница. Вредностите на коефициентот f_y при 95-тиот перцентил изнесуваат 0,229 m кај лушпата S_015g_nul, 0,407 m кај лушпата S_030g_nul и 0,789 m кај лушпата S_045g_nul, при што кај сите три модели доаѓа до повеќекратно надминување на граничната вредност s , што укажува дека со зголемување на хоризонталниот товар се појавуваат сегменти кај кои свиткувањето станува значително поизразено.

Сличен тренд се забележува и кај компонентата f_z , при што медијаната изнесува 0,045 m кај лушпата S_015g_nul, 0,050 m кај лушпата S_030g_nul и 0,077 m кај лушпата S_045g_nul, додека вредностите на 95-тиот перцентил достигнуваат 0,283 m, 0,379 m и 0,668 m кај соодветните модели. Од споредбата на вредностите при 95-тиот перцентил може да се забележи дека разликата помеѓу моделите S_015g_nul и S_030g_nul е релативно мала, додека кај моделот S_045g_nul се јавува значително зголемување на екстремните вредности, што укажува дека при највисокиот интензитет на хоризонтален товар се зголемува учеството на свиткувањето во однос на аксијалниот пренос на сили во потисната мрежа.

Табела 4.11: Вредности на коефициентот на фуникуларност и учество на сегментите кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност

	Гранична вредност		<i>s</i>	0,050	Мерни единици	
	Коефициенти	P5	P50	P95		
Лушпа S_015g_nul	$f_y = M_y/N$	0,000	0,026	0,229	[m]	
	$f_z = M_z/N$	0,012	0,045	0,283	[m]	
	Гранична вредност [f_y]	$f_y > s$	$f_y < s$	N/a		
	Број на сегменти	165	399	0		
	Процент на сегменти	29,26	70,74	0,00	[%]	
	Процент на должина	25,81	74,19	0,00	[%]	
	Гранична вредност [f_z]	$f_z > s$	$f_z < s$	N/a		
	Број на сегменти	262	302	0		
	Процент на сегменти	46,45	53,55	0,00	[%]	
	Процент на должина	45,58	54,42	0,00	[%]	
	Лушпа S_030g_nul	Гранична вредност		<i>s</i>	0,060	
		Коефициенти	P5	P50	P95	
$f_y = M_y/N$		0,003	0,047	0,407	[m]	
$f_z = M_z/N$		0,011	0,050	0,379	[m]	
Гранична вредност [f_y]		$f_y > s$	$f_y < s$	N/a		
Број на сегменти		348	501	3		
Процент на сегменти		40,85	58,80	0,35	[%]	
Процент на должина		38,33	61,58	0,09	[%]	
Гранична вредност [f_z]		$f_z > s$	$f_z < s$	N/a		
Број на сегменти		372	477	3		
Процент на сегменти		43,66	55,99	0,35	[%]	
Процент на должина		45,09	54,82	0,09	[%]	
Лушпа S_045g_nul	Гранична вредност		<i>s</i>	0.100		
	Коефициенти	P5	P50	P95		
	$f_y = M_y/N$	0,000	0,060	0,789	[m]	
	$f_z = M_z/N$	0,011	0,077	0,668	[m]	
	Гранична вредност [f_y]	$f_y > s$	$f_y < s$	N/a		
	Број на сегменти	186	366	0		
	Процент на сегменти	33,70	66,30	0,00	[%]	
	Процент на должина	32,58	67,42	0,00	[%]	
	Гранична вредност [f_z]	$f_z > s$	$f_z < s$	N/a		
	Број на сегменти	224	328	0		
	Процент на сегменти	40,58	59,42	0,00	[%]	
	Процент на должина	42,83	57,17	0,00	[%]	

Дополнително, односот помеѓу коефициентот f и граничната вредност s е анализиран преку учеството на сегментите кај кои вредноста на коефициентот ја надминува граничната вредност. Резултатите покажуваат дека кај лушпата S_015g_nul надминувањето се јавува кај 29,26% од сегментите за компонентата f_y и 46,45% за компонентата f_z , при што нивното учество во вкупната должина изнесува 25,81% и 45,58%. Кај лушпата S_030g_nul процентот на сегменти со $f > s$ се зголемува на 40,85% за f_y и 43,66%

за f_z , додека кај лушпата S_045g_nul овие вредности се намалуваат на 33,70% и 40,58%. Истовремено, процентот на должина на овие сегменти останува близок до процентот на сегменти во сите разгледувани модели, што укажува дека надминувањето на граничната вредност не е поврзано со должината на сегментите, туку со распределбата на внатрешните сили во потисната мрежа.

Со цел подетално да се разгледа карактерот на надминувањето на граничната вредност, анализата е дополнета со испитување на преклопувањето на сегментите кај кои вредностите на коефициентите f_y и f_z ја надминуваат граничната вредност s . На тој начин се разгледува дали надминувањето на границата се јавува кај истите сегменти за двете компоненти на свиткување или се однесува на различни делови од потисната мрежа. Резултатите од оваа анализа се прикажани во Табела 4.12, при што сегментите се групирани во три категории: сегменти кај кои истовремено важи $f_y > s$ и $f_z > s$, сегменти кај кои и двата коефициента остануваат под граничната вредност, како и сегменти кај кои надминувањето се јавува само кај една од двете компоненти.

Табела 4.12: Број и процент на сегменти кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност по компонентите y и z , поединечно или истовремено

S_015g_nul	Преклопување $f_y > s \cap f_z > s$	$f_y > s \cap f_z > s$	$f_y < s \cap f_z < s$	$f_y > s$ или $f_z > s$	[%]
	Број на сегменти	127	264	173	
Процент на сегменти	22,52	46,81	30,67		[%]
Процент на должина	19,56	48,17	32,27		[%]
S_030g_nul	Преклопување $f_y > s \cap f_z > s$	$f_y > s \cap f_z > s$	$f_y < s \cap f_z < s$	$f_y > s$ или $f_z > s$	[%]
	Број на сегменти	259	391	202	
Процент на сегменти	30,40	45,89	23,71		[%]
Процент на должина	30,95	47,53	21,52		[%]
S_045g_nul	Преклопување $f_y > s \cap f_z > s$	$f_y > s \cap f_z > s$	$f_y < s \cap f_z < s$	$f_y > s$ или $f_z > s$	[%]
	Број на сегменти	130	272	150	
Процент на сегменти	23,55	49,28	27,17		[%]
Процент на должина	21,34	45,93	32,73		[%]

Од резултатите прикажани во Табела 4.12 може да се забележи дека кај сите разгледувани модели значителен дел од сегментите не ја надминува граничната вредност s кај ниту една од двете компоненти, при што процентот на сегменти кај кои истовремено важи $f_y < s$ и $f_z < s$ изнесува 46,81% кај лушпата S_015g_nul, 45,89% кај лушпата S_030g_nul и 49,28% кај лушпата S_045g_nul. Истовремено, сегментите кај кои двете компоненти на коефициентот ја надминуваат граничната вредност опфаќаат помал дел од мрежата, при што нивното учество изнесува 22,52% кај моделот S_015g_nul, 30,40% кај моделот S_030g_nul и 23,55% кај моделот S_045g_nul. Ваквата распределба укажува дека надминувањето на граничната вредност не е рамномерно распространето низ целата потисна мрежа, туку се концентрира во ограничен дел од нејзината геометрија, додека приближно половина од сегментите остануваат во рамки на граничната состојба за двете компоненти на коефициентот.

4.4.3 Анализа на сегменти кои ја надминуваат гранична вредност на коефициентот на фуникуларност

За потребите на анализата, со цел да се утврди односот помеѓу екстремните вредности на коефициентот и апсолутните вредности на внатрешните статички големини, во рамки на сегментите кај кои вредноста на коефициентот f ја надминува граничната

вредност s се издвоени сегментите со најголемо релативно отстапување, како и сегментите со највисоки апсолутни вредности на внатрешните статички големини.

Сумираните резултати од спроведената анализа на ниво на сегменти кај кои е детектирано најголемо релативно отстапување на коефициентот f се прикажани во Табела 4.13.

Табела 4.13: Вредности на внатрешни статички големини и коефициент на фуникуларност за сегментите со најголемо надминување на граничната вредност

	Сегм.	Должина [m]	N [kN]	Ty [kN]	Tz [kN]	My [kNm]	Mz [kNm]	My/N [m]	Mz/N [m]
Лушпа S_015g_nul	Сегменти $f_y > s$								
	72	0,554	0,809	0,093	0,483	0,146	0,040	0,181	0,050
	93	1,221	0,592	0,127	0,139	0,092	0,027	0,155	0,045
	507	1,276	0,878	0,113	0,179	0,119	0,027	0,135	0,031
	Сегменти $f_z > s$								
	237	1,221	0,103	0,150	0,000	0,000	0,078	0,000	0,756
	280	0,690	0,144	0,167	0,000	0,000	0,062	0,000	0,428
	253	0,208	0,037	0,081	0,000	0,000	0,015	0,000	0,397
	Сегменти $f_y > s \cap f_z > s$								
	65	0,425	0,038	0,267	0,204	0,069	0,050	1,824	1,326
	350	0,425	0,048	0,075	0,175	0,062	0,013	1,294	0,269
	361	0,514	0,240	0,049	0,661	0,254	0,072	1,059	0,299
	Лушпа S_030g_nul	Сегменти $f_y > s$							
837		1,508	0,413	0,107	0,314	0,247	0,024	0,598	0,057
211		1,508	0,447	0,106	0,316	0,249	0,026	0,557	0,059
523		0,461	0,529	0,057	1,226	0,291	0,028	0,550	0,054
Сегменти $f_z > s$									
277		0,098	0,022	0,125	0,001	0,000	0,010	0,017	0,455
587		0,829	0,344	0,226	0,018	0,009	0,144	0,027	0,419
400		0,218	0,106	0,111	0,001	0,001	0,041	0,012	0,384
Сегменти $f_y > s \cap f_z > s$									
461		0,215	0,016	0,303	0,110	0,040	0,033	2,513	2,069
541		0,215	0,021	0,316	0,112	0,041	0,034	1,929	1,633
215	0,816	0,063	0,197	0,146	0,071	0,129	1,121	2,044	
Лушпа S_045g_nul	Сегменти $f_y > s$								
	147	1,248	0,240	0,067	0,609	0,401	0,014	1,671	0,058
	326	0,796	1,518	0,141	2,282	0,921	0,138	0,606	0,091
	13	1,530	0,614	0,156	0,324	0,259	0,043	0,422	0,070
	Сегменти $f_z > s$								
	182	0,917	0,186	0,232	0,004	0,009	0,123	0,046	0,659
	145	1,155	0,526	0,448	0,059	0,046	0,283	0,087	0,539
	58	0,646	0,244	0,312	0,014	0,013	0,108	0,052	0,442
	Сегменти $f_y > s \cap f_z > s$								
	135	0,294	0,034	0,451	1,943	0,346	0,132	10,176	3,882
	107	0,350	0,030	1,007	0,772	0,137	0,173	4,550	5,760
375	1,155	0,079	0,398	0,276	0,190	0,174	2,405	2,200	

Анализата на вредностите на внатрешните статички големини на сегментите кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност покажува дека екстремните вредности на коефициентот не се поврзани со појава на екстремни нападни моменти, туку со локално намалување на аксијалните сили во одделни сегменти на потисната мрежа. Кај сите разгледувани модели аксијалните сили во овие сегменти остануваат под 1 kN, а во повеќе случаи се движат во интервал од приближно 0,02 kN до 0,60 kN, што е значително помалку од карактеристичните вредности на аксијалниот пренос во мрежата. Истовремено, нападните моменти се движат во релативно ограничен интервал, приближно од 0,04 kNm до околу 0,35 kNm, при што вредностите кои ја надминуваат референтната граница за момент се појавуваат кај ограничен број сегменти. Како последица, комбинацијата на мали аксијални сили и умерени нападни моменти доведува до високи вредности на односот M_i/N_i , кој кај одделни сегменти достигнува вредности од 1–3 m, а во изолирани случаи и значително повеќе. Должините на овие сегменти варираат во широк интервал и не покажуваат јасна зависност со појавата на надминување на граничната вредност, што укажува дека должината на сегментот не претставува определувачки фактор. Оттука може да се заклучи дека надминувањето на граничната вредност произлегува првенствено од локалната распределба на внатрешните сили во потисната мрежа, а не од појава на екстремни нападни моменти или од геометриските карактеристики на сегментите.

Дополнително во рамки на сегментите кај кои вредноста на коефициентот f ја надминува граничната вредност, издвоени се сегментите со најголеми аксијални сили со цел да се испита односот помеѓу апсолутните вредности на внатрешните статички големини и вредностите на коефициентот, Табела 4.14.

Табела 4.14: Вредности на внатрешни статички големини и коефициент на фуникуларност за сегменти со најголеми аксијални сили кај кои коефициентот ја надминува граничната вредност

	Сегм.	Должина [m]	N [kN]	Ty [kN]	Tz [kN]	My [kNm]	Mz [kNm]	My/N [m]	Mz/N [m]
S_015g_nul	37	0,907	4,676	0,855	0,194	0,133	0,436	0,028	0,093
	18	2,463	4,002	0,315	0,016	0,027	0,232	0,007	0,058
	467	0,187	3,778	4,742	4,072	0,382	0,458	0,101	0,121
	133	0,582	3,773	0,293	0,001	0,018	0,209	0,005	0,055
	190	0,187	2,934	3,675	3,052	0,287	0,350	0,098	0,119
S_030g_nul	738	0,605	4,547	0,274	0,940	0,371	0,087	0,082	0,019
	38	0,605	4,404	0,479	0,972	0,377	0,162	0,086	0,037
	109	0,865	4,265	0,793	1,058	0,464	0,310	0,109	0,073
	658	0,865	3,936	0,878	1,005	0,439	0,346	0,111	0,088
	661	0,825	3,487	0,876	0,519	0,326	0,350	0,093	0,100
S_045g_nul	159	2,350	6,580	1,463	0,227	0,187	0,911	0,028	0,138
	64	2,350	5,186	0,826	0,226	0,187	0,687	0,036	0,133
	111	2,145	5,102	0,241	0,972	0,288	0,540	0,056	0,106
	327	0,720	4,772	0,916	1,119	0,495	0,615	0,104	0,129
	40	0,883	4,009	0,776	0,179	0,142	0,513	0,035	0,128

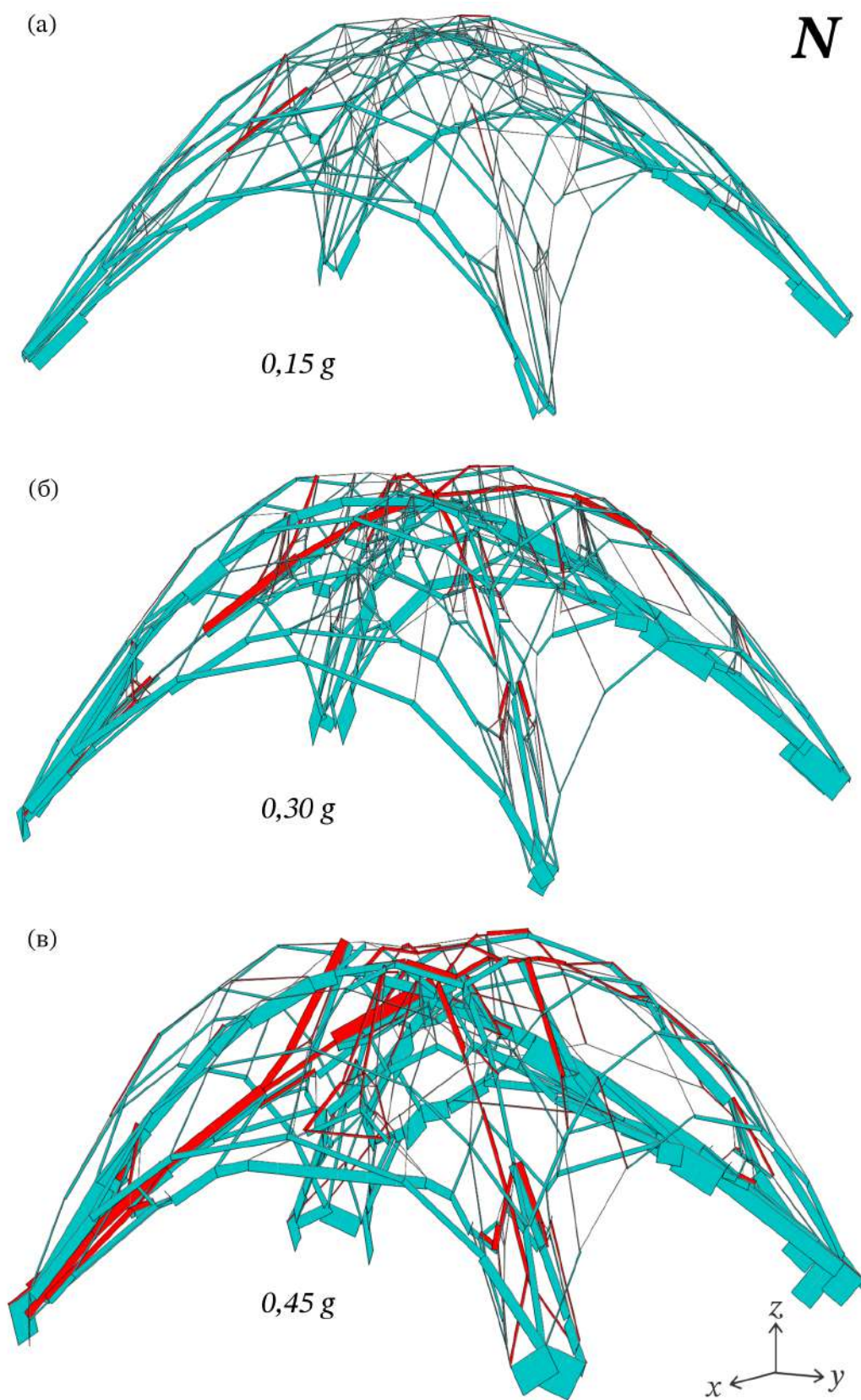
Од Табела Табела 4.14 може да се заклучи дека сегментите со најголеми аксијални сили вредностите достигнуваат приближно 4,7 kN кај лушпата S_015g_nul, 4,6 kN кај лушпата S_030g_nul и 6,6 kN кај лушпата S_045g_nul, што покажува дека издвоените

сегменти припаѓаат на делови од мрежата со изразен аксијален пренос на сили. Нападните моменти кај истите сегменти се движат во интервал од приближно 0,03 kNm до околу 0,91 kNm, при што со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар се појавуваат и повисоки апсолутни вредности на моментите. И покрај тоа, соодностите M_y/N и M_z/N во најголем дел од случаите остануваат релативно мали и најчесто се движат под приближно 0,15 m, додека само кај ограничен број сегменти достигнуваат вредности до околу 0,24 m, што покажува дека и кај сегментите со големи аксијални сили надминувањето на граничната вредност останува умерено, бидејќи високите аксијални сили го ограничуваат порастот на односот помеѓу моментите и аксијалната сила.

4.4.4 Дијаграми на внатрешни статички големини

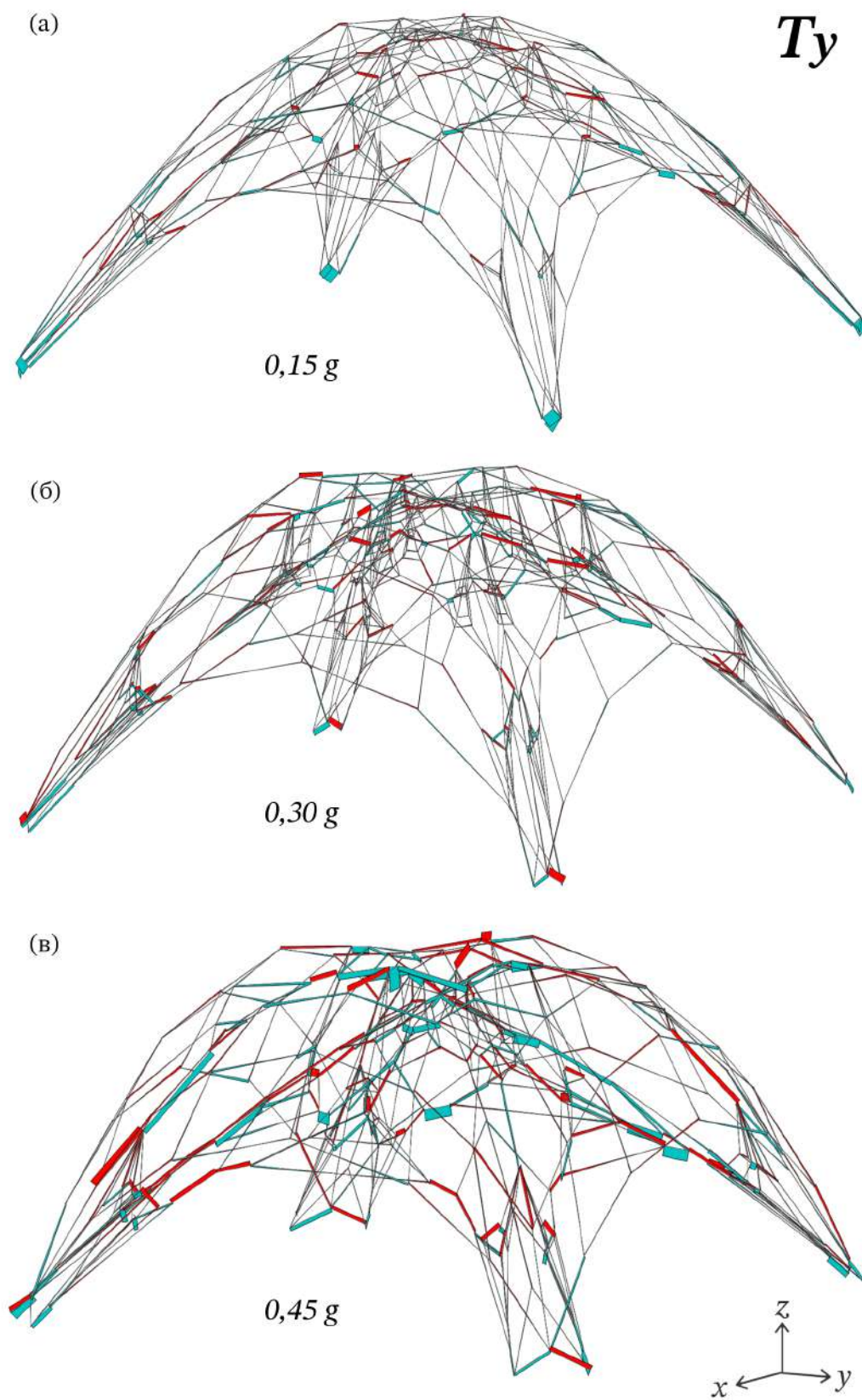
Дијаграмите со кои се прикажани внатрешните статички големини, положба при дејство на различни интензитети на хоризонталниот товар, се прикажани од **Слика 4.13** до **Слика 4.17**. При тоа формата на лушпата е определена преку дискретизација и преклопување на потисните мрежи кои соодветствуваат на товарни случаи од хоризонтален товар со спротивни насоки долж x -оската и y -оската, согласно постапката дефинирана во Глава 3, при што прикажаните дијаграми на внатрешните статички големини се однесуваат на товарен случај кај кој хоризонталниот товар е насочен во позитивниот правец на x -оската.

Од дијаграмите на аксијалните сили, **Слика 4.13**, може да се констатира дека и кај трите модели на лушпи, S_015g_nul, S_030g_nul и S_045g_nul, без разлика на интензитетот на хоризонталниот товар, доминира сила на притисок, при што со зголемување на хоризонталниот товар се зголемува и распространетоста на силите на затегнување. За разлика од лаците, кај кои најизразено се активира потисната линија што соодветствува на разгледуваниот товарен случај, кај лушпите најголемите вредности на аксијалната сила на притисок се јавуваат во елементите на потисната мрежа што одговара на разгледуваниот товарен случај, но оваа појава е помалку јасно локализирана. Поради мрежната топологија и просторниот карактер на преносот на товарот, во носечкиот механизам учествува поголем број елементи од мрежата, при што аксијалните сили се распределуваат низ поширок дел од структурата. Кај моделот S_015g_nul најголем дел од елементите се под дејство на сила на притисок, додека силите на затегнување се јавуваат главно кај врските помеѓу елементите на мрежата и кај ограничен број поединечни елементи со релативно мал интензитет. Кај моделите S_030g_nul и S_045g_nul интензитетот и распространетоста на силите на затегнување се зголемуваат, при што истите и понатаму се појавуваат кај врските помеѓу елементите на мрежата, но се јавуваат и кај поголем број сегменти во останатиот дел од структурата. Ваквата распределба укажува дека, иако носечкото однесување и понатаму е доминантно контролирано од сили на притисок, со зголемување на хоризонталниот товар се активира поширок дел од потисната мрежа, што доведува до порамномерна, но и покомплексна распределба на аксијалните сили во однос на случајот на лаците.

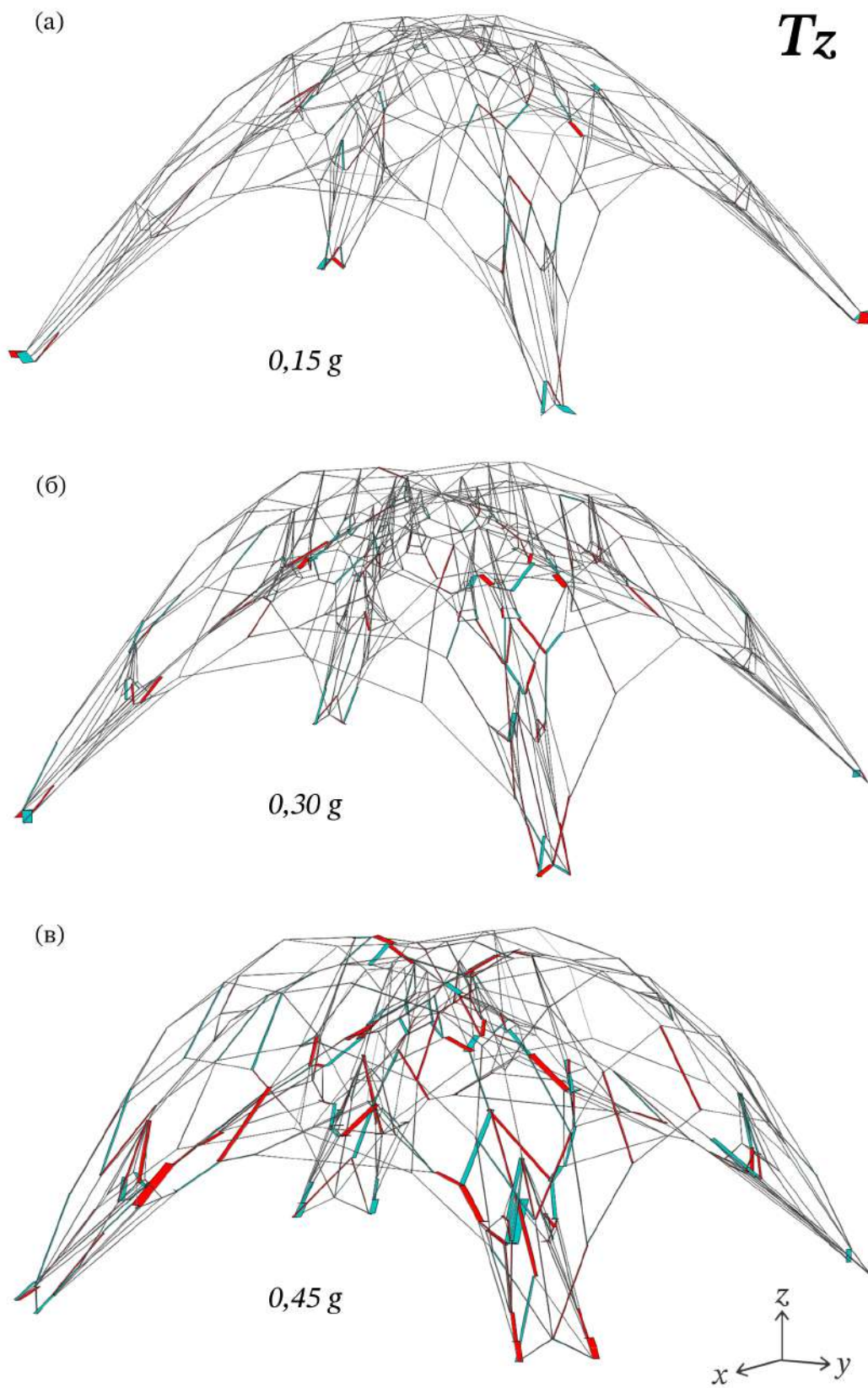


Слика 4.13: Дијаграми на аксијални сили: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul

Од дијаграмите на трансверзалните сили, **Слика 4.14** и **Слика 4.15**, може да се констатира дека кај сите разгледувани модели нивната појава е ограничена и се јавува кај релативно мал број сегменти во однос на вкупниот број елементи на мрежата. Кај моделот S_015g_nul трансверзалните сили T_y и T_z се појавуваат претежно како изолирани локални појави, најчесто во зоните на лежишта и зоните каде се формираат врските помеѓу горната и долната граница на лушпата. Со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар кај моделите S_030g_nul и S_045g_nul се забележува постепено зголемување на бројот на сегменти кај кои се јавуваат трансверзални сили, при што нивната распределба станува пораспространета во различни делови на мрежата. Особено кај моделот S_045g_nul може да се забележи појава на повеќе локални зони во кои се концентрираат трансверзални сили, што укажува на зголемено отстапување од чисто аксијален пренос на сили при поголем интензитет на хоризонталниот товар. Воедно, може да се забележи дека компонентата T_y , која дејствува тангенцијално во однос на потисната површина, се јавува кај поголем број сегменти и со поголем интензитет во однос на компонентата T_z , која дејствува во насока нормална на тангентата. Поголемиот распространетост на трансверзалната компонента T_y е поврзана со фактот дека потисната мрежа претставува дискретна апроксимација на потисна површина, при што мембранскиот пренос на сили во рамнината на површината, при нејзината мрежна дискретизација со линиски елементи, се манифестира и преку локални трансверзални сили во рамнината на елементите. Сепак, и покрај зголемената распространетост кај повисоките нивоа на товар, трансверзалните сили остануваат ограничени на поединечни сегменти и не формираат континуирани патеки низ мрежата, што укажува дека доминантниот механизам на пренос на товарот и понатаму се одвива преку аксијални сили на притисок.

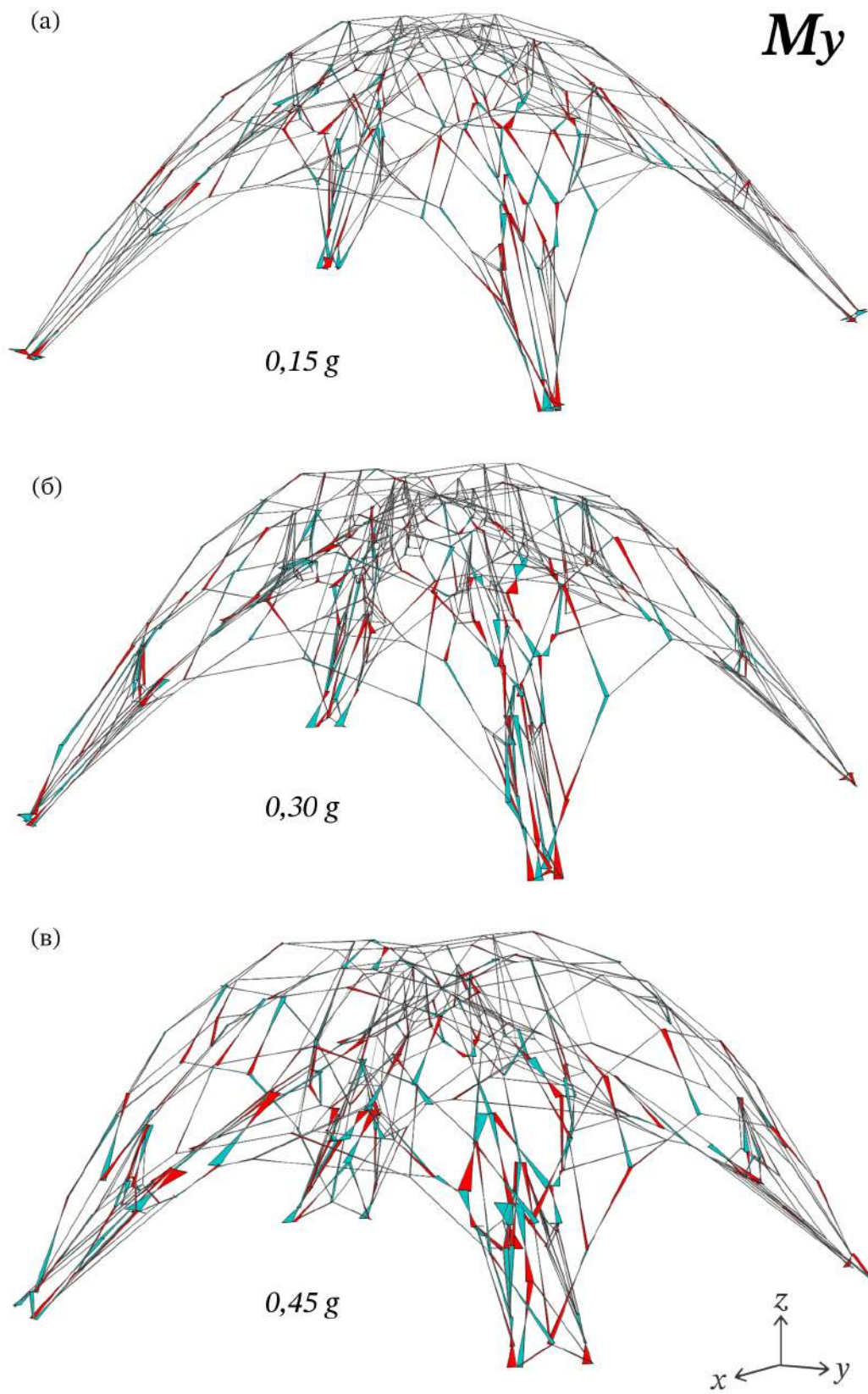


Слика 4.14: Дијаграми на трансверзални сили во однос на оска y : (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul

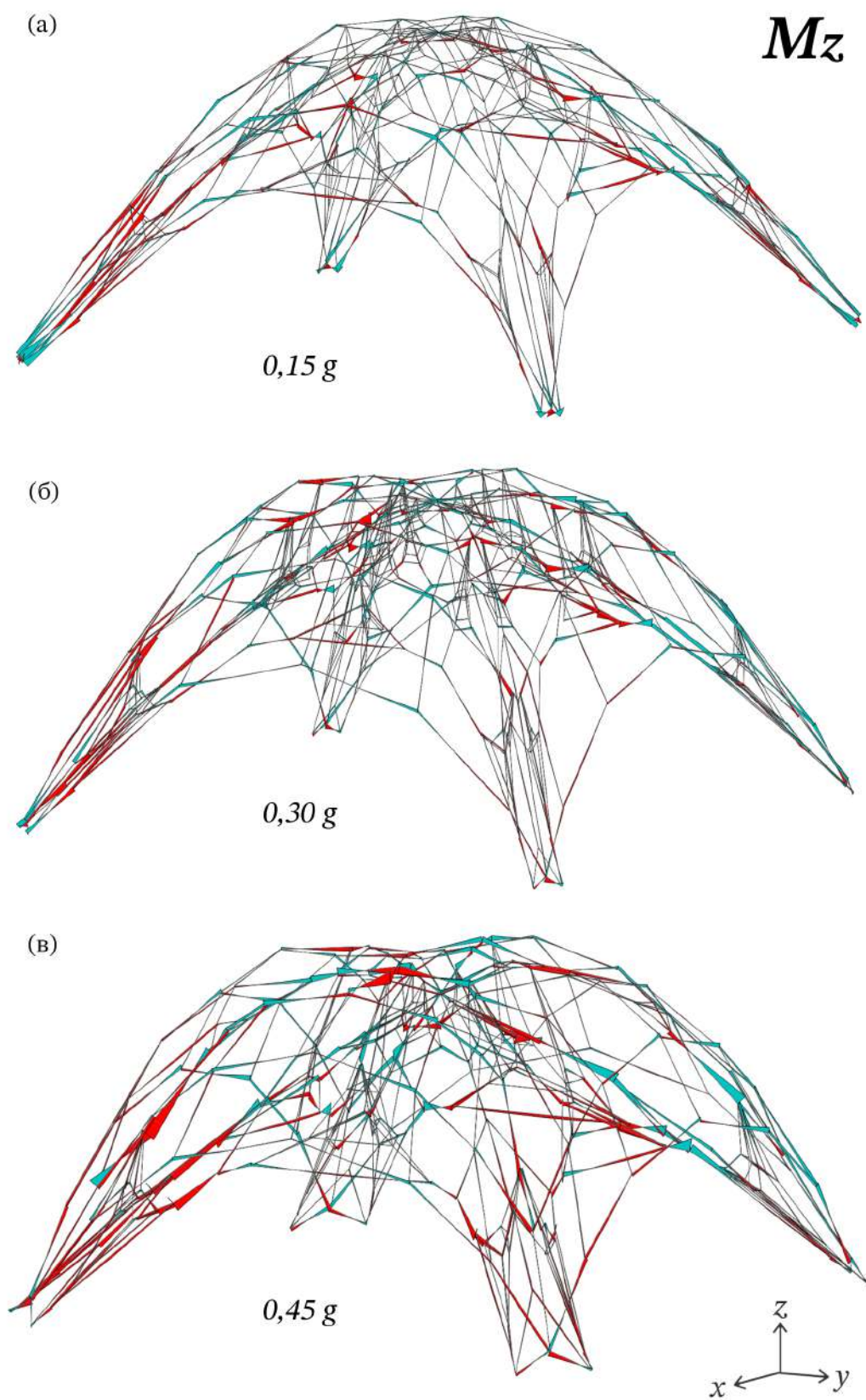


Слика 4.15: Дијаграми на трансверзални сили во однос на оска z: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul

Од дијаграмите на нападните моменти, **Слика 4.16** и **Слика 4.17**, може да се констатира дека нивната појава е ограничена на релативно мал број сегменти, при што распределбата на компонентите M_y и M_z покажува различни просторни карактеристики. Нападните моменти M_y претежно се концентрирани во врските помеѓу горната и долната граница и сегментите непосредно поврзани со нив, односно јазли кои се карактеризираат со поизразена промена на ориентацијата на елементите и со спојување на повеќе рабови на мрежата, што доведува до појава на локално свиткување во рамнината на мрежата. Од друга страна, моментите M_z се јавуваат претежно во зоните на лежиштата, што укажува на локално влијание на граничните услови и на адаптацијата на мрежата кон реакциите во тие точки. Распределбата на нападните моменти е особено јасно изразена кај моделот S_015g_nul, додека со зголемување на интензитетот на хоризонталниот товар кај моделите S_030g_nul и S_045g_nul нападните моменти се појавуваат кај поголем број сегменти и нивната распределба станува пораспространета низ мрежата. Генерално, појавата на нападни моменти е поврзана со фактот дека потисната мрежа претставува дискретна апроксимација на потисна површина, при што геометриските отстапувања помеѓу идеалната потисна површина и нејзината мрежна репрезентација доведуваат до локално свиткување на сегментите.



Слика 4.16: Дијаграми на нападни моменти во однос на оска y: (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul



Слика 4.17: Дијаграми на нападни моменти во однос на оската z : (а) лушпа S_015g_nul; (б) лушпа S_030g_nul и (в) лушпа S_045g_nul

Глава 5

Заклучоци и препораки за идни истражувања

Оваа докторска дисертација претставува систематско истражување насочено кон развој и проширување на методологија заснована на принципите на графичката статика за дефинирање на носечки форми на лаци и лушпи при дејство на сопствена тежина и хоризонтален товар.

Во делот посветен на лаци е воспоставена постапка за дефинирање на формата преку анализа на потисната линија, при што со примена на дводимензионални дијаграми на сили е определена геометрија која обезбедува континуиран пренос на сили на притисок. Разгледани се хоризонтални забрзувања од 0,15g, 0,30g и 0,45g, како и влијанието на иницијалната геометрија врз дефинираната форма.

Методологијата понатаму е проширена во просторен контекст преку формулирање на постапка за дефинирање на потисна површина кај лушпите, базирана на примена на тродимензионални дијаграми на сили. На тој начин се добиени двослојни лушпи со меѓусебно структурно поврзани слоеви, кај кои стабилноста се обезбедува преку континуиран пренос на сили на притисок при истите разгледувани нивоа на хоризонтално натоварување.

Со цел да се испита механичкото однесување на дефинираните лаци и лушпи и да се провери нивната статичка конзистентност, во рамки на дисертацијата е спроведена дополнителна нумеричка анализа преку примена на методот на конечни елементи, при што се испитува нивната усогласеност со графички определените услови на рамнотежа и карактерот на внатрешниот пренос на сили.

Во оваа глава се систематизирани главните заклучоци од истражувањето, додека деталните аналитички разгледувања се изложени во претходно. Дополнително се посочуваат насоки за понатамошен развој на примената на графичката статика во дефинирањето на носечки форми во архитектурата и градежништвото.

5.1 Заклучоци

Во рамките на дисертацијата е презентираан методолошки пристап за дефинирање на форма на лаци и луспи при дејство на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување со примена на графичка статика. Истражувањето опфаќа развој на методи за дефинирање на потисна линија и потисна мрежа преку манипулација на дијаграмот на сили, анализа на нивните геометриски и механички карактеристики, како и споредба со резултати добиени со методот на динамичка релаксација. Дополнително, предложените форми беа анализирани со примена на методот на конечни елементи со цел проверка на нивното механичко однесување. Врз основа на спроведените теоретски, геометриски и нумерички анализи, во продолжение се издвоени главните заклучоци од истражувањето.

Во Глава 2 е презентирана постапка за дефинирање на форма на лаци со примена на графичка статика при дејство на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување. Анализата опфаќа испитување на можностите за манипулација на дијаграмот на сили со цел дефинирање на комплексни форми на лаци, како и испитување на влијанието на иницијалната геометрија и процесот на сегментирање врз дефинирањето на потисната линија. Врз основа на спроведените теоретски и геометриски анализи можат да се издвојат следните заклучоци:

- Формата на лак под дејство на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување може да се дефинира преку манипулација на дијаграмот на сили, при што врските помеѓу горната и долната граница на лакот се воспоставуваат директно во самиот дијаграм. Со изолирање и внатрешна поделба на соодветни делови од дијаграмот на сили, анвелопата на потисните линии се интерпретира како структурно дефинирана форма, наместо како чисто геометриска граница.
- Потисните линии добиени со предложениот пристап покажуваат висока стабилност во однос на изборот на иницијалната геометрија на лакот. Споредбата на нивните карактеристични параметри укажува дека потисните линии дефинирани од различни иницијални форми остануваат блиски, што потврдува дека резултатот е во голема мера независен од изборот на почетната геометрија.
- Прецизноста на геометриското дефинирање на потисната линија е условена од распределбата на должината на сегментите долж лакот. При соодветна корекција на сегментацијата во зоната на лежиштата, катенарните и параболчните лаци можат да се прилагодат за практично бесконечна делба, додека кај кружните лаци таквата делба доведува до значително погруба геометриска апроксимација на потисната линија.

Предложениот метод овозможува да се надмине ограничувањето на класичната конструкција на потисната линија, според кое намалувањето на висината на напречниот пресек преку релативно поместување на потисните линии истовремено го редуцира бројот на прифатливи фуникуларни форми и ја ограничува слободата при дефинирањето на архитектонската форма. Предложената методологија го надминува овој проблем преку поделба на дијаграмот на сили аналогна на пресекот на потисните линии за спротивни насоки на хоризонталниот товар, со што се овозможува контролирано дефинирање на врските помеѓу горната и долната граница на лакот директно преку дијаграмот на сили, при што преку оваа постапка се воспоставуваат геометриски

операции за конструирање и манипулација на дводимензионалниот дијаграм на сили при комбинирано дејство на вертикални и хоризонтални товари. На тој начин дијаграмот на форма може да се интерпретира како преклоп на две комплексни потисни линии кои ја гарантираат статичката рамнотежа на конструкцијата, додека бројот, положбата и комплексноста на врските може да бидат контролирани од страна на проектантот, овозможувајќи истовремено да бидат земени предвид и статичките и архитектонските критериуми при дефинирањето на формата.

Во Глава 3 е развиена постапка за дефинирање на форма на лушпи со примена на графичка статика, при што потисната мрежа е резултат на дискретизација на тродимензионален дијаграм на сили. Анализата е насочена кон испитување на формата на дијаграмот на сили и начинот на негова поделба, со цел да се утврди како геометријата на дијаграмот ја определува геометријата на потисната мрежа. Со дефинирањето на геометриски постапки за конструирање и поделба на тродимензионалниот дијаграм на сили се воспоставува основа за примена на принципите на тродимензионалната графичка статика при дефинирање и анализа на фуникуларни конструктивни системи под дејство на хоризонтални товари. За да се потврди валидноста на предложениот пристап, добиените форми се споредени со резултатите добиени со примена на методот на динамичка релаксација. Врз основа на спроведените теоретски и геометриски анализи можат да се издвојат следните заклучоци:

- Формата на лушпите може да се дефинира преку тродимензионален дијаграм на сили, при што се воспоставува директна геометриска врска помеѓу полиедарот на сили и потисната мрежа. Хоризонталното дејство се воведува преку ротација на полигонот на резултатата, што доведува до прераспределба на силите во мрежата без промена на нејзината тополошка структура.
- Поделбата на резултатниот полигон претставува клучен чекор во генерирањето на тродимензионалниот дијаграм на сили за потисни мрежи. Во рамките на истражувањето е воспоставена класификација на методите за негова поделба, со што се дефинира методолошка рамка за систематска примена на различни стратегии при конструирање на дијаграмот на сили.
- Споредбата на геометријата на потисните мрежи добиени со тродимензионална графичка статика и со методот на динамичка релаксација покажува дека двата метода доведуваат до геометриски блиски фуникуларни форми, при што вкупните просторни отстапувања се мали и доминантно произлегуваат од разлики во вертикалното закривување на мрежите.
- Анализата на преносот на аксијалните сили покажува суштинска методолошка разлика помеѓу двата метода: кај динамичката релаксација силите се определуваат индиректно и покажуваат изразена концентрација во ограничен број рабови, додека кај графичката статика тие се директно определени преку дијаграмот на сили и се распределени порамномерно низ потисната мрежа.

Предложениот пристап го проширува опсегот на примената на тродимензионалната графичка статика при дефинирање на форма на потисни мрежи при комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување. Преку воспоставување на директна геометриска реципрочност помеѓу дијаграмот на сили и потисната мрежа, формата на лушпата се дефинира како резултат на геометријата на полиедарот на сили, што овозможува

јасна интерпретација на преносот на силите на притисок во рамките на мрежата. Воспоставената класификација на методите за поделба на резултантниот полигон создава методолошка рамка за систематска примена на различни стратегии при конструирање на тродимензионални дијаграми на сили за лушпи, со што се дефинираат геометриски постапки за конструирање и манипулација на тродимензионалниот дијаграм на сили при комбинирано дејство на вертикални и хоризонтални товари. Истовремено, споредбата со методот на динамичка релаксација потврдува дека предложениот пристап доведува до геометриски блиски фуникуларни форми, што ја потврдува неговата валидност и ја нагласува аналитичката вредност на графичката статика како алатка за истражување и интерпретација на преносот на силите во потисни мрежи.

Со примена на предложените геометриски постапки за манипулација на дводимензионалните и тродимензионалните дијаграми на сили во рамките на истражувањето се дефинирани нови фуникуларни форми на лац и лушпи за различни комбинации на вертикални и хоризонтални товари. Во Глава 4 е спроведена нумеричка анализа на овие системи, со цел да се испита нивното механичко однесување и степенот на усогласеност со фуникуларниот принцип. Анализата е извршена со примена на методот на конечни елементи, при што геометриите добиени со графичка статика беа моделирани со линиски конечни елементи и беше анализиран нивниот одговор под дејство на предвидените товари. Во рамките на анализата се испитани распределбата на внатрешните статички големини и отстапувањата од чисто аксијален пренос на силите во елементите на системот. Врз основа на спроведените нумерички анализи можат да се издвојат следните заклучоци:

- Лациите дефинирани со графичка статика задржуваат доминантно аксијално однесување и при комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување, додека нападните моменти се јавуваат како локален ефект поврзан со нумеричката дискретизација и не претставуваат примарен механизам на пренос на сили.
- Нумеричката анализа на лушпите покажува дека и кај просторните потисни мрежи преносот на сили останува доминантно аксијален, додека високите вредности на односот помеѓу нападниот момент и аксијалната сила најчесто се јавуваат кај сегменти со многу мали аксијални сили и претставуваат последица на тополошката структура на мрежата, а не нарушување на нејзиниот фуникуларен карактер.
- Зголемувањето на интензитетот на хоризонталниот товар не го менува основниот механизам на пренос на сили во лациите, туку се одразува преку промени во екстремниот опсег на распределбата на внатрешните статички големини, додека карактеристичниот дел од распределбата останува во границите на доминантно аксијално однесување.

Нумеричката проверка на формите добиени со примена на графичка статика овозможува нивно оценување во рамките на класичната инженерска анализа и претставува независна проверка на нивното механичко однесување. Геометриите дефинирани преку графичка статика се анализираат како модели составени од линиски конечни елементи под дејство на предвидените товари, при што се испитуваат распределбата на внатрешните статички големини и карактерот на преносот на силите во системот. Ваквата анализа овозможува предложените постапки за дефинирање на форма да се оценат од аспект на нивната механичка конзистентност и нивната усогласеност со принципите на фуникуларниот пренос на сили.

Резултатите од истражувањето покажуваат дека принципите на графичката статика можат доследно да се применат при дефинирање на фуникуларни носечки форми под истовремено дејство на вертикални и хоризонтални товари, со што нивната примена се проширува надвор од традиционално разгледуваниот случај на чисто вертикално натоварување. Во дисертацијата овој пристап е разработен и применет кај два различни типа конструктивни системи: кај лаците формата се дефинира преку анализа на потисната линија, додека кај лушпите истиот принцип се проширува на просторни потисни мрежи. На тој начин се воспоставува заедничка методолошка рамка во која рамнинските и просторните системи се третираат преку истата логика на графичката статика, односно преку анализа и трансформација на дијаграмот на сили.

Во оваа рамка дијаграмот на сили не се користи само како средство за проверка на рамнотежата, туку и како средство преку кое може да се контролира геометријата на носечкиот систем. Истражувањето покажува дека со контролирање на структурата на дијаграмот на сили, со начинот на поделба на резултантниот полигон и со воспоставувањето на врски меѓу неговите делови може систематски да се генерираат различни фуникуларни форми. Притоа процесот на дискретизација има суштинска улога, бидејќи начинот на сегментирање директно се одразува врз геометријата на добиената конструкција и врз распределбата на внатрешните сили. Воведувањето на хоризонталното дејство во процесот на дефинирање на форма претставува значајно проширување на класичната примена на графичката статика, бидејќи овозможува разгледување на товарни состојби кои се поблиски до реалните услови на натоварување на конструкциите. На тој начин методот се приближува кон примена во практични конструктивни ситуации, надминувајќи ја ограниченоста на традиционалните пристапи кои најчесто се разгледуваат во услови на исклучиво вертикално натоварување.

Механичката проверка на добиените форми, спроведена преку нумеричка анализа, покажува дека и кај лаците и кај лушпите преносот на товарот останува доминантно аксијален, што претставува основна карактеристика на фуникуларното однесување. Овој резултат ја потврдува теоретската поставка на графичката статика, дека формите добиени преку предложената методологија ја задржуваат нивната фуникуларна структурна логика и во услови на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување.

Придонесот на дисертацијата се состои во развој на методолошка рамка за дефинирање на фуникуларни форми на лаци и луспи при дејство на комбинирано вертикално и хоризонтално натоварување со примена на графичка статика. Преку проширување на класичната конструкција на потисната линија и воведување постапки за манипулација и поделба на дијаграмот на сили овозможено е дефинирање на сложени форми на лаци со контролирани врски помеѓу горната и долната граница на формата, како и развој на метод за генерирање на тродимензионални потисни мрежи преку употреба на тродимензионален план на сили. Со воведување на хоризонталното дејство преку ротација на полигонот на резултантата се воспоставува јасна геометриска интерпретација на влијанието на хоризонталниот товар врз формата и распределбата на силите во системи напрегнати на притисок. На овој начин графичката статика се потврдува како метод кој овозможува експлицитна врска помеѓу геометријата на конструкцијата, условите на рамнотежа и патеките на пренос на аксијалните сили, со што се создава основа за понатамошна примена на методот во анализа и проектирање на просторни конструкции.

5.2 Препораки за идни истражувања

Во рамките на оваа дисертација се разработени методи за дефинирање на форма на лац и луспи при дејство на сопствена тежина и хоризонтален товар, при што е анализирано нивното механичко однесување и е извршена нумеричка проверка на добиените носечки форми. Добиените резултати истовремено укажуваат и на повеќе насоки за понатамошни истражувања, кои се однесуваат на понатамошно унапредување на предложените методи, нивна експериментална проверка и проширување на можностите за нивна примена во процесот на проектирање и изведба.

Една од најзначајните насоки за понатамошни истражувања претставува разработката на алгоритамски постапки за систематска и автоматизирана примена на предложените методи за дефинирање на форма. Во рамките на оваа дисертација, процесот на дефинирање на форма е реализиран преку комбинација од параметарско моделирање и интерактивна манипулација на дијаграмите на сила и форма, меѓутоа дел од постапките сè уште зависат од интерпретацијата и интервенцијата на проектантот. Понатамошните истражувања би можеле да се насочат кон формализирање на овие постапки во облик на алгоритми кои систематски ги опишуваат чекорите на дефинирање на формата, вклучувајќи ја конструкцијата, трансформацијата и поделбата на дијаграмите. Развојот на вакви алгоритми би овозможил автоматизирано генерирање и споредување на различни варијанти на носиви конструкции во зависност од зададените параметри на геометријата и товарниот случај. Дополнително, параметарската имплементација на методот во дигитални средини за моделирање би овозможила поефикасно истражување на проектантски решенија, како и подобра интеграција на методите на графичката статика во современите дигитални процеси на архитектонско и конструктивно проектирање.

Во предложената методологија, потисните мрежи се дефинираат преку геометриската реципрочност помеѓу дијаграмот на сили и геометријата на носечката форма, при што истиот дијаграм на сили може да одговара на повеќе различни геометриски решенија кои ги задоволуваат условите на статичка рамнотежа. Постојат степени на слобода во дефинирањето на геометријата на мрежата, при што параметри како должините на рабовите и позициите на јазлите можат да се користат за насочување на формата без да се наруши зависноста со дијаграмот на сили. Понатамошните истражувања можат да се насочат кон разработка на алгоритамски постапки со кои ваквите геометриски параметри ќе се поврзат со условите на статичка рамнотежа, со што би се овозможила контролирана модификација на геометријата на потисните мрежи во рамките на методите засновани на принципите на графичката статика.

Во предложените методи за дефинирање на форма, геометријата на лаците и луспите се определува врз основа на условите на статичка рамнотежа и контролата на потисокот преку потисни линии и потисни мрежи. Процесот на дефинирање на формата е насочен кон воспоставување на рамнотежна конфигурација кај која преносот на товарот се остварува претежно преку аксијални сили на притисок, додека други услови кои произлегуваат од конструктивни, технолошки или проектантски барања не се вклучени во самиот алгоритам на дефинирање на формата. Понатамошните истражувања можат да се насочат кон развој на алгоритамски постапки со кои, покрај условите на статичка рамнотежа, во процесот на дефинирање на форма ќе се вклучат и дополнителни геометриски, конструктивни и проектантски ограничувања. Интеграцијата на вакви критериуми во рамките на алгоритамскиот процес на дефинирање на форма претставува можен правец за понатамошен развој на методите засновани на принципите на графичката статика.

Покрај понатамошниот развој на самиот метод, идните истражувања би требало да опфатат и подетална експериментална и динамичка валидација на предложените носечки системи. Во рамките на ова истражување, механичкото однесување на предложените носечки форми е анализирано првенствено преку нумерички модели, при што е разгледана распределбата на внатрешните статички големини. Понатамошните истражувања би можеле да се насочат кон експериментална валидација на овие резултати преку тестирање на физички модели во намален размер, кои би овозможиле анализа на појавата на локални нестабилности и механизмите на оштетување, како и проверка на претпоставките применети во нумеричките анализи. Надополнувањето на нумеричкото моделирање со експериментални тестирања би придонело кон посеопфатна оценка на структурното однесување на предложените системи и формулирање на појасни проектантски препораки за нивна примена.

Конечно, значајна насока за понатамошни истражувања се однесува на разработка на конструктивни стратегии за реализација на конструкции со комплексна геометрија. Формите добиени со предложената методологија често се карактеризираат со неправилни површини и варијабилна геометрија на елементите, што отвора прашања поврзани со нивната практична изведба. Во тој контекст, особено значајна насока претставува примената на дигитални техники на фабрикација, како што е адитивното производство, кое овозможува изработка на конструктивни елементи со нестандартна геометрија без потреба од сложени системи на оплата. Кај лаците со променлива димензија тоа би можело да значи развој на сегментирани елементи што се печатат поединечно и се составуваат, додека кај лушпите понатамошните истражувања би можеле да се насочат кон разработка на стратегии за поделба на површината на елементи погодни за префабрикација, транспорт и монтажа. Дополнително, автоматизираните системи за изведба отвораат можности за прецизно позиционирање и поставување на конструктивни елементи, со што би се олеснила реализацијата на носечки форми со комплексна геометрија и би се намалила потребата од сложени привремени конструкции.

Разгледувањата и резултатите презентирани во оваа докторска дисертација поставуваат методолошка основа и насока за понатамошни истражувања во областа на дефинирањето на форма на носиви конструкции засновани на принципите на графичката статика. Разработената методологија отвора можности за понатамошен развој преку нејзино алгоритамско формализирање и параметарска имплементација, преку проширување на условите што се земаат предвид во процесот на дефинирање на форма, како и преку подетална експериментална и динамичка проверка на структурното однесување на добиените системи. Истовремено, прашањата поврзани со конструктивната рационализација и можностите за изведба на сложени геометрии отвораат простор за понатамошно поврзување на предложените методи со современите технологии на дигитално проектирање и фабрикација.

Библиографија

- [1] M. Carpo, *The Digital Turn in Architecture 1992-2012* (AD Reader). Chichester (GB): J.Wiley, 2013, ISBN: 978-1-119-95175-9 978-1-119-95174-2.
- [2] F. Scheurer, “Materialising Complexity”, *Architectural Design*, vol. 80, no. 4, pp. 86–93, Jul. 2010, ISSN: 0003-8504, 1554-2769. DOI: [10.1002/ad.1111](https://doi.org/10.1002/ad.1111).
- [3] R. Hooke, *A Description of Helioscopes, and Some Other Instruments*. London: printed by T.R. for John Martyn, 1676. DOI: [10.3931/e-rara-2171](https://doi.org/10.3931/e-rara-2171).
- [4] K.-E. Kurrer, *The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics*. Berlin: Ernst & Sohn, 2008, 848 pp., ISBN: 978-3-433-01838-5.
- [5] E. Scholz, *Symmetrie, Gruppe, Dualität*. Basel: Birkhäuser Basel, 1989, ISBN: 978-3-0348-9971-0 978-3-0348-9267-4. DOI: [10.1007/978-3-0348-9267-4](https://doi.org/10.1007/978-3-0348-9267-4).
- [6] S. Stevin, *De beghinselen der weeghconst*. Raphelengius, Franciscus, 1586, 139 pp.
- [7] P. Varignon, *Nouvelle Mecanique Ou Statique* (Nouvelle Mecanique Ou Statique: Dont Le Projet Fut Donné En M. DC. LXXXVII). chez Claude Jombert, 1725.
- [8] J. V. Poncelet, *Traité des propriétés projectives des figures : ouvrage utile à ceux qui s'occupent des applications de la géométrie descriptive et d'opérations géométriques sur le terrain*. Bachelier, Libraire, 1822. DOI: [10.3931/E-RARA-55268](https://doi.org/10.3931/E-RARA-55268).
- [9] G. Lamé and E. Clapeyron, “Mémoire sur la construction des polygones funiculaires”, *Journal du génie civil*, vol. I, pp. 496–504. 1828.
- [10] W. J. M. Rankine, *A Manual of Applied Mechanics*. London: Griffin, 1858.
- [11] K. Culmann, *Die Graphische Statik*. Meyer und Zeller, 1864.
- [12] J. C. Maxwell, “XLV. On reciprocal figures and diagrams of forces”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 27, no. 182, pp. 250–261, Apr. 1864, ISSN: 1941-5982, 1941-5990. DOI: [10.1080/14786446408643663](https://doi.org/10.1080/14786446408643663).
- [13] J. C. Maxwell, “On Reciprocal Figures, Frames, and Diagrams of Forces”, *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, vol. 26, no. 1, pp. 1–40, 1870, ISSN: 0080-4568, 2053-5945. DOI: [10.1017/S0080456800026351](https://doi.org/10.1017/S0080456800026351).
- [14] L. Cremona, *Graphical Statics: Two Treatises on the Graphical Calculus and Reciprocal Figures in Graphical ... - Scholar's Choice Edition*. Oxford: Clarendon Press., 1890, ISBN: 978-1-298-08351-7.
- [15] L. Cremona, *Le Figure Reciproche Nella Statica Grafica Del Prof. L. Cremona*. Tipografia di Giuseppe Bernardoni, 1872.
- [16] R. H. Bow, *Economics of Construction in Relation to Framed Structures*, 1st ed. Cambridge University Press, 1873, ISBN: 978-1-108-07193-2 978-1-107-29700-5. DOI: [10.1017/CB09781107297005](https://doi.org/10.1017/CB09781107297005).

- [17] W. S. Wolfe, *Graphical Analysis: A Text Book on Graphic Statics*. New York: McGraw-Hill Book Co. Inc., 1921.
- [18] “Active Statics”, Accessed: May 7, 2024. [Online]. Available: <https://acg.media.mit.edu/people/simong/statics/Start.html>.
- [19] P. Block, “Equilibrium systems Studies in Masonry Structure”, M.S. thesis, Massachusetts Institute of Technology., Jun. 2005.
- [20] Block Research Group. “eEQUILIBRIUM”, Accessed: May 7, 2024. [Online]. Available: <https://block.arch.ethz.ch/eq/>.
- [21] M. Rippmann, L. Lachauer, and P. Block, “Interactive Vault Design”, *International Journal of Space Structures*, vol. 27, no. 4, pp. 219–230, Dec. 2012, ISSN: 0956-0599, 2059-8033. DOI: [10.1260/0266-3511.27.4.219](https://doi.org/10.1260/0266-3511.27.4.219).
- [22] R. McNeel, *Rhinoceros 3D, Version 7.0*, 2010.
- [23] J.-P. Jasienski, C. Fivet, and D. Zastavni, *Various Perspectives on the Extension of Graphic Statics to the Third Dimension*. Sep. 1, 2014.
- [24] A. Föppl, *Das Fachwerk Im Raum*. DOGMA. in Europäischer Hochschulverlag GmbH KG, 1982, ISBN: 978-3-95454-462-2.
- [25] H. Crapo, “Structural rigidity”, 1979.
- [26] A. McRobie, “Maxwell and Rankine reciprocal diagrams via Minkowski sums for two-dimensional and three-dimensional trusses under load”, *International Journal of Space Structures*, vol. 31, no. 2–4, pp. 203–216, Jun. 2016, ISSN: 0956-0599, 2059-8033. DOI: [10.1177/0266351116660800](https://doi.org/10.1177/0266351116660800).
- [27] P. D’Acunto, J.-P. Jasienski, P. O. Ohlbrock, C. Fivet, J. Schwartz, and D. Zastavni, “Vector-based 3D graphic statics: A framework for the design of spatial structures based on the relation between form and forces”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 167, pp. 58–70, Aug. 2019, ISSN: 00207683. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2019.02.008](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.02.008).
- [28] W. J. M. Rankine, “XVII. Principle of the equilibrium of polyhedral frames”, *Philosophical Magazine Series 1*, vol. 27, pp. 92–92, 1864.
- [29] M. Akbarzadeh, T. Mele, and P. Block, *3D Graphic Statics: Geometric Construction of Global Equilibrium*. Aug. 20, 2015.
- [30] M. Akbarzadeh, “3D Graphical Statics Using Reciprocal Polyhedral Diagrams”, ETH Zurich, 2016, 200 p. DOI: [10.3929/ETHZ-A-010867338](https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-010867338).
- [31] R. McNeel *et al.*, “Grasshopper generative modeling for Rhino”, *Computer software (2011b)*, <http://www.grasshopper3d.com>, 2010.
- [32] A. Nejur and M. Akbarzadeh, “PolyFrame, Efficient Computation for 3D Graphic Statics”, *Computer-Aided Design*, vol. 134, p. 103 003, May 2021, ISSN: 00104485. DOI: [10.1016/j.cad.2021.103003](https://doi.org/10.1016/j.cad.2021.103003).
- [33] J. Milošević and O. Graovac, “An Approach to Designing Architectural Structures Using 3D Graphic Statics”, in *Advances in Architectural Geometry 2023*, K. Dörfler, J. Knippers, A. Menges, S. Parascho, H. Pottmann, and T. Wortmann, Eds., De Gruyter, Sep. 18, 2023, pp. 427–440, ISBN: 978-3-11-116268-3. DOI: [10.1515/9783111162683-032](https://doi.org/10.1515/9783111162683-032).
- [34] J. Lee, “Computational Design Framework for 3D Graphic Statics”, ETH Zurich, 2018, 235 p. DOI: [10.3929/ETHZ-B-000331210](https://doi.org/10.3929/ETHZ-B-000331210).

- [35] M. Akbarzadeh, T. Van Mele, and P. Block, “On the equilibrium of funicular polyhedral frames and convex polyhedral force diagrams”, *Computer-Aided Design*, vol. 63, pp. 118–128, Jun. 2015, ISSN: 00104485. DOI: [10.1016/j.cad.2015.01.006](https://doi.org/10.1016/j.cad.2015.01.006).
- [36] M. Akbarzadeh, T. V. Mele, and P. Block, “Compression-only Form finding through Finite Subdivision of the Force Polygon”, 2014.
- [37] A. Ghomi, M. Bolhassani, A. Nejur, and M. Akbarzadeh, “The Effect of Subdivision of Force Diagrams on the Local Buckling, Load-Path and Material Use of Founded Forms”, Jun. 2018.
- [38] M. Bolhassani, M. Akbarzadeh, M. Mahnia, and R. Taherian, “On Structural Behavior of a Funicular Concrete Polyhedral Frame Designed by 3D Graphic Statics”, *Structures*, vol. 14, pp. 56–68, Jun. 2018, ISSN: 23520124. DOI: [10.1016/j.istruc.2018.02.002](https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.02.002).
- [39] M. Bolhassani *et al.*, “Structural Behavior of a Cast-in-Place Funicular Polyhedral Concrete : Applied 3 D Graphic Statics”, 2018.
- [40] A. McRobie, “The geometry of structural equilibrium”, *Royal Society Open Science*, vol. 4, no. 3, p. 160 759, Mar. 2017, ISSN: 2054-5703. DOI: [10.1098/rsos.160759](https://doi.org/10.1098/rsos.160759).
- [41] M. Konstantatou, P. D’Acunto, and A. McRobie, “Polarities in structural analysis and design: N-dimensional graphic statics and structural transformations”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 152–153, pp. 272–293, Nov. 2018, ISSN: 00207683. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2018.07.003](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.07.003).
- [42] S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal, and C. Williams, Eds., *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. London ; New York: Routledge/ Taylor & Francis Group, 2014, 323 pp., ISBN: 978-0-415-84059-0 978-0-415-84060-6.
- [43] G. Poleni, *Memorie storiche della gran cupola del tempio vaticano, e de’danni di essa, e de’ristoramenti loro, divise in libri cinque ...* Stamperia del Seminario, 1748. DOI: [10.3931/E-RARA-13403](https://doi.org/10.3931/E-RARA-13403).
- [44] G. R. Collins, “Antonio gaudi: Structure and form”, *Perspecta-the Yale Architectural Journal*, vol. 8, p. 63, 1963.
- [45] J. Chilton, “Heinz Isler’s Infinite Spectrum: Form-Finding in Design”, *Architectural Design*, vol. 80, no. 4, pp. 64–71, Jul. 2010, ISSN: 0003-8504, 1554-2769. DOI: [10.1002/ad.1108](https://doi.org/10.1002/ad.1108).
- [46] W. Nerdinger, R. Barthel, Technische Universität München, and Pinakothek der Moderne, Eds., *Frei Otto - das Gesamtwerk: leicht bauen, natürlich gestalten*. Basel Berlin: Birkhäuser, 2005, 391 pp., ISBN: 978-3-7643-7233-0 978-3-7643-7298-9.
- [47] L. Glaeser, *The Work of Frei Otto*. New York: Museum of Modern Art; distributed by New York Graphic Society, Greenwich, Conn, 1972, 128 pp., ISBN: 978-0-87070-332-4 978-0-87070-333-1.
- [48] K. Linkwitz and H. J. Schek, “Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen”, *Ingenieur-archiv*, vol. 40, no. 3, pp. 145–158, 1971, ISSN: 0020-1154, 1432-0681. DOI: [10.1007/BF00532146](https://doi.org/10.1007/BF00532146).
- [49] J. M. Durán, Ed., *Computer Simulations and the Changing Face of Scientific Experimentation*. Newcastle upon Tyne: Cambridge Scholars Publ, 2013, 246 pp., ISBN: 978-1-4438-4792-6.
- [50] A. Kilian, “Design exploration through bidirectional modeling of constraints”, Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [51] B. Lawson, *How Designers Think: The Design Process Demystified*, Reprint. Amsterdam Heidelberg: Elsevier Architectural Press, 2010, 321 pp., ISBN: 978-0-7506-6077-8.

- [52] W. Sobek, *Auf pneumatisch gestützten Schalungen hergestellte Betonschalen* (Aus den Arbeiten des Instituts für Massivbau), 1. Aufl. Stuttgart: Sobek, 1987, 128 pp., ISBN: 978-3-9801085-1-5.
- [53] M. Rippmann, “Funicular Shell Design: Geometric approaches to form finding and fabrication of discrete funicular structures”, ETH Zurich, 2016, 374 p. DOI: [10.3929/ETHZ-A-010656780](https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-010656780).
- [54] T. Michiels, “Form finding of arches and shell structures subjected to seismic loading”, Ph.D. dissertation, Princeton, New Haven, May 14, 2018.
- [55] K.-U. Bletzinger, R. Wüchner, F. Daoud, and N. Camprubí, “Computational methods for form finding and optimization of shells and membranes”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, no. 30–33, pp. 3438–3452, Aug. 2005, ISSN: 00457825. DOI: [10.1016/j.cma.2004.12.026](https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.12.026).
- [56] K. -. Bletzinger and E. Ramm, “Form finding of shells by structural optimization”, *Engineering with Computers*, vol. 9, no. 1, pp. 27–35, Mar. 1993, ISSN: 0177-0667, 1435-5663. DOI: [10.1007/BF01198251](https://doi.org/10.1007/BF01198251).
- [57] M. R. Barnes, “Form finding and analysis of tension space structures by dynamic relaxation”, Oct. 1977.
- [58] C. Runge, “Ueber die numerische Auflöung von Differentialgleichungen”, *Mathematische Annalen*, vol. 46, no. 2, pp. 167–178, Jun. 1895, ISSN: 0025-5831, 1432-1807. DOI: [10.1007/BF01446807](https://doi.org/10.1007/BF01446807).
- [59] W. Kutta, “Beitrag zur näherungsweise Integration totaler Differentialgleichungen”, *Zeit. Math. Phys.*, vol. 46, pp. 435–53, 1901.
- [60] A. Kilian and J. Ochsendorf, “Particle-spring systems for structural form finding”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. 46, pp. 77–84, Aug. 2005.
- [61] H.-J. Schek, “The force density method for form finding and computation of general networks”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 115–134, Jan. 1974, ISSN: 00457825. DOI: [10.1016/0045-7825\(74\)90045-0](https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90045-0).
- [62] J. Zhang and M. Ohsaki, “Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, no. 18–19, pp. 5658–5673, Sep. 2006, ISSN: 00207683. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2005.10.011](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.10.011).
- [63] M. Miki, T. Mitchell, and W. Baker, “A note on tension-compression mixed membrane shell form- finding”, Aug. 2021.
- [64] H. Tamai, “Incorporating optimization process in form finding by the force density method for multidisciplinary design objectives”, *LABSE Symposium Report*, Jan. 2012.
- [65] T. Tachi, “Interactive Freeform Design of Tensegrity”, in *Advances in Architectural Geometry 2012*, L. Hesselgren, S. Sharma, J. Wallner, N. Baldassini, P. Bompas, and J. Raynaud, Eds., Vienna: Springer Vienna, 2013, pp. 259–268, ISBN: 978-3-7091-1250-2 978-3-7091-1251-9. DOI: [10.1007/978-3-7091-1251-9_21](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1251-9_21).
- [66] L. S. Lachauer, “Interactive Equilibrium Modelling: A new approach to the computer-aided exploration of structures in architecture”, ETH Zurich, 2015, 1 Band. DOI: [10.3929/ETHZ-A-010453626](https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-010453626).
- [67] P. Block, “Thrust Network Analysis : Exploring three-dimensional equilibrium”, Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2009.

- [68] A. Witt, “A Machine Epistemology in Architecture, Encapsulated Knowledge and the Instrumentation of Design”, *Candide Journal for Architectural Knowledge*, vol. 3, no. 12, pp. 37–88, 2010.
- [69] R. Glanville, “Black boxes”, *Cybernetics and Human Knowing*, vol. 16, no. 1–2, pp. 153–167, 2009.
- [70] R. Glanville, “Inside every white box there are two black boxes trying to get out”, *Behavioral Science*, vol. 27, no. 1, pp. 1–11, Jan. 1982, ISSN: 00057940, 10991743. DOI: [10.1002/bs.3830270102](https://doi.org/10.1002/bs.3830270102).
- [71] J. Heyman, “Hooke’s cubico-parabolical conoid”, *Notes and Records of the Royal Society of London*, vol. 52, no. 1, pp. 39–50, 1998, ISSN: 00359149. JSTOR: [532075](https://www.jstor.org/stable/532075).
- [72] D. Gregory, “Catenaria”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 19, no. 231, pp. 637–652, Aug. 1697, ISSN: 0261-0523, 2053-9223. DOI: [10.1098/rstl.1695.0114](https://doi.org/10.1098/rstl.1695.0114).
- [73] P. R.-d. Grave, “Le de curvatura fornicis de Jacob Bernoulli ou l’introduction des infiniment petits dans le calcul des voûtes”, in *Entre Mécanique et Architecture / Between Mechanics and Architecture*, P. R.-d. Grave and E. Benvenuto, Eds., Basel: Birkhäuser Basel, 1995, pp. 141–164, ISBN: 978-3-0348-9894-2 978-3-0348-9072-4. DOI: [10.1007/978-3-0348-9072-4_9](https://doi.org/10.1007/978-3-0348-9072-4_9).
- [74] W. Emerson, *The Principles of Mechanics*. W. Innys and J. Richardson, 1754.
- [75] C. Hutton, *The Principles of Bridges: Containing the Mathematical Demonstrations of the Properties of the Arches, the Thickness of the Piers, the Force of the Water against Them, Etc.* 1st ed. Cambridge University Press, 1772, ISBN: 978-1-108-07049-2 978-1-107-28063-2. DOI: [10.1017/CB09781107280632](https://doi.org/10.1017/CB09781107280632).
- [76] C. Hutton, *Tracts on Mathematical and Philosophical Subjects; Comprising among Numerous Important Articles, the Theory of Bridges, with Several Plans of Recent Improvement; Also the Results of Numerous Experiments on the Force of Gunpowder, with Applications to the Modern Practice of Artillery ...* London: F. C. and J. Rivington, 1812, 3 v. Pp.
- [77] H. Moseley, “On a new principle in statics, called the Principle of least Pressure”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 3, no. 16, pp. 285–288, Oct. 1833, ISSN: 1941-5966, 1941-5974. DOI: [10.1080/14786443308648178](https://doi.org/10.1080/14786443308648178).
- [78] M. Milankovitch, *Theorie Der Druckkurven*. Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1907, vol. 55, 120–128.
- [79] J. A. Ochsendorf, “Collapse of masonry structures”, Ph.D. dissertation, Apollo - University of Cambridge Repository, 2002. DOI: [10.17863/CAM.14048](https://doi.org/10.17863/CAM.14048).
- [80] H. M. Irvine, *Cable Structures*. Cambridge, MA: MIT Press, 1981, ISBN: 9780262090274.
- [81] F. Otto and B. Rasch, *Finding Form: Towards an Architecture of the Minimal*, W. Bayern and M. V. Stuck, Eds. Stuttgart: Axel Menges, 1995, 239 pp., ISBN: 978-3-930698-66-0.
- [82] F. Otto and B. Rasch, *Finding Form: Towards an Architecture of the Minimal*. Stuttgart, Germany: Edition Axel Menges, 1995, ISBN: 978-3-930698-10-3.
- [83] J. Heyman, “The stone skeleton”, *International Journal of solids and structures*, vol. 2, no. 2, pp. 249–279, 1966.
- [84] S. Huerta, “The use of simple models in the teaching of the essentials of masonry arch behaviour”, in Jan. 1, 2005, pp. 747–761, ISBN: 888990003 2.

- [85] M. J. DeJong, “Seismic assessment strategies for masonry structures”, Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [86] F. Marmo and L. Rosati, “Reformulation and extension of the thrust network analysis”, *Computers & Structures*, vol. 182, pp. 104–118, Apr. 1, 2017. DOI: [10.1016/j.compstruc.2016.11.016](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.11.016).
- [87] E. Ricci, A. Fraddosio, M. D. Piccioni, and E. Sacco, “A new numerical approach for determining optimal thrust curves of masonry arches”, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 75, pp. 426–442, May 2019, ISSN: 09977538. DOI: [10.1016/j.euromechsol.2019.02.003](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2019.02.003).
- [88] T. Kimura, M. Ohsaki, S. Fujita, T. Michiels, and S. Adriaenssens, “Shape optimization of no-tension arches subjected to in-plane loading”, *Structures*, vol. 28, pp. 158–169, Dec. 1, 2020, ISSN: 2352-0124. DOI: [10.1016/j.istruc.2020.08.053](https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.08.053).
- [89] G. Kampas, N. Kalapodis, T. McLean, and C. Málaga-Chuquitaype, “Limit-state analysis of parabolic arches subjected to inertial loading in different gravitational fields using a variational formulation”, *Engineering Structures*, vol. 228, p. 111 501, Feb. 2021, ISSN: 01410296. DOI: [10.1016/j.engstruct.2020.111501](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111501).
- [90] D. O’Dwyer, “Funicular analysis of masonry vaults”, *Computers & Structures*, vol. 73, no. 1–5, pp. 187–197, Oct. 1999, ISSN: 00457949. DOI: [10.1016/S0045-7949\(98\)00279-X](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(98)00279-X).
- [91] T. Michiels and S. Adriaenssens, “Form-finding algorithm for masonry arches subjected to in-plane earthquake loading”, *Computers & Structures*, vol. 195, pp. 85–98, Jan. 2018, ISSN: 00457949. DOI: [10.1016/j.compstruc.2017.10.001](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.10.001).
- [92] C. J. K. Williams, “Defining and designing curved flexible tensile surface structures”, in *The Mathematics of Surfaces : The Proceedings of a Conference Organized by the Institute of Mathematics and Its Applications and Held at the University of Manchester, 17-19 September 1984*, J. A. Gregory, Ed., ser. Institute of Mathematics and Its Applications Conference Series; New Ser., 6, Oxford, New York: Clarendon Press ; Oxford University Press, 1986, ISBN: 0-19-853609-7 978-0-19-853609-3.
- [93] T. Van Mele, L. Lachauer, M. Rippmann, and P. Block, “Geometry-based understanding of structures”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. 53, no. 4, pp. 285–295, Dec. 2012, ISSN: 1028-365X. DOI: [10.20898/j.iass.2012.201.14](https://doi.org/10.20898/j.iass.2012.201.14).
- [94] P. F. Ash, W. Whiteley, E. D. Bolker, and H. Crapo, “Convex polyhedra, dirichlet tessellations, and spider webs”, 2013.
- [95] M. Akbarzadeh, T. Mele, and P. Block, *Three-Dimensional Compression Form Finding through Subdivision*. Aug. 20, 2015.
- [96] N. Kalapodis, G. Kampas, T. McLean, and C. Malaga-Chuquitaype, “Comparison of the efficiency of minimum-thickness circular and parabolic arches for various gravity conditions”, presented at the 8th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Athens, Greece, 2021, pp. 4302–4316. DOI: [10.7712/120121.8787.19608](https://doi.org/10.7712/120121.8787.19608).
- [97] C. Málaga-Chuquitaype, T. McLean, N. Kalapodis, C. Kolonas, and G. Kampas, “Optimal arch forms under in-plane seismic loading in different gravitational environments”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 51, no. 6, pp. 1522–1539, 2022, ISSN: 1096-9845. DOI: [10.1002/eqe.3626](https://doi.org/10.1002/eqe.3626).

- [98] P. Block, T. Ciblac, and J. Ochsendorf, “Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings”, *Computers & Structures*, vol. 84, no. 29–30, pp. 1841–1852, Nov. 2006, ISSN: 00457949. DOI: [10.1016/j.compstruc.2006.08.002](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.08.002).
- [99] M. Akbari, A. Mirabolghasemi, H. Akbarzadeh, and M. Akbarzadeh, “Geometry-based structural form-finding to design architected cellular solids”, in *Symposium on Computational Fabrication*, Virtual Event USA: ACM, Nov. 5, 2020, pp. 1–11, ISBN: 978-1-4503-8170-3. DOI: [10.1145/3424630.3425419](https://doi.org/10.1145/3424630.3425419).
- [100] H. Zheng, V. Moosavi, and M. Akbarzadeh, “Machine learning assisted evaluations in structural design and construction”, *Automation in Construction*, vol. 119, p. 103346, Nov. 2020, ISSN: 09265805. DOI: [10.1016/j.autcon.2020.103346](https://doi.org/10.1016/j.autcon.2020.103346).
- [101] B. Delaunay, “Sur la sphère vide.”, *Bulletin de l’Académie des Sciences de l’URSS. VII. Série*, vol. 1934, no. 6, pp. 793–800, 1934.
- [102] G. Voronoi, “Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Premier mémoire. Sur quelques propriétés des formes quadratiques positives parfaites.”, *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, vol. 1908, no. 133, pp. 97–102, 1908. DOI: [doi:10.1515/crll.1908.133.97](https://doi.org/10.1515/crll.1908.133.97).
- [103] T. Michiels, S. Adriaenssens, and J. Jorquera-Lucerga, “Parametric Study of Masonry Shells Form-Found for Seismic Loading”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. 58, no. 4, pp. 267–275, Dec. 31, 2017, ISSN: 1028365X, 19969015. DOI: [10.20898/j.iass.2017.194.892](https://doi.org/10.20898/j.iass.2017.194.892).
- [104] G. Tomasello, S. Gabriele, and S. Adriaenssens, “R-Funicularity of shell structures under dynamic load: The influence of the shape”, 2018. DOI: [10.13140/RG.2.2.21189.76002](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.21189.76002).
- [105] C. Olivieri, S. Cocking, F. Fabbrocino, A. Iannuzzo, L. Placidi, and S. Adriaenssens, “Seismic capacity of purely compressed shells based on Airy stress function”, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 37, no. 2, p. 21, Mar. 2025, ISSN: 0935-1175, 1432-0959. DOI: [10.1007/s00161-024-01350-z](https://doi.org/10.1007/s00161-024-01350-z).
- [106] T. Michiels and S. Adriaenssens, “Identification of key design parameters for earthquake resistance of reinforced concrete shell structures”, *Engineering Structures*, vol. 153, pp. 411–420, Dec. 2017, ISSN: 01410296. DOI: [10.1016/j.engstruct.2017.10.043](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.10.043).
- [107] J. Heyman, *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: Clarendon Pr, 1977, 134 pp., ISBN: 978-0-19-856139-2.
- [108] I. J. Oppenheim, D. J. Gunaratnam, and R. H. Allen, “Limit state analysis of masonry domes”, *Journal of Structural Engineering (United States)*, vol. 115, no. 4, pp. 868–882, Apr. 1989, ISSN: 0733-9445. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1989\)115:4\(868\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1989)115:4(868)).
- [109] D. Piker, “Kangaroo: Form Finding with Computational Physics”, *Architectural Design*, vol. 83, no. 2, pp. 136–137, Mar. 2013, ISSN: 00038504. DOI: [10.1002/ad.1569](https://doi.org/10.1002/ad.1569).
- [110] L. Verlet, “Computer ”Experiments” on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules”, *Phys. Rev.*, vol. 159, no. 1, pp. 98–103, Jul. 1967. DOI: [10.1103/PhysRev.159.98](https://doi.org/10.1103/PhysRev.159.98).
- [111] Computers and Structures, Inc., *Sap2000 v21: Integrated software for structural analysis and design*, Berkeley, CA, USA, 2025.

Прилог А

Псевдокод и визуелни алгоритми на постапките за дефинирање на форма

Algorithm 1: Дефинирање на форма и форма граница на лак преку поделба на дијаграм на сили

Data: Лежачата S (со почетни точки s_L, s_R и локална оска); распон L ; зајадена висина h ; висина на нагреден пресек t ; минимален број на сегменти n_{\min} ; максимален на хоризонтален товар λ_h (пропорционален на g).

Result: Конвертиран дијаграм на сили P^* ; почетни линии T^{1*} и T^{n*} (за симетрични насоки на хоризонтален товар преку пресликување); поделени точки во дијаграмот на форма $\{P_i^1, P_i^2\}$; темпиња на поделениот дијаграм на сили $\{l_i\}$ со изрежи на поделба L_{split} ; гранични линии C_{upper} и C_{lower} .

```

1 (axis, m) ← ConstructReferenceArch(S, L, h, t); // параболична референтна
   оска; m: средина на распон
2 n ← n0;
3 (V, l) ← DiscretizeAxis(axis, n); // V := {v0, ..., vn}, l := {(vi-1, vi)}
4 while SegmentationAdmissible(V, l) do
5   n ← n - 1; // се проверува условот  $\theta_i \geq \beta_i$  за сите сегменти
6   if n < nmin then
7     return; // недоволна дискретизација  $\theta_i < \beta_i$ 
8   (V, l) ← DiscretizeAxis(axis, n);
9   {(ci, Ai)} ← SegmentGeometry(V, l, t); // центрици и површина по сегмент
10  {Wi} ← AssembleLoads({(ci, Ai)}, λh); // вертикални и пропорционални
   хоризонтални товари
11  {li} ← DefineActionLines({(ci, Wi)}); // уредени стандардни линии
12  (Pref, d) ← PoleLocus(S, m); // P(s) := Pref + s·d, при што d || лопката што ми
   покрива лежачата
13 s ← s0; k ← 0;
14 repeat
15   P ← Pref + s·d;
16   l' ← ConstructForceDiagram({Wi}, l');
17   T1 ← ConstructThrustLine({li}, l'); // за една насока на хоризонтален
   товар
18   Tn ← Mirror(T1, m); // симетрична насока преку пресликување во однос
   на m
19   Q ← T1 ∩ Tn;
20   q ← arg minx ∈ Q ||x - m||; // се избира пресекот најблизо до средината
   на распонот
21   e ← Height(q) - h;
22   s ← s + αe; // пропорционално ажурирање на полот долж  $L_P$ 
23   k ← k + 1;
24 until |e| < εh или k > kmax;
25 l* ← l'; T1* ← T1; Tn* ← Tn;

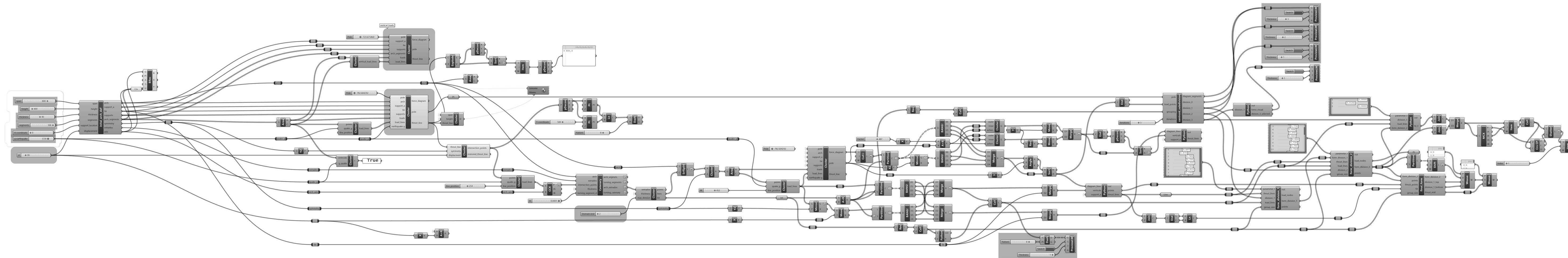
```

```

26 Поделба на дијаграми со нулти сегменти;
27  $\{\mathbf{W}_i\} \leftarrow \text{InsertNullSegments}(\{\mathbf{W}_i\});$  // нултите сегменти имаат  $\mathbf{W}_i = \mathbf{0}$ 
28  $\mathbf{F}_0 \leftarrow \mathbf{0};$ 
29 for  $i = 1$  to  $N$  do
30    $\mathbf{F}_i \leftarrow \mathbf{F}_{i-1} + \mathbf{W}_i;$  // нултите товари се вектори со должина нула (точки)
31    $I_{\text{split}} \leftarrow \{i \mid \|\mathbf{W}_i\| = 0\};$ 
32   foreach  $T \in \{T^{+*}, T^{-*}\}$  do
33     foreach  $i \in I_{\text{split}}$  do
34        $P_i^T \leftarrow T \cap \ell_i;$  // точки на поделба во дијаграмот на форма

35 Дефинирање на граничните линии;
36  $U_0 \leftarrow \mathbf{s}_L;$   $L_0 \leftarrow \mathbf{s}_L;$   $U_N \leftarrow \mathbf{s}_R;$   $L_N \leftarrow \mathbf{s}_R;$ 
37 for  $i = 1$  to  $N - 1$  do
38    $U_i \leftarrow P_i^+;$  if  $z(P_i^-) > z(P_i^+)$  then
39      $U_i \leftarrow P_i^-$ 
40    $L_i \leftarrow P_i^+;$  if  $z(P_i^-) < z(P_i^+)$  then
41      $L_i \leftarrow P_i^-$ 
42  $C_{\text{upper}} \leftarrow (U_0, U_1, \dots, U_N);$ 
43  $C_{\text{lower}} \leftarrow (L_0, L_1, \dots, L_N);$ 
44 return  $F^*, T^{+*}, T^{-*}, \{\mathbf{F}_i\}, I_{\text{split}}, \{P_i^+, P_i^-\}, C_{\text{upper}}, C_{\text{lower}};$ 

```



Слика А.1: Визуелен алгоритам за дефинирање на форма на лица

Algorithm 2: Дефинирање на горна и долна граница на лулата преку модифика на тројдимензионален дијаграм на сили

Data: Лексиконта $S := \{s_1, \dots, s_m\}$; вкупен вертикален товар W_v ; интервалот на хоризонтален товар λ_h ; две взаемно нормални насоки на хоризонтален товар x и y со паизменочни насоки на дејство; пол O ; илустрирана поделба на резултатниот полигон; критериум за понатамошна поделба.

Result: Резултатен полигон R ; тројдимензионални дијаграми на сили $R_x^1, R_x^2, R_y^1, R_y^2$; соодветни потиски мрежи $T_x^1, T_x^2, T_y^1, T_y^2$; пресечени линии L ; рамнини на поделба Π_{split} .

- 1 Дефинирање на резултатниот полигон;
- 2 $R \leftarrow (R_1, R_2, \dots, R_m)$; // бројот на страни соодветствува на бројот на лексиконта
- 3 $A(R) \propto W_v$; // површината на резултатниот полигон е пропорционална на вкупниот товар
- 4 $\Pi_R \leftarrow$ рамнината нормална на вертикалната насока;
- 5 Илустрирајте ја поделбата на резултатниот полигон;
- 6 $\mathcal{R} \leftarrow \{R\}$;
- 7 foreach полигон $\tau \in \mathcal{R}$ do
- 8 | поделба ја само внатрешноста на τ ; // рабовите на R остануваат непроменети
- 9 while RefinementRequired(\mathcal{R}) do
- 10 $\mathcal{R}_{ncw} \leftarrow \emptyset$;
- 11 foreach полигон $\tau \in \mathcal{R}$ do
- 12 | поделба го τ на внатрешни под-полигони $\{\tau_k\}$;
- 13 $\mathcal{R}_{ncw} \leftarrow \mathcal{R}_{ncw} \cup \{\tau_k\}$
- 14 $\mathcal{R} \leftarrow \mathcal{R}_{ncw}$;
- 15 Илустрирајте ја илустрираната 3D дијаграма на сили;
- 16 foreach $\tau \in \mathcal{R}$ do
- 17 foreach тема p_i на τ do
- 18 | конструирај отсечка (O, p_i) ; // полов зрак од полот до темата на подполигоните
- 19 $P_\tau \leftarrow$ полиедар определен со подполигон τ и зраците од O ;
- 20 $R_0 \leftarrow \bigcup_{\tau \in \mathcal{R}} P_\tau$
- 21 Ротирајте ја резултатниот полигон;
- 22 foreach $d \in \{x^1, x^2, y^1, y^2\}$ do
- 23 $W_d \leftarrow W_v \cdot W_{h,d}$; // комбинирана резултатна сила
- 24 ротирај ја рамнината Π_R така што $\Pi_{R,d} \perp W_d$;
- 25 $R_d \leftarrow$ ротирања положба на R во рамнината $\Pi_{R,d}$;
- 26 O останува фиксен на вертикалната оска;
- 27 foreach подполигон $\tau \in \mathcal{R}$ do
- 28 | $\tau_d \leftarrow$ соодветно ротирања положба на τ во рамнината $\Pi_{R,d}$;
- 29 foreach тема p_i на τ_d do
- 30 | конструирај отсечка (O, p_i) ;
- 31 $P_{\tau,d} \leftarrow$ полиедар определен со τ_d и зраците од O ;
- 32 $P_d \leftarrow \bigcup_{\tau \in \mathcal{R}} P_{\tau,d}$; // 3D дијаграм на сили за соодветната насока
- 33 $T_d \leftarrow$ ротираното решето P_d со PolyFrame;
- 34 $T_1 \leftarrow T_x^1$; $T_2 \leftarrow T_x^2$; $T_3 \leftarrow T_y^1$; $T_4 \leftarrow T_y^2$;

```

35 Определување на пресечни линии помеѓу потисните мрежи;
36  $\mathcal{L} \leftarrow \emptyset$ ;
37 foreach  $(T_a, T_b)$  од  $\{T_1, T_2, T_3, T_4\}$  do
38    $\ell_{ab} \leftarrow T_a \cap T_b$ ; // пресечната линија е полигона составена од дискретни
      сегменти
39   if  $\ell_{ab} \neq \emptyset$  then
40      $\mathcal{L} \leftarrow \mathcal{L} \cup \{\ell_{ab}\}$ 

41 Дефинирање на рамнини на поделба во дијаграмот на сили;
42  $\Pi_{\text{split}} \leftarrow \emptyset$ ;
43 foreach  $\ell \in \mathcal{L}$  do
44   foreach две соседни точки  $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{i+1}$  од  $\ell$  do
45      $e_i \leftarrow (\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{i+1})$ ; // отсечка од пресечната линија
46      $\Pi_i \leftarrow$  рамнина определена со  $e_i$  и полот  $O$ ;
47      $\Pi_{\text{split}} \leftarrow \Pi_{\text{split}} \cup \{\Pi_i\}$ 

48 return  $F_x^+, F_x^-, F_y^+, F_y^-, T_x^+, T_x^-, T_y^+, T_y^-, \mathcal{L}, \Pi_{\text{split}}$ ;

49 Поделба на 3Д дијаграми на сили;
50 foreach  $d \in \{x^+, x^-, y^+, y^-\}$  do
51    $\{F_{d,j}\} \leftarrow \emptyset$ ;
52   раздели го  $F_d$  со рамнините од  $\Pi_{\text{split}}$ ;
53   добиј полиедарски делови  $\{F_{d,j}\}$ ;

54 Дополнување на поделените полиедри;
55 foreach  $d \in \{x^+, x^-, y^+, y^-\}$  do
56   foreach  $F_{d,j}$  do
57     во секоја рамнина на поделба конструирај полигон определен со;
58     трагата на рамнината, соодветната отсечка од пресечната линија
      и отсечки паралелни на пресечната линија;
59     поврзи ги темињата на конструираниот полигон со полот  $O$ ;
60     формирај дополнителни полиедри што го претставуваат преносот
      на сили низ пресечените сегменти;
61      $F_{d,j}^* \leftarrow$  надополнет полиедарски дел;

62 Реципрочно решавање на поделените дијаграми;
63  $\mathcal{T}_{\text{seg}} \leftarrow \emptyset$ ;
64 foreach  $d \in \{x^+, x^-, y^+, y^-\}$  do
65   foreach  $F_{d,j}^*$  do
66      $T_{d,j}^* \leftarrow$  реципрочно реши го  $F_{d,j}^*$  со PolyFrame;
67      $\mathcal{T}_{\text{seg}} \leftarrow \mathcal{T}_{\text{seg}} \cup \{T_{d,j}^*\}$ 

68 Класификација на сегментите;
69  $\mathcal{S}_{\text{upper}} \leftarrow \emptyset$ ;  $\mathcal{S}_{\text{lower}} \leftarrow \emptyset$ ;
70 foreach  $T^* \in \mathcal{T}_{\text{seg}}$  do
71   определи ги сегментите од  $T^*$  што припаѓаат на горната граница;
72   определи ги сегментите од  $T^*$  што припаѓаат на долната граница;
73    $\mathcal{S}_{\text{upper}} \leftarrow \mathcal{S}_{\text{upper}} \cup \{\text{горни сегменти од } T^*\}$ ;
74    $\mathcal{S}_{\text{lower}} \leftarrow \mathcal{S}_{\text{lower}} \cup \{\text{долни сегменти од } T^*\}$ ;

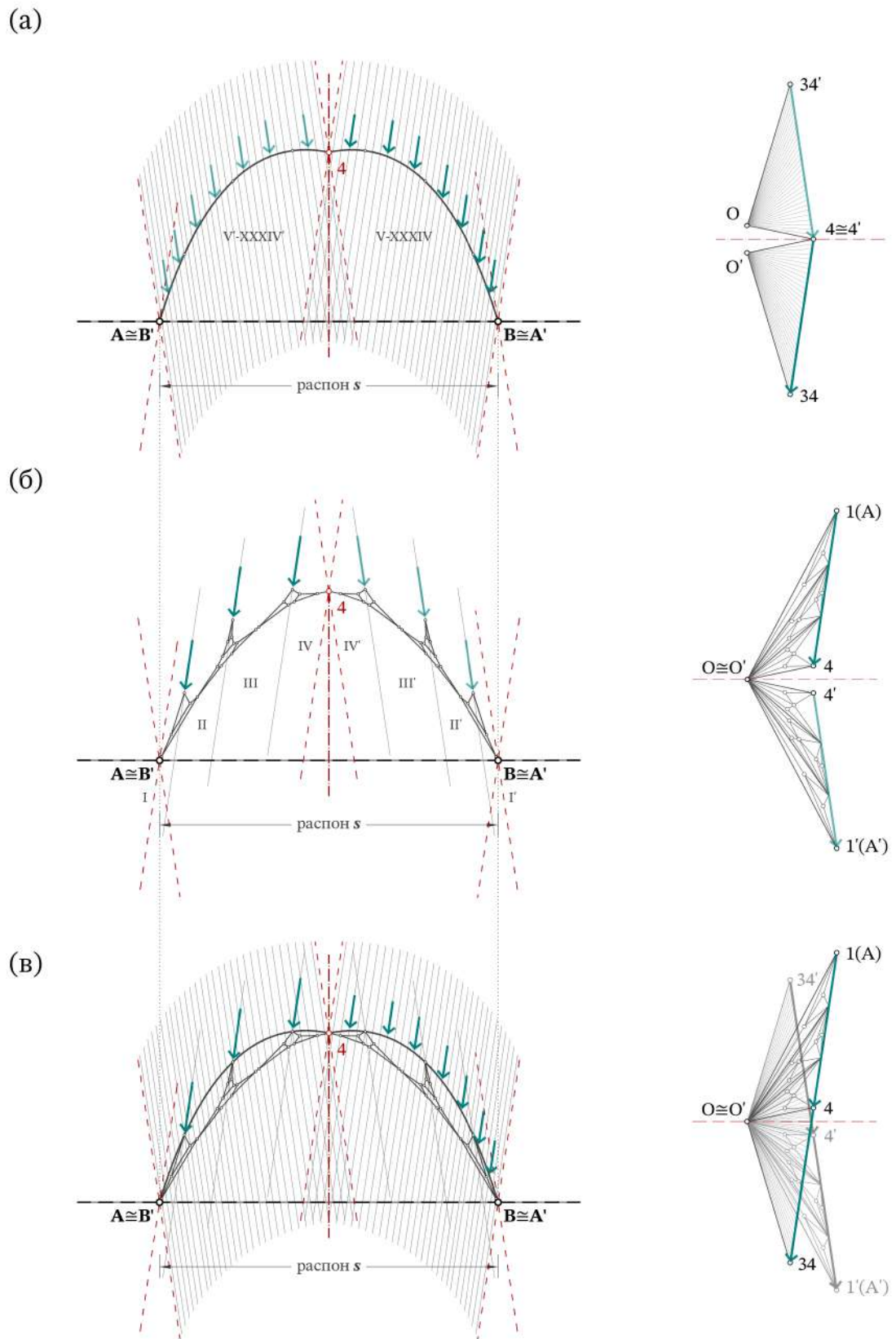
75 Формирање на гранични линии;
76  $C_{\text{upper}} \leftarrow$  поврзување на сегментите од  $\mathcal{S}_{\text{upper}}$  долж нивните заеднички
      пресечни линии;
77  $C_{\text{lower}} \leftarrow$  поврзување на сегментите од  $\mathcal{S}_{\text{lower}}$  долж нивните заеднички
      пресечни линии;

78 return  $\{F_{d,j}^*\}, \mathcal{T}_{\text{seg}}, C_{\text{upper}}, C_{\text{lower}}$ ;

```

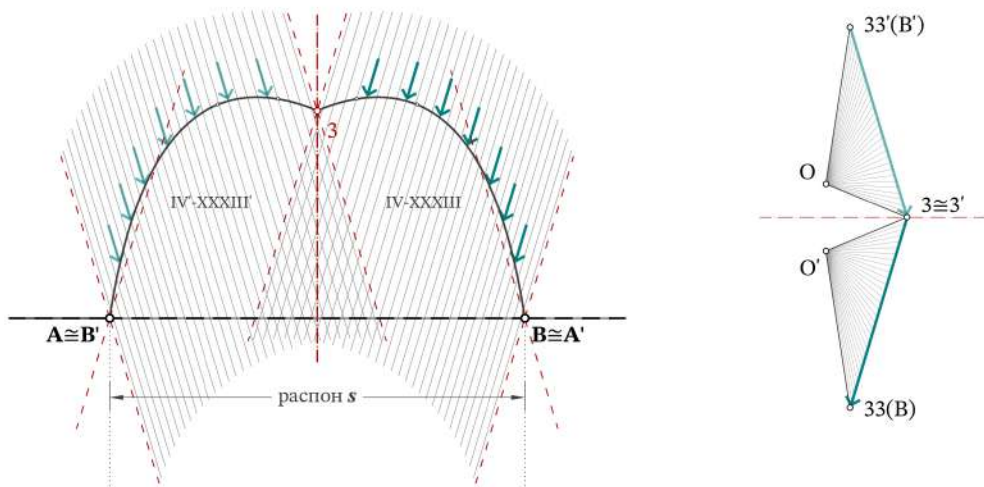
Прилог Б

Дијаграми на форма и дијаграми на сили на лаци

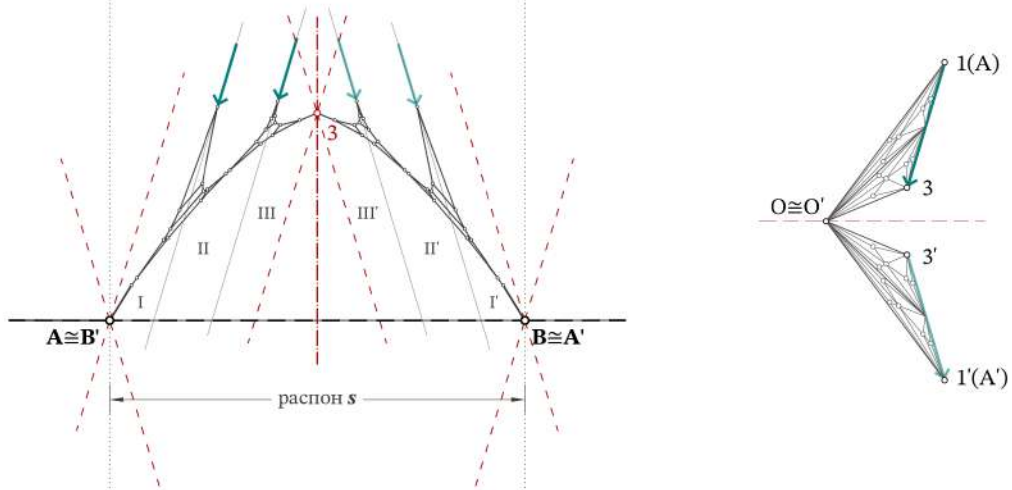


Слика Б.1: Лак A_{015g_nul} : (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма

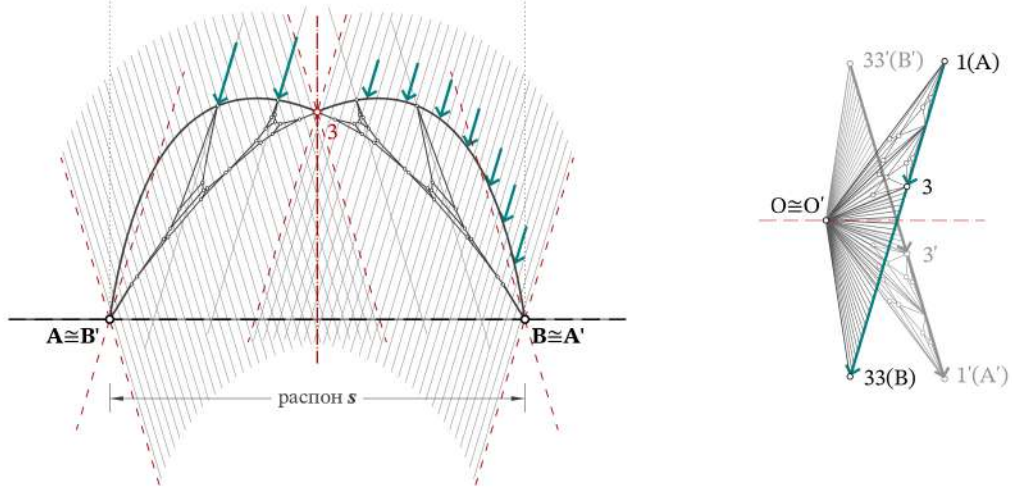
(а)



(б)

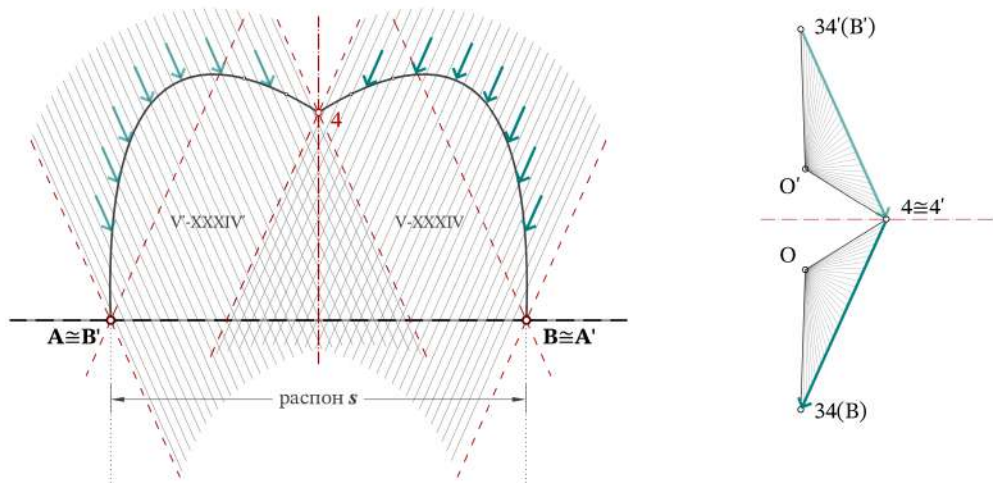


(в)

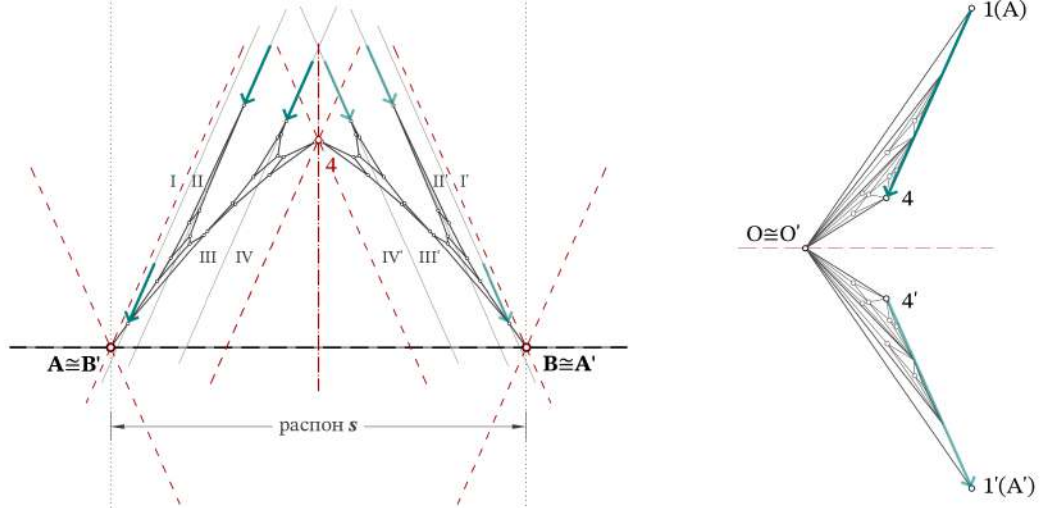


Слика Б.2: Лак А_030g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма

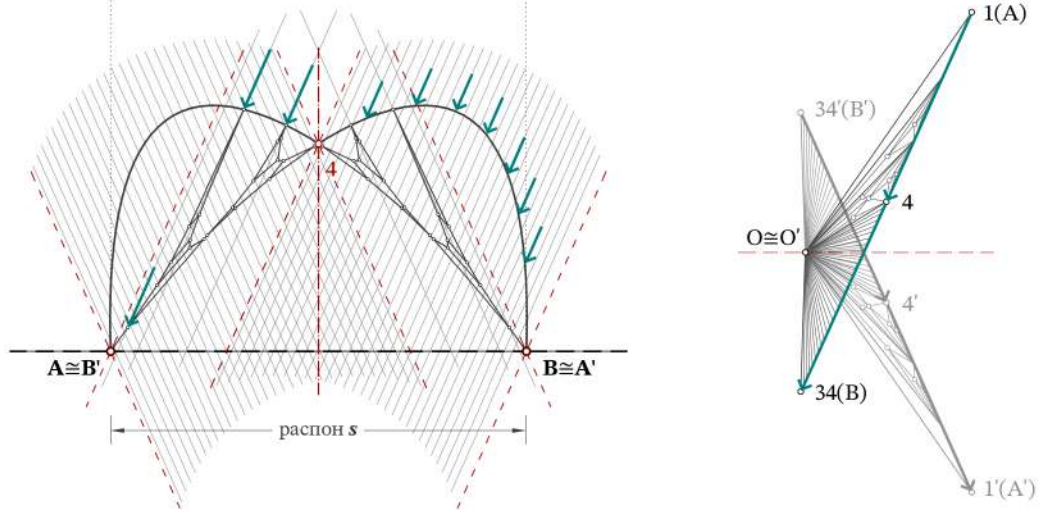
(a)



(б)

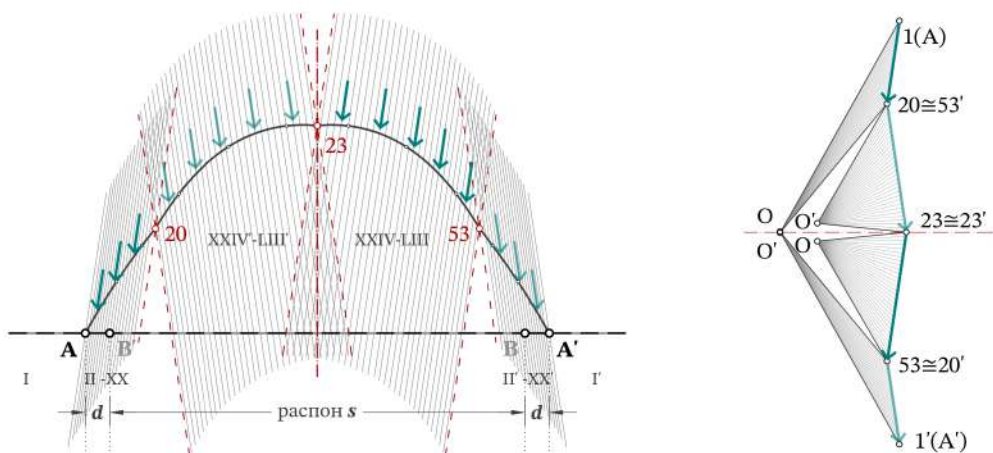


(в)

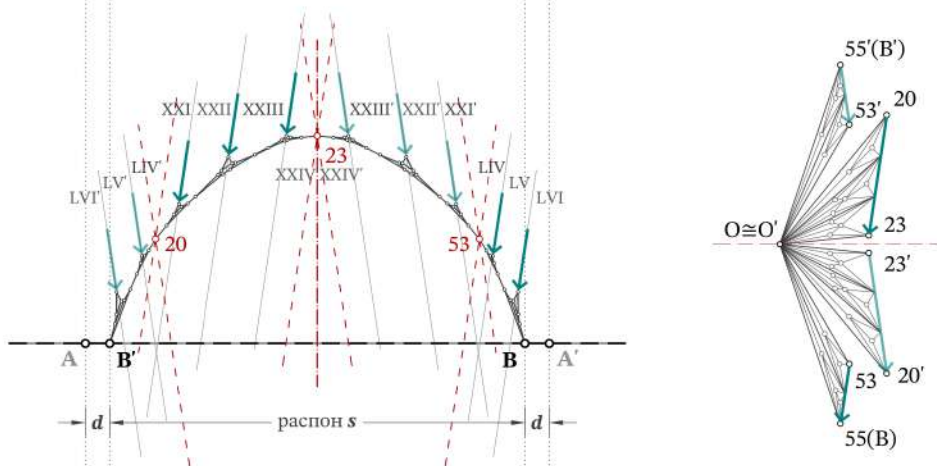


Слика Б.3: Лак А_045g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма

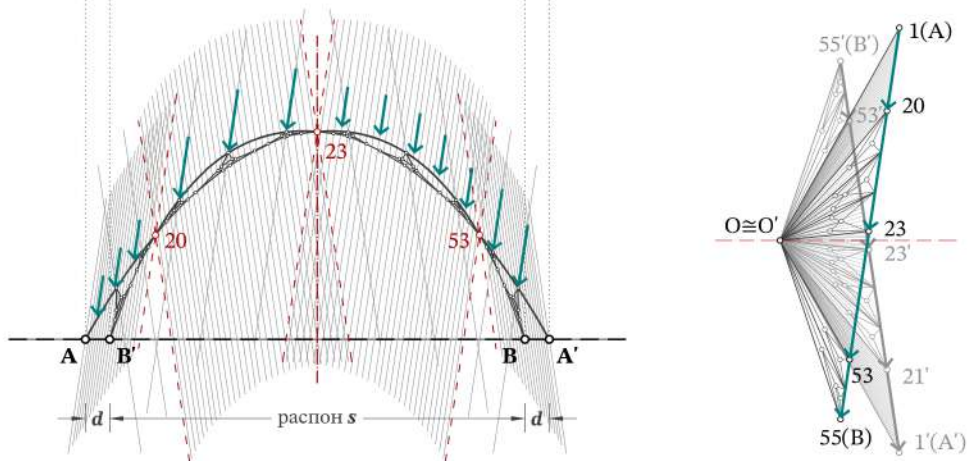
(а)



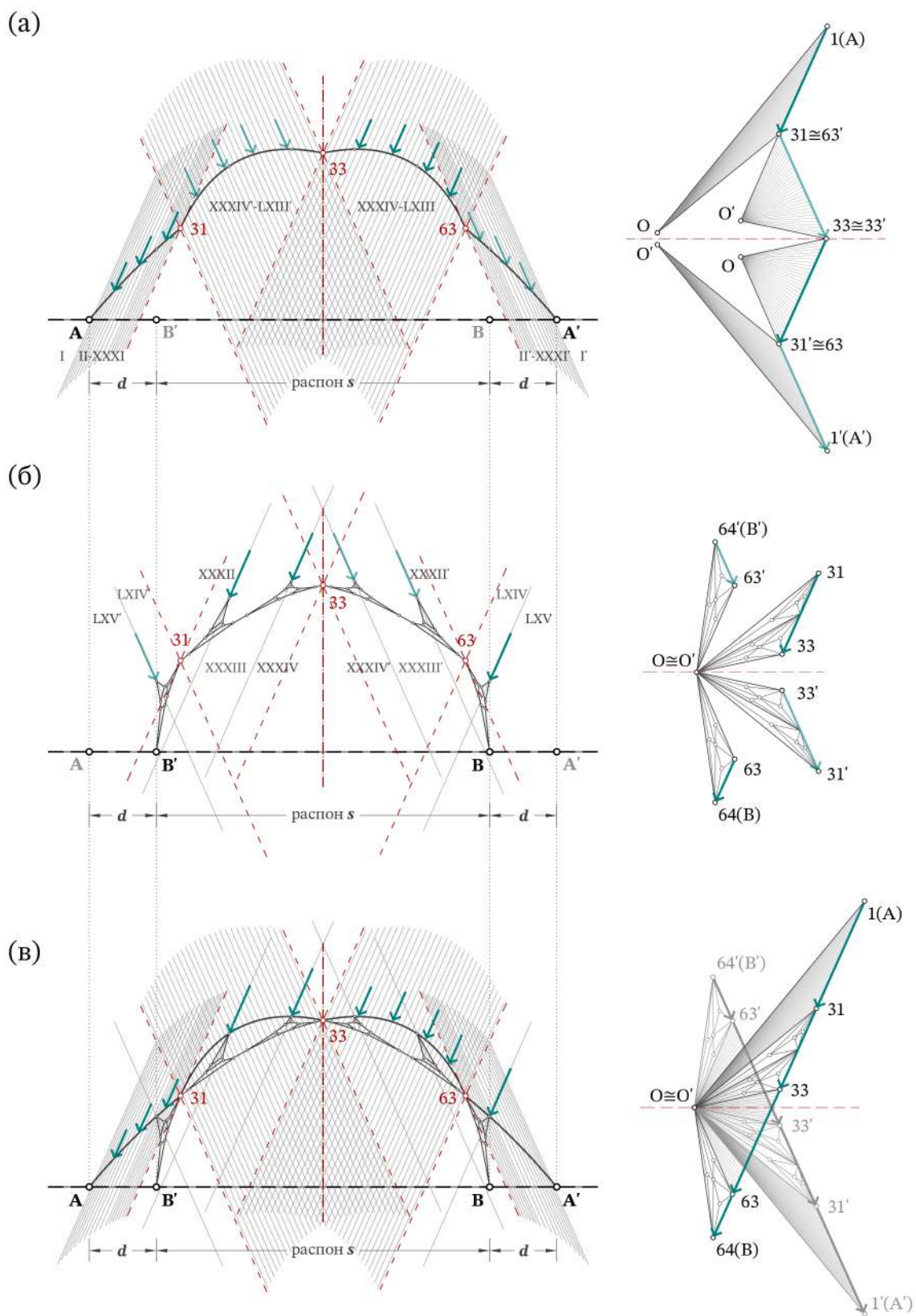
(б)



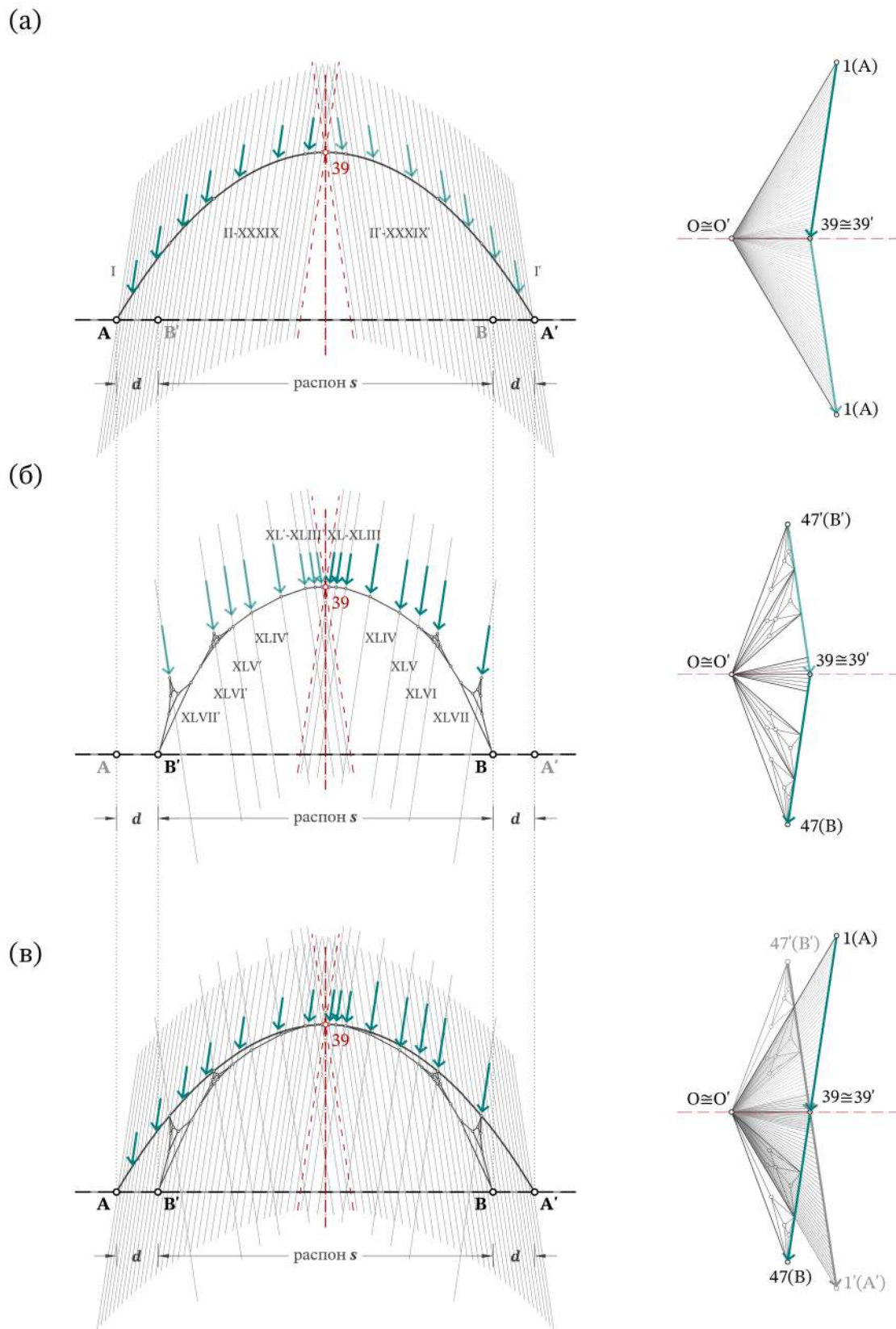
(в)



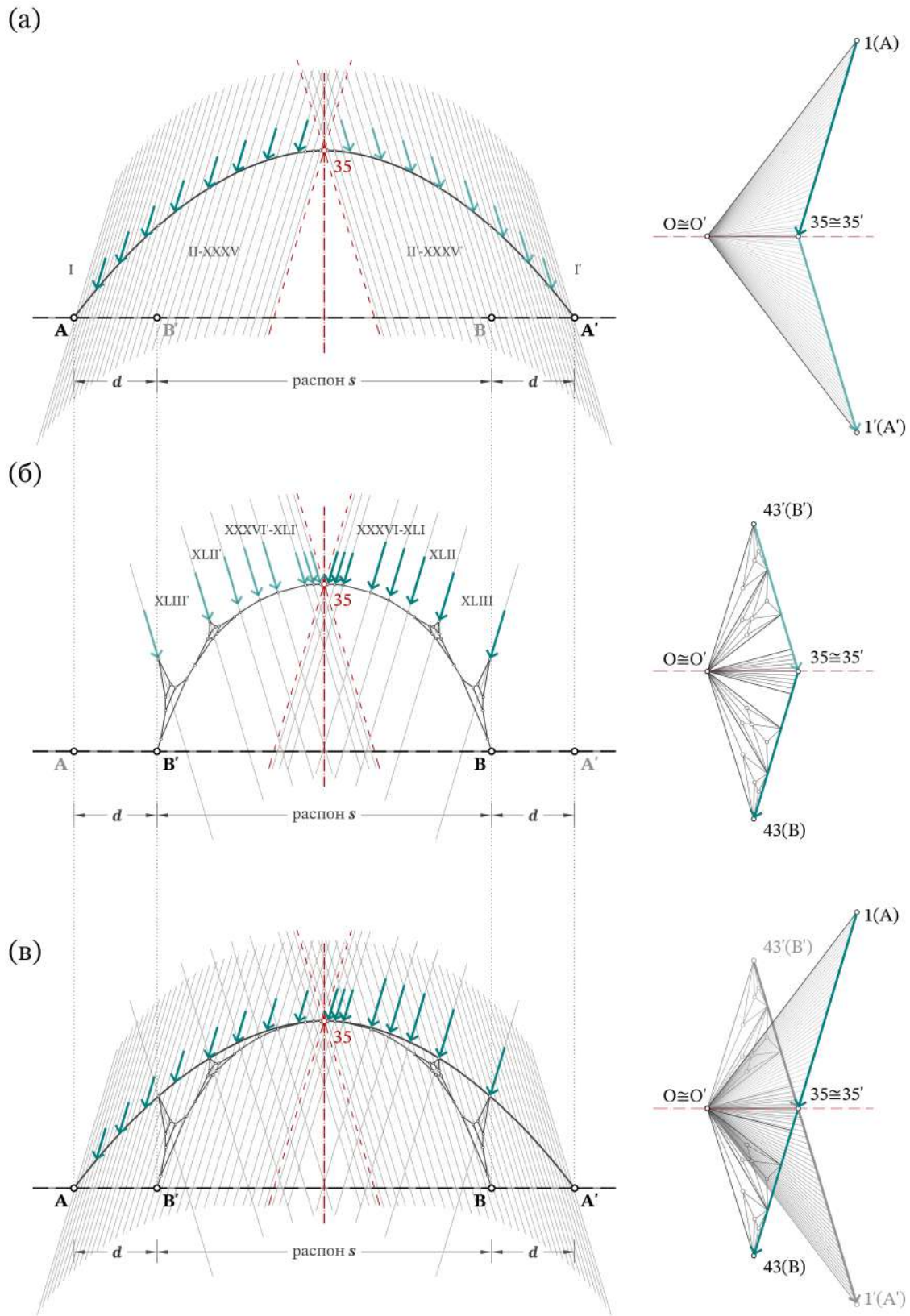
Слика Б.4: Лак А_015g_орт: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



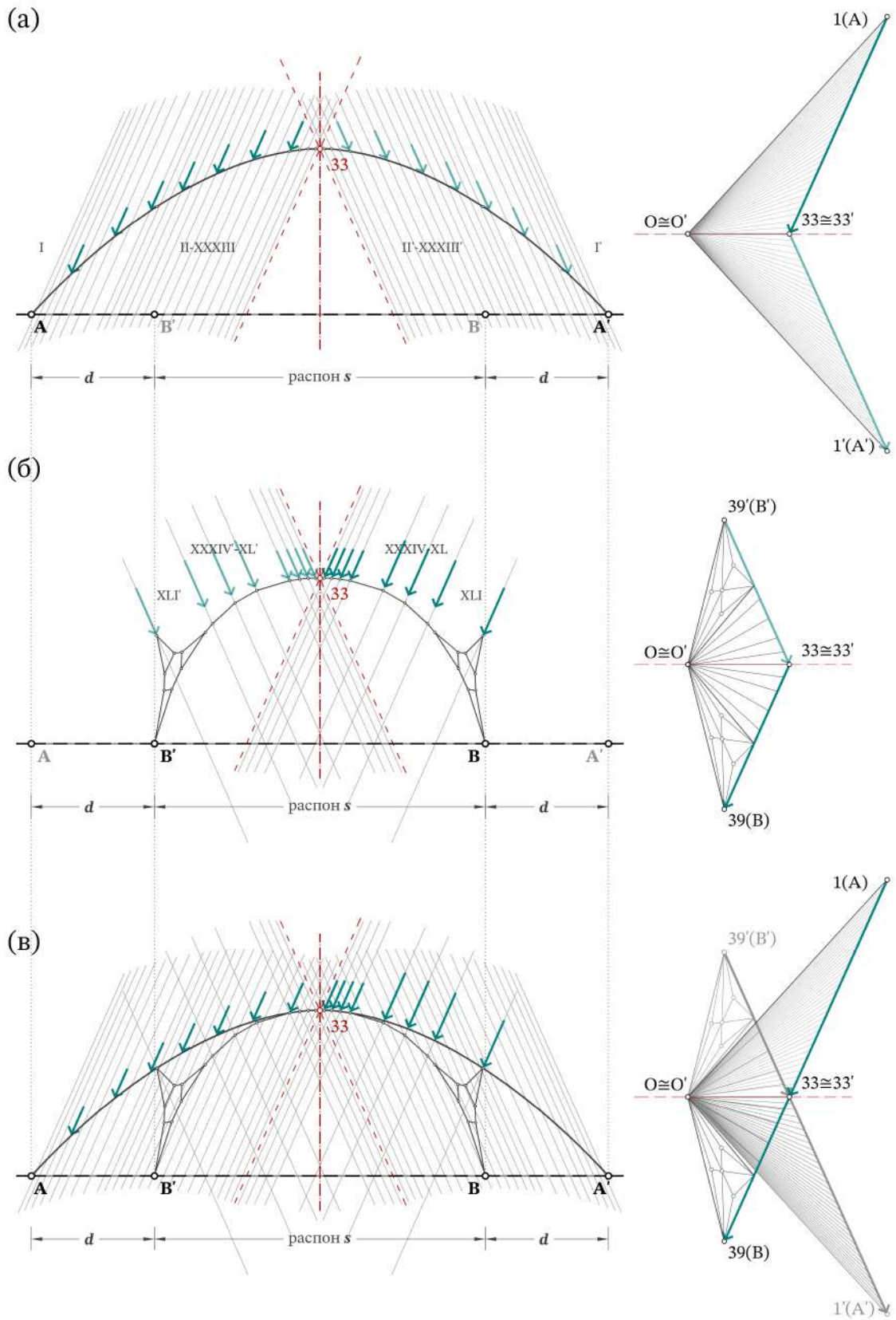
Слика Б.6: Лак А_045g_орт: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



Слика Б.7: Лак А_015g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



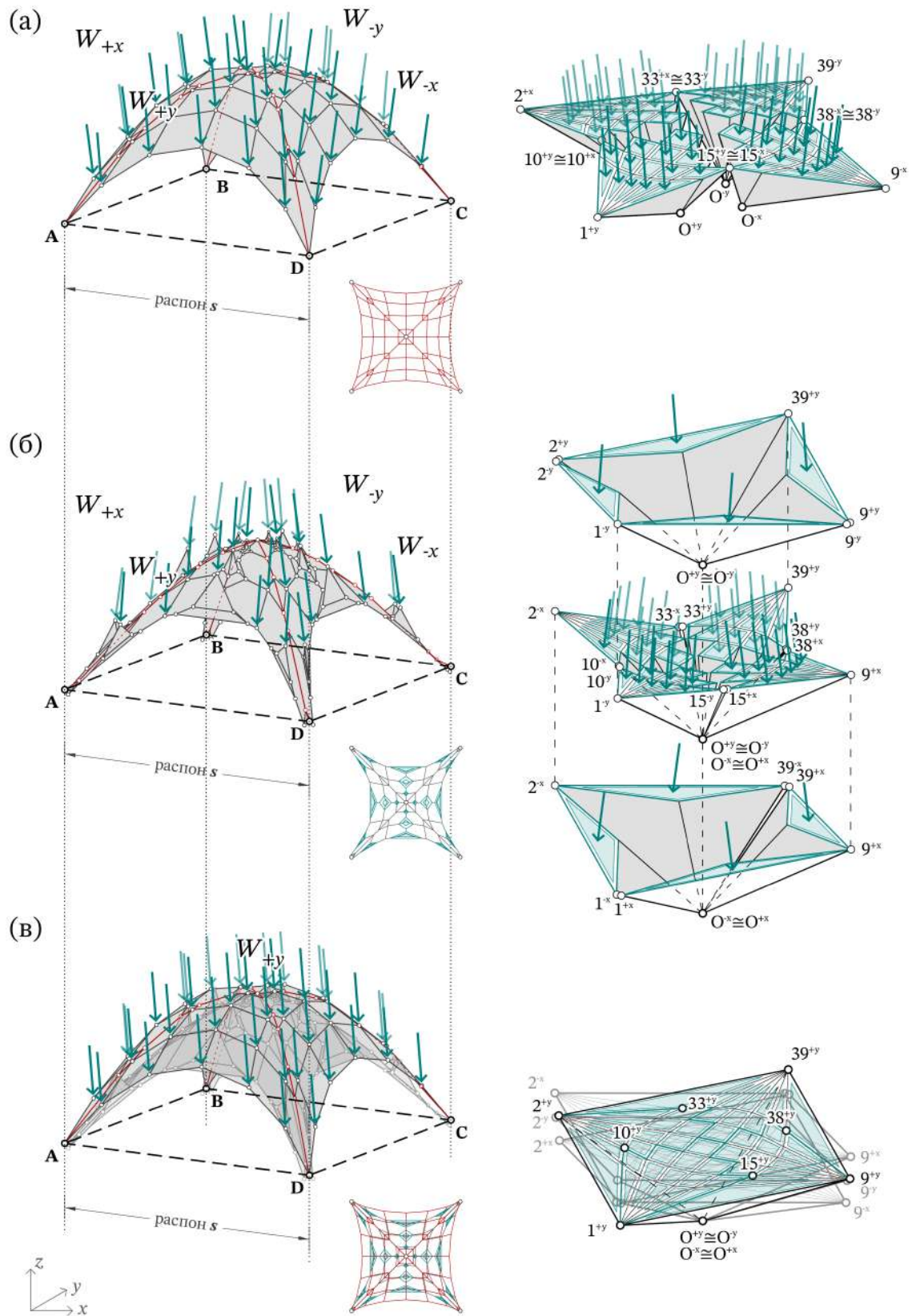
Слика Б.8: Лак А_030g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



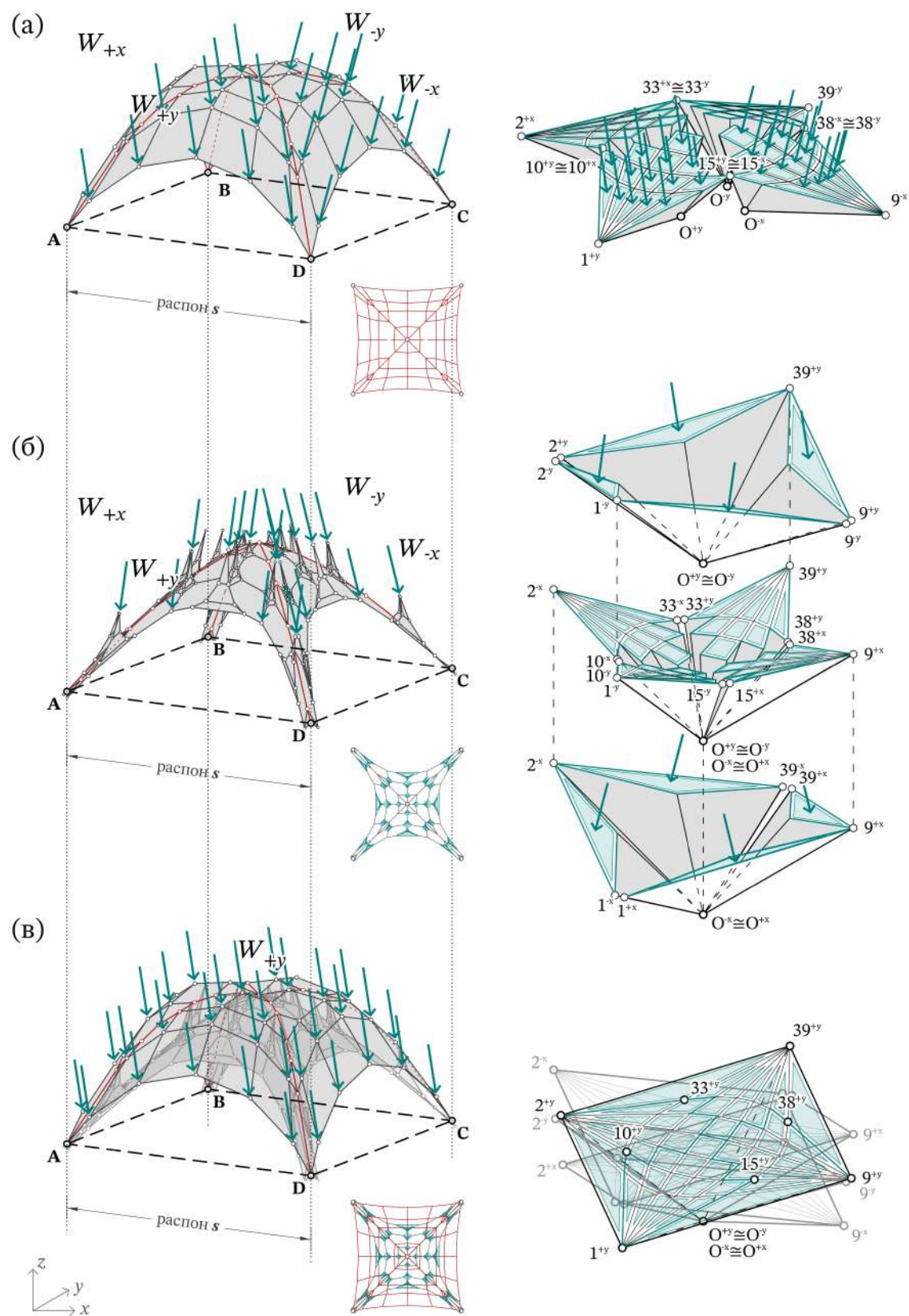
Слика Б.9: Лак А_045g_max: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма

Прилог В

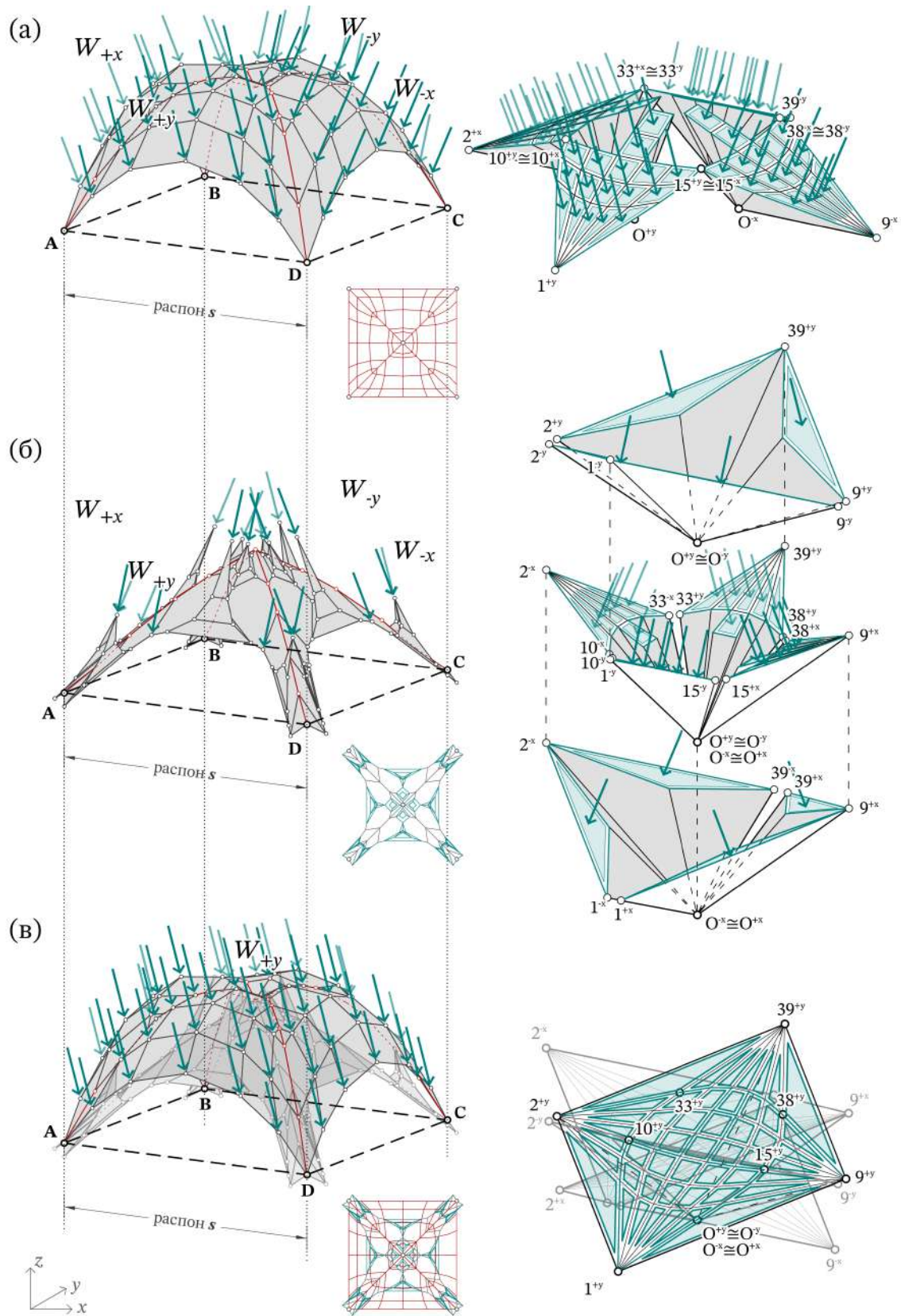
Дијаграми на форма и дијаграми на сили на луспи



Слика В.1: Лушпа S_015g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



Слика В.2: Лушпа S_030g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма



Слика В.3: Лушпа S_045g_nul: (а) горна граница; (б) долна граница; (в) дефинирана форма

